4.2.1 支路电流法(支路分析法)

以支路电流作为未知量，根据**KCL**和**KVL**建立电路方程组，然后求解所列的方程组解出各支路电流，这种方法称为支路电流法。

电路节点数为n，支路数为b ，

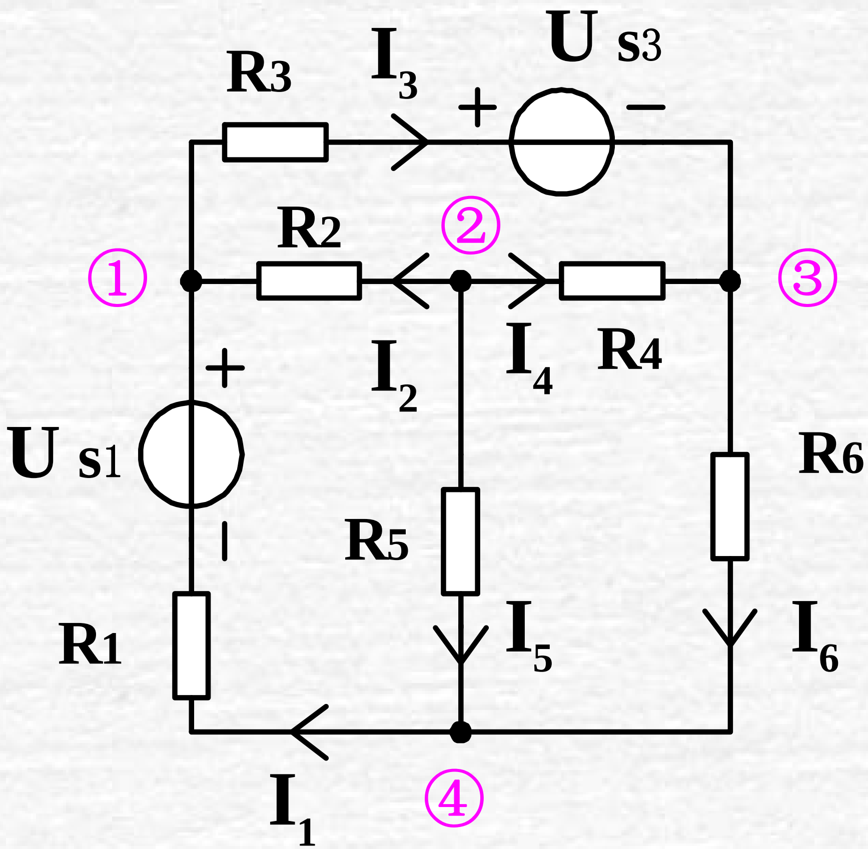
为求b个支路电流，必须有b个独立方程。

支路电流法求解的思路:

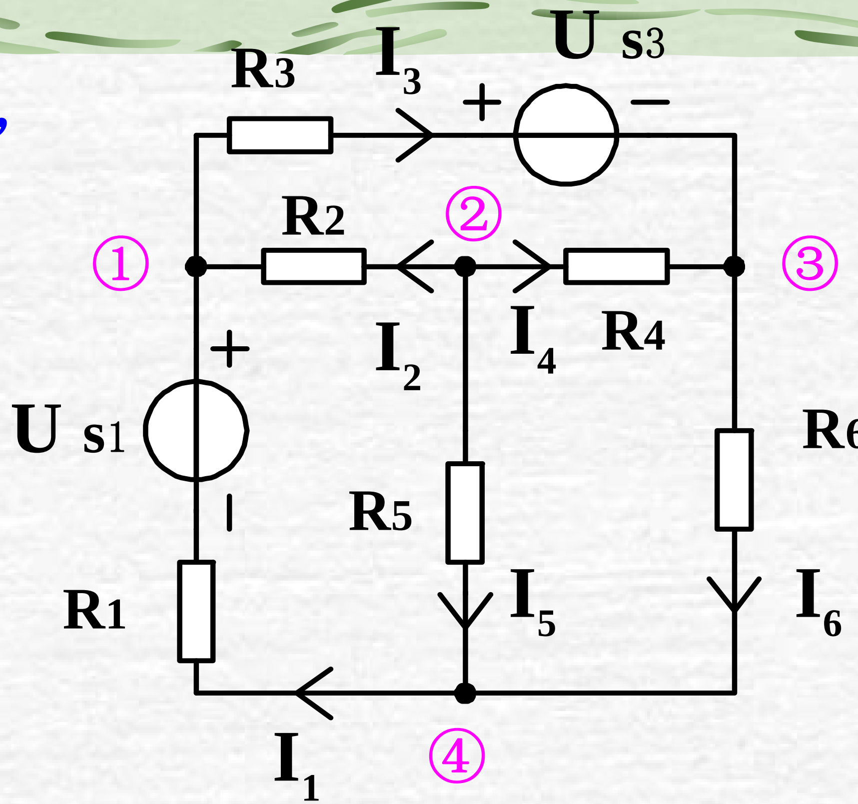
如图所示电路，设电源和电阻的参数已知，用支路电流法求各支路电流。

共有**4**个节点，**6**条支路，

1>. 对各支路、节点编号，并选择各支路电流电压的参考方向。



2>. 根据基尔霍夫电流定律，列出节点电流方程：



节点1：$-I_1-I_2+I_3=0$

节点2：$+I_2+I_4+I_5=0$

节点3：$-I_3-I_4+I_6=0$

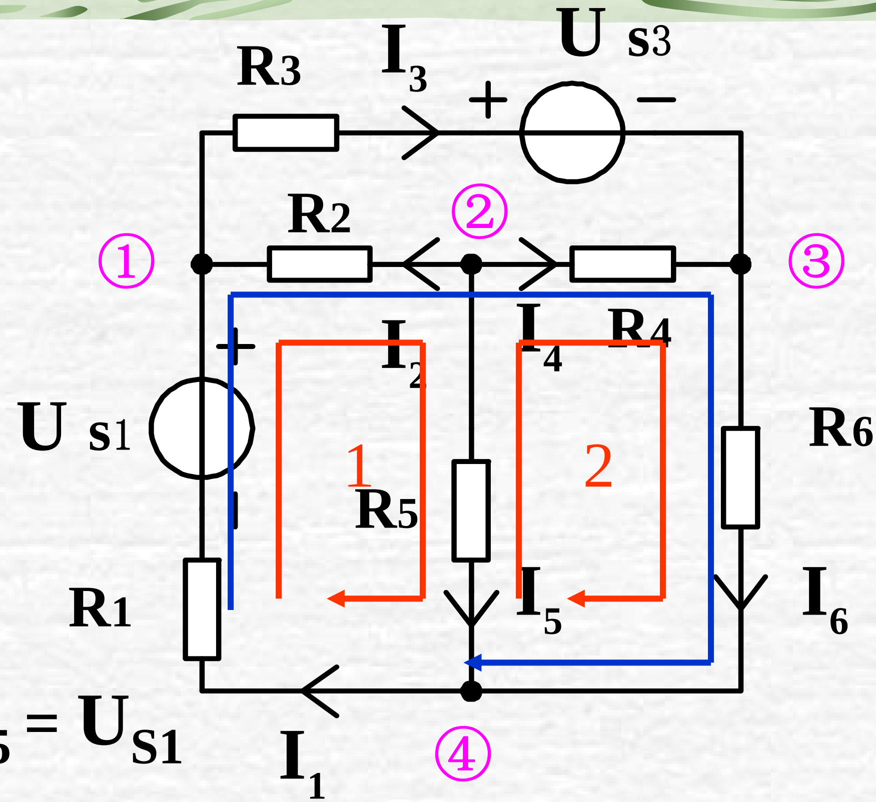
节点4：$+I_1-I_5-I_6=0$

注意：**4**个节点的电流方程和必然为**0=0**，说明**4**个方程彼此不独立，

只要任意删除一个节点方程，其余节点方程相互独立。

在用支路法计算时，只能列出(**n-1**)个独立节点的电流方程。

3>. 根据基尔霍夫电压定律，列出回路电压方程：



建立回路电压方程时，要选择独立回路。不然方程不彼此独立。

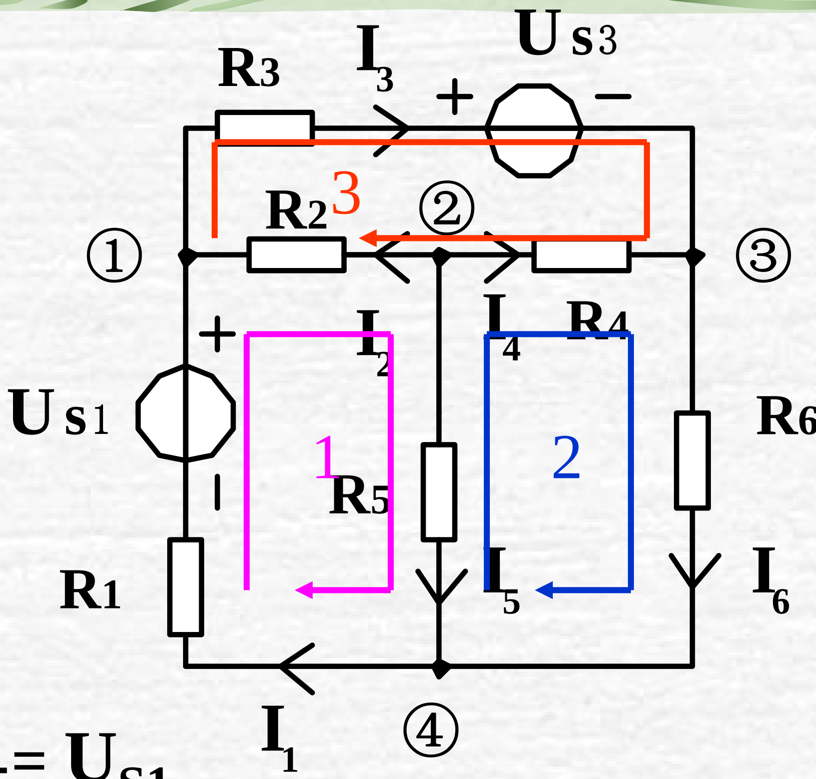
回路1：$I_1 \times R_1 - I_2 \times R_2 + I_5 \times R_5 = U_{S1}$

回路2：$I_4 \times R_4 + I_6 \times R_6 - I_5 \times R_5 = 0$

指定回路：$I_1 \times R_1 - I_2 \times R_2 + I_4 \times R_4 + I_6 \times R_6 = U_{S1}$

回路1+回路2=指定回路 不独立

选择三个网孔回路的绕行方向如图中所示，列出回路电压方程：

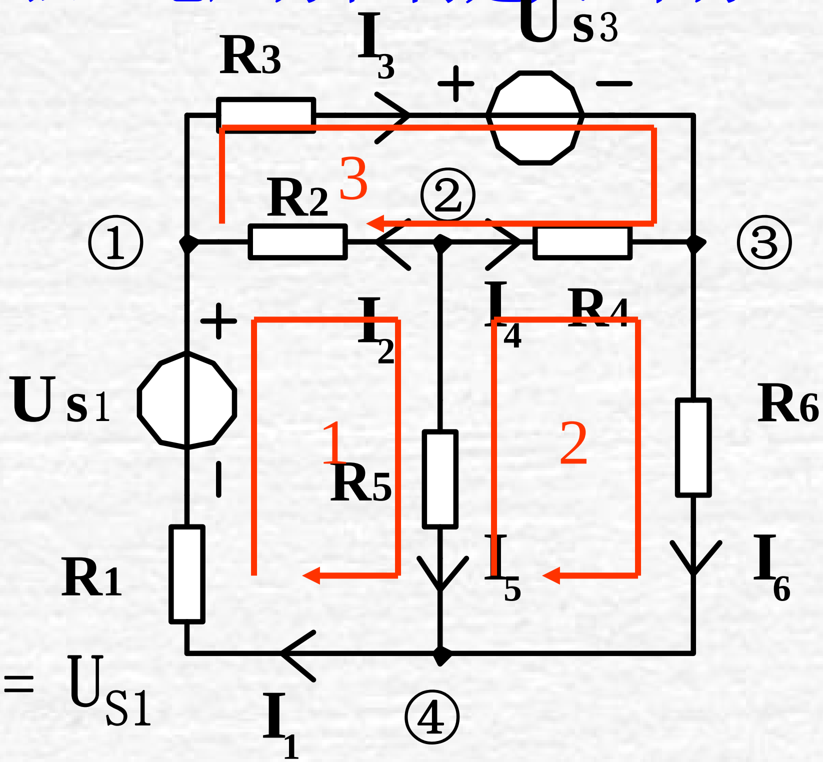


回路1：$I_1 \times R_1 - I_2 \times R_2 + I_5 \times R_5 = U_{S1}$

回路2：$I_4 \times R_4 + I_6 \times R_6 - I_5 \times R_5 = 0$

回路3：$I_3 \times R_3 - I_4 \times R_4 + I_2 \times R_2 = -U_{S3}$

4>. 由n-1个节点电流方程和b-n+1个独立电压方程构建共b个方程，解出b个支路电流变量。



节点1：$-I_1-I_2+I_3=0$

节点2：$+I_2+I_4+I_5=0$

节点3：$-I_3-I_4+I_6=0$

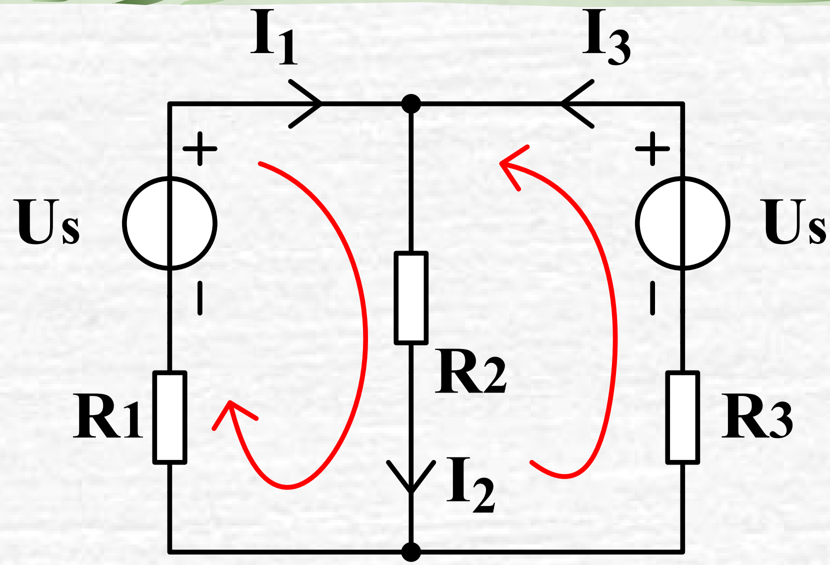
回路1：$I_1\times R_1-I_2\times R_2+I_5\times R_5 = U_{S1}$

回路2：$I_4\times R_4+I_6\times R_6-I_5\times R_5 =0$

回路3：$I_3\times R_3-I_4\times R_4+I_2\times R_2 = -U_{S3}$

由上面的六个方程可解出六条支路电流变量，从而可进一步求相应的电压、功率等。

例1、 图示电路，U_{S1}=10V，U_{S3}=13V，R_1=1 Ω，R_2=3 Ω，R_3=2Ω，求各支路电流及电压源的功率。



解：以支路电流为变量，选定各支路电流参考方向如图示

节点1：　$-I_1+I_2-I_3=0$

网孔1：　$I_1 \times R_1 + I_2 \times R_2 = U_{S1}$

网孔2：　$I_2 \times R_2 + I_3 \times R_3 = U_{S3}$

代入数据得：

$$- I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$I_1 - 10 + 3 \times I_2 = 0$$

$$3 \times I_2 + 2 \times I_3 - 1_3 = 0$$

解得：　I_1 =1A　I_2 =3A　I_3 =2A

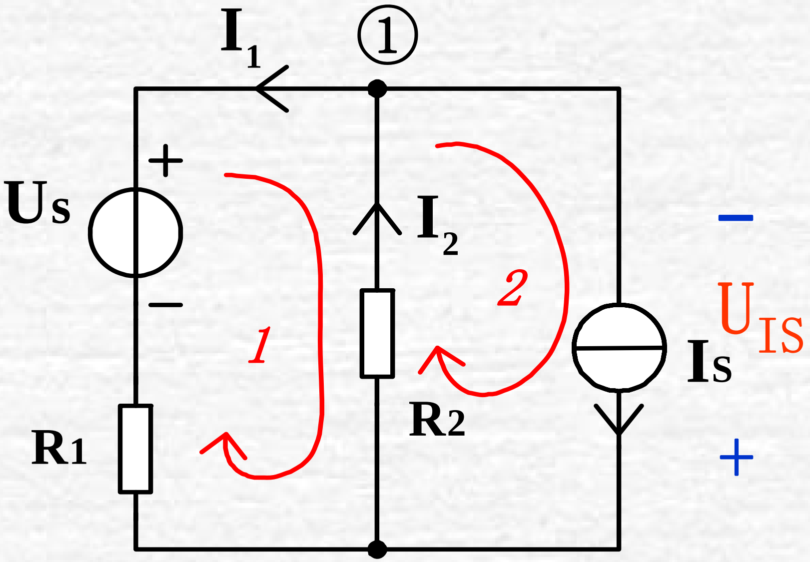
电压源U_{S1}的功率：$P_{US1}=U_{S1} \times I_1 = 10 \times 1 = 10W$　(发出)

电压源U_{S3}的功率：$P_{US3}=U_{S3} \times I_3 = 13 \times 2 = 26W$　(发出)

讨论：

1、当含有电流源支路

例2、图示电路，U_S=7V，R_1=1 Ω ，R_2=3 Ω ，I_S=1A。求各支路电流及电流源的功率。



解：以支路电流为变量，选定各支路电流参考方向如图示

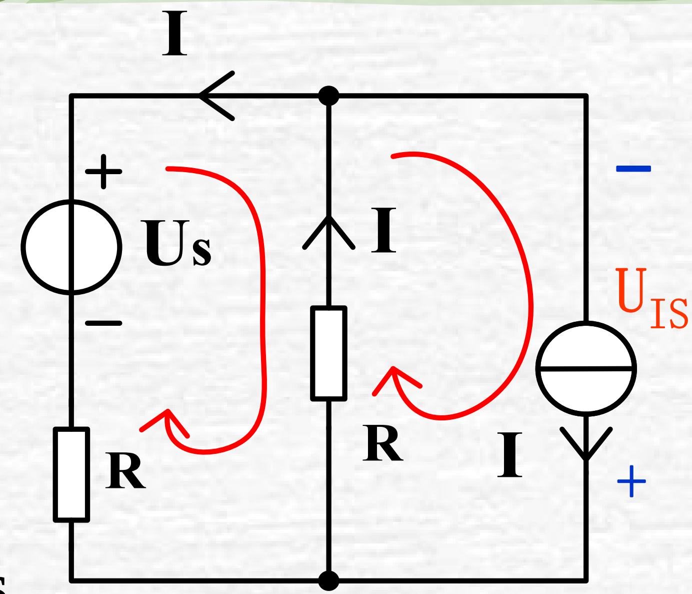
取网孔回路方向如图，列节点电流方程和网孔1的电压方程如下

节点电流方程 $\quad I_1 - I_2 + Is = 0$

网孔1电压方程 $\quad -I_1 \times R_1 - I_2 \times R_2 = Us$

网孔2电压方程 $\quad I_2 \times R_2 = U_{IS}$

实际上由于电流源支路的电流已知，电路电流变量数减少一个，该网孔电压方程无需列写。



节点电流方程　　$I_1 - I_2 + Is = 0$

网孔1电压方程　　$-I_1 \times R_1 - I_2 \times R_2 = Us$

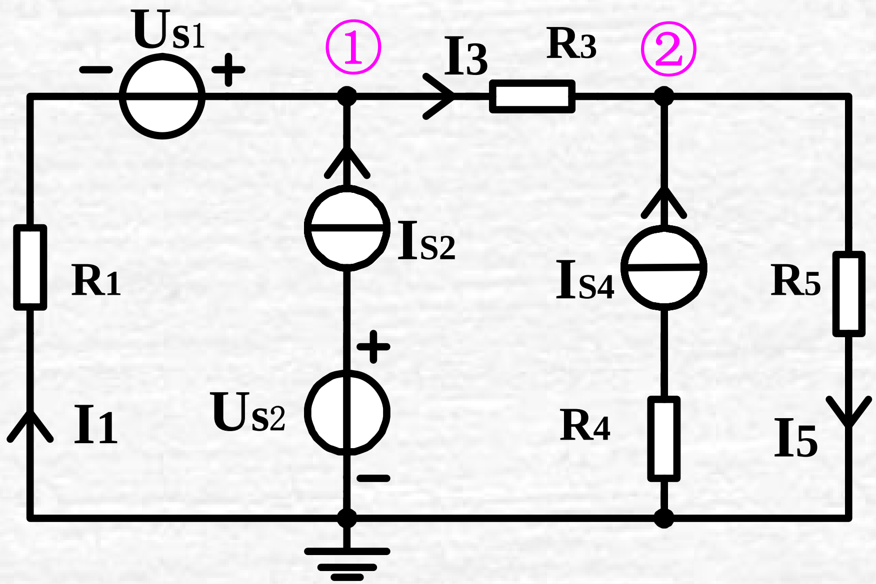
代入数据得　　$I_1 - I_2 + 1 = 0$　　解得　　$I_1 = -2.5A$

$-I_1 - 3 \times I_2 = 7$　　$I_2 = -1.5A$

为求电流源两端电压：　$U_{IS} = I_2 \times R_2 = -4.5V$

电流源功率为　　$P_{IS} = U_{IS} \times I_S = -4.5W$　　(吸收功率)

例3. 图示电路，U_{S1}=1V，U_{S2}=5V，I_{S2}=2A，I_{S4}=4A，R_1=1 Ω，R_3=3Ω，R_4=4Ω，R_5=5 Ω，求各支路电流及电流源的功率。



解：如图选择各支路电流参考方向，对独立节点列电流方程

节点1： $-I_1-I_{S2}+I_3=0$

节点2： $-I_3-I_{S4}+I_5=0$

电路中存在两条电流源支路，选取支路1，3为树支，则连支5的单连支回路电压方程为

$$I_5 \times R_5 + I_1 \times R_1 + I_3 \times R_3 = U_{S1}$$

代入数据得：

$$-I_1 - 2 + I_3 = 0$$

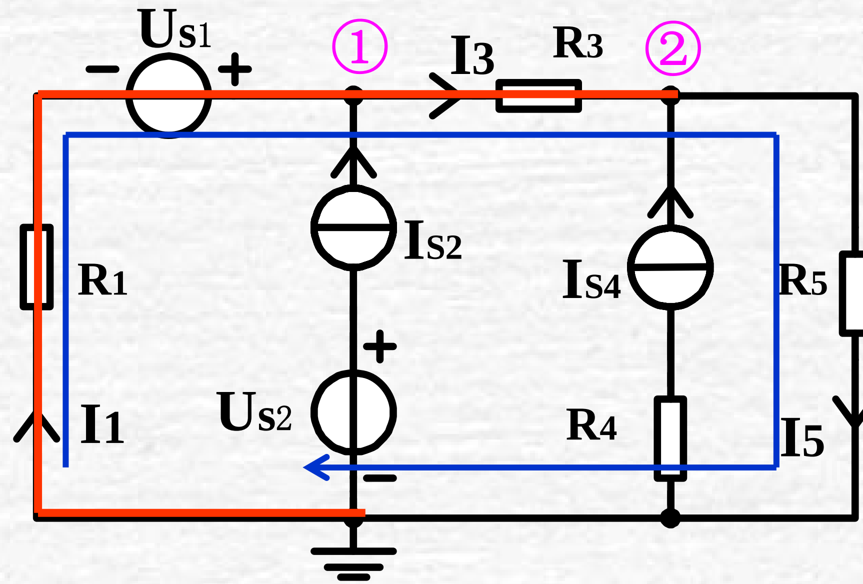
$$-I_3 - 4 + I_5 = 0$$

$$5 \times I_5 + I_1 + 3 \times I_3 = 1$$

解得 $I_1 = -3.89A$

$I_3 = -1.89A$

$I_5 = 2.11A$



电流源I_{S2}、I_{S4}两端的电压U_{IS2}、U_{IS4}为

$$U_{IS2}=U_{S1}-R_1\times I_1-U_{S2}=1-1\times(-3.89)-5=-0.11V$$

$$U_{IS4}=R_5\times I_5+R_4\times I_{S4}=5\times 2.11+4\times 4=26.55V$$

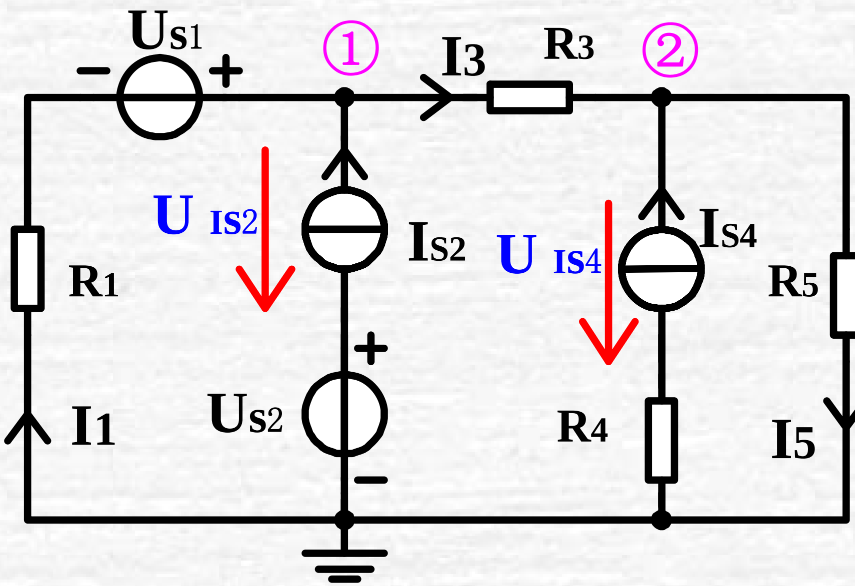
电流源I_{S2}、I_{S4}的功率为

$$P_{IS2}=U_{IS2}\times I_{S2}$$

$=-0.22W$ （吸收功率）

$$P_{IS4}=U_{IS4}\times I_{S4}$$

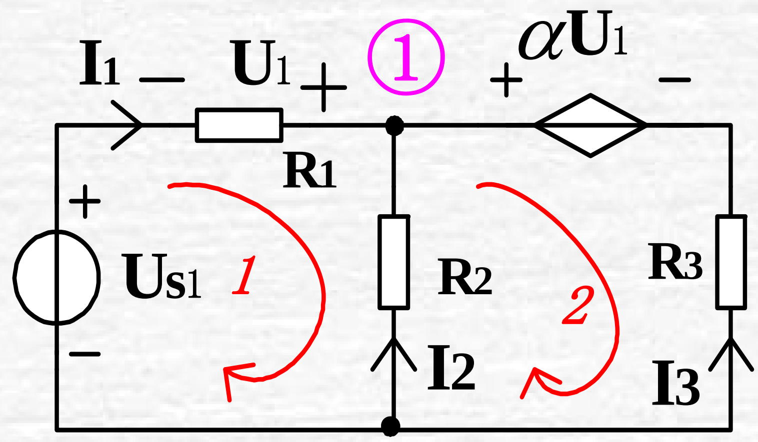
$=106.2$ W （发出功率）



2、含受控源情况

原则： ①将受控源当作独立电源，

②列写附加方程，用未知量（支路电流）表示控制变量。



例4. 图示电路，U_{S1}=1V，R_1=1 Ω，R_2=2 Ω，R_3=3Ω，α=3，求各支路电流。

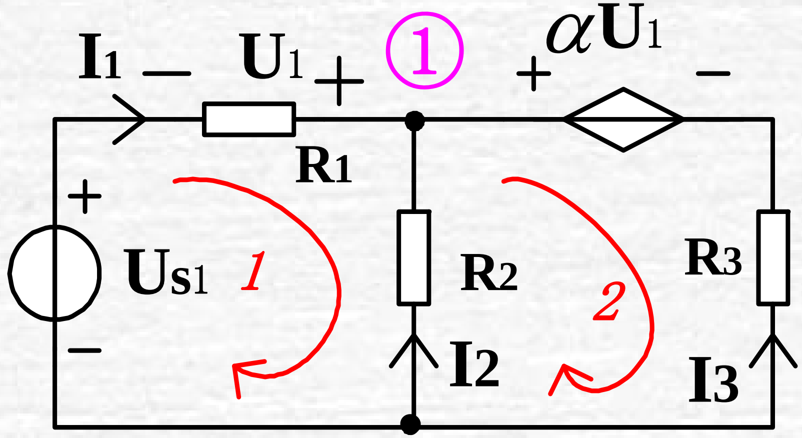
解：电路中存在一个电压控制电压源（VCVS），选择电流参考方向，列节点和网孔方程：

节点①： $-I_1-I_2-I_3=0$

网孔1： $I_1\times R_1-I_2\times R_2=U_{S1}$

网孔2： $I_2\times R_2-I_3\times R_3=-\alpha U_1$

②列写附加方程，建立受控源控制变量与支路电流之间的关系式



$$U_1 = -R_1 \times I_1$$

代入数据

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$
$$I_1 - 2 \times I_2 - 1 = 0$$
$$2 \times I_2 + 3 \times U_1 - 3 \times I_3 = 0$$
$$U_1 = -I_1$$

解得

I_1=1A，I_2=0A，I_3=−1A

小　结

1） 支路电流法是以支路电流为变量，对n-1个独立节点列KCL方程（可得n-1个独立方程）， 对b-n+1个独立回路列KVL方程（可得b-n+1个独立方程），共得b个线性方程，然后求解此方程组，从而得到b个支路电流变量的求解方法。

2）如果电路中含有电流源，则先选树（尽量将电流源支路选为连支），对不含电流源的基本回路，列写KVL方程。

3）如果存在受控源，先将受控源当作独立电源，然后列写附加方程，建立受控源的控制变量与支路电流之间的关系。

4.2.2　回路电流法

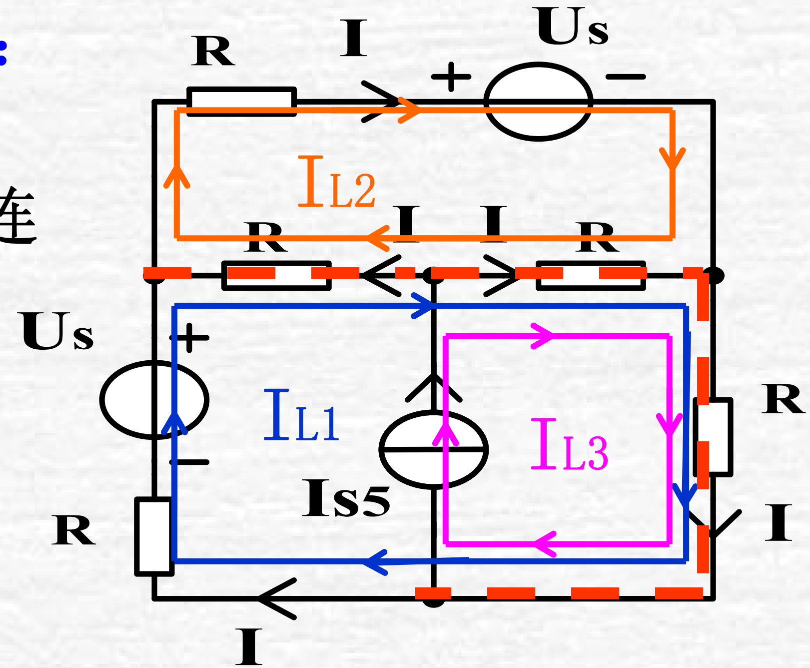
支路电流法直接应用KCL，KVL解电路，很直观，其电路方程个数为支路数b ，但是当支路数很多时，必须建立b个方程，求解工作量颇大。

回路电流法分析解决问题的出发点是：以基本回路电流为未知量，建立独立方程求解。

推求用回路电流法求解电路的方程：

1）选择支路电流参考方向，选择树，尽可能将电流源所在支路选为连支，画出单连支回路。

2）如图所示，用基本回路电流来表示各个支路电流：



$I_1=I_{L1}$， $I_2=I_{L2}-I_{L1}$， $I_3=I_{L2}$

$I_4=I_{L1}-I_{L2}+I_{L3}$， $I_5=I_{S5}=I_{L3}$， $I_6=I_{L1}+I_{L3}$

回路1：$R_1\times I_1-R_2\times I_2+R_4\times I_4+R_6\times I_6=U_{S1}$

回路2：$R_2\times I_2+R_3\times I_3-R_4\times I_4=-U_{S3}$

回路3：$I_{L3}=I_{S5}$

代入KVL方程，并整理得到：

回路1： $(R_1 + R_2 + R_4 + R_6)I_{L1} - (R_2 + R_4)I_{L2} + (R_4 + R_6) I_{L3} = U_{S1}$

回路2： $-(R_2 + R_4) I_{L1} + (R_2 + R_3 + R_4)I_{L2} - R_4 \times I_{L3} = - U_{S3}$

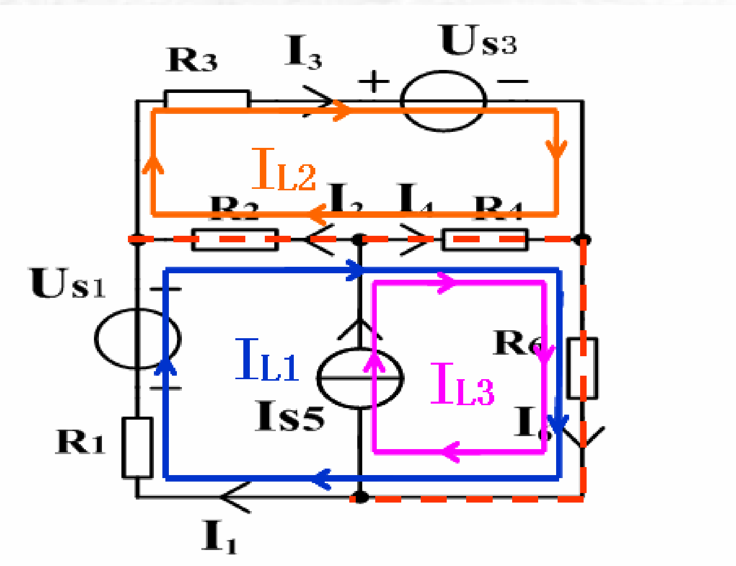
回路3： $I_{L3} = I_{S5}$

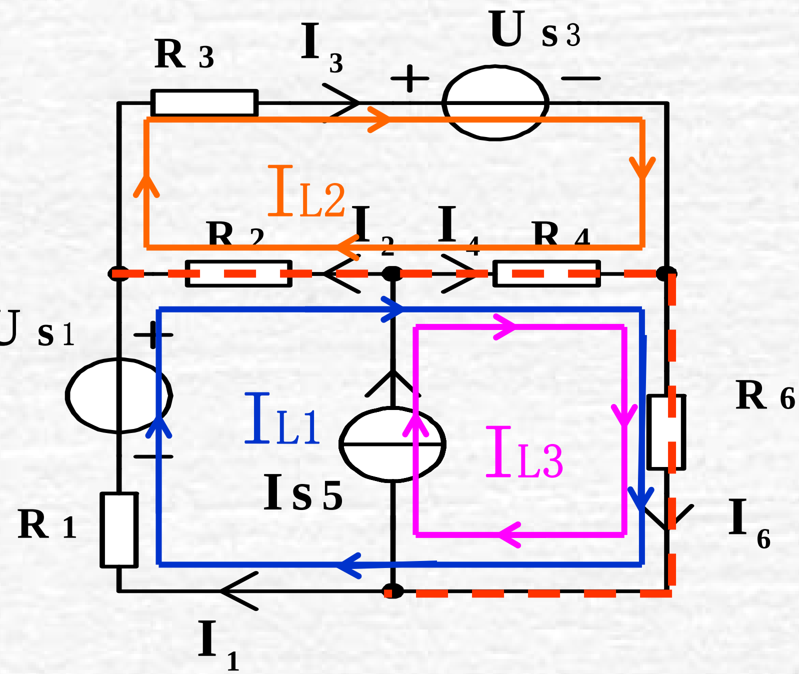
基本回路电压方程可分为三部分：

第一部分：主回路电流在本回路电阻上产生的压降。

第二部分：相邻回路电流在主回路电阻上产生的压降。当相邻回路电流参考方向与主回路电流参考方向在流经公共电阻时一致，互电阻为正，反之为负。

第三部分：主回路电压源电压的代数和，当电压源电动势方向与主回路绕行方向一致时为正，反之为负。





自电阻：主回路上各个电阻之和

互电阻：相邻回路与主回路之间 的公共电阻之和

回路1：$(R_1+R_2+R_4+R_6)\,I_{L1}$ $-(R_2+R_4)\,I_{L2}+(R_4+R_6)\times I_{L3}$ $=U_{S1}$

主回路电流×自电阻　　相邻回路电流×互电阻的代数和

= 主回路电压源电压的代数和

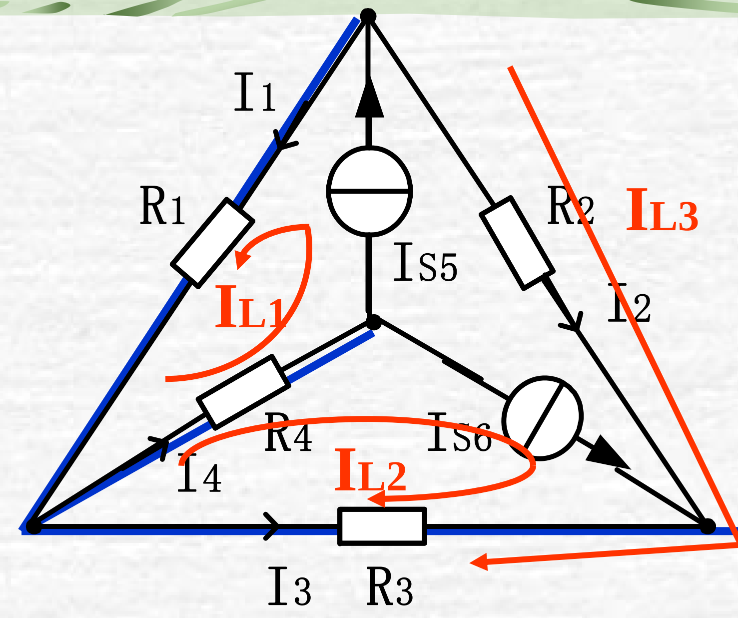
回路2：$-(R_2+R_4)\,I_{L1}+(R_2+R_3+R_4)\,I_{L2}-R_4\times I_{L3}=-U_{S3}$

回路3：$I_{L3}=I_{S5}$

回路电流法的一般方程：

$$\begin{cases} R_{11}I_{L1}+R_{12}I_{L2}+\cdots+R_{1h}I_{Lh}+\cdots+R_{1l}I_{Ll}=U_{SL1} \\ R_{21}I_{L1}+R_{22}I_{L2}+\cdots+R_{2h}I_{Lh}+\cdots+R_{2l}I_{Ll}=U_{SL2} \\ \qquad\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ R_{h1}I_{L1}+R_{h2}I_{L2}+\cdots+R_{hh}I_{Lh}+\cdots+R_{hl}I_{Ll}=U_{SLh} \\ \qquad\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ R_{l1}I_{L1}+R_{l2}I_{L2}+\cdots+R_{lh}I_{Lh}+\cdots+R_{ll}I_{Ll}=U_{SLl} \end{cases}$$

例1 已知R_1=1 Ω，R_2=2Ω，R_3=3 Ω，R_4=4 Ω，I_{S5}=6A，I_{S6}=6A，用回路电流法求支路电流I_2。



解：电路包含两个电流源，选支路1、3、4为树支，回路电流及方向如图，此时只需列一个回路方程

$I_{L1}=I_{S5}$，　$I_{L2}=I_{S6}$

$(R_1+R_2+R_3)I_{L3}-R_1\times I_{L1}+R_3\times I_{L2}=0$

代入数据解得　$I_{L3}=-2\text{A}$

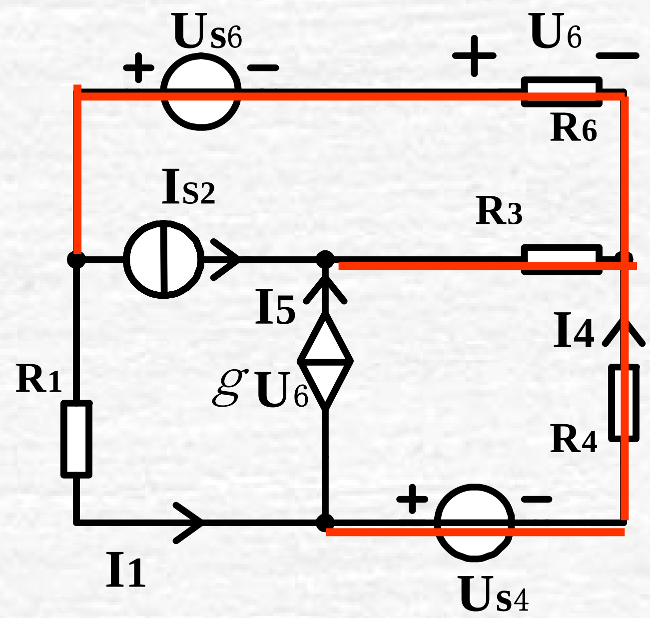
$I_2=-2\text{A}$

含受控源电路

例2 已知$R_1=R_3=R_4=R_6=2\ \Omega$，

$U_{S4}=U_{S6}=2V$，$I_{S2}=1A$，$g=0.5$，

用回路电流法，求电流I_1。



解：1) 对于含受控源的电路，先把受控源当作独立电源来处理。

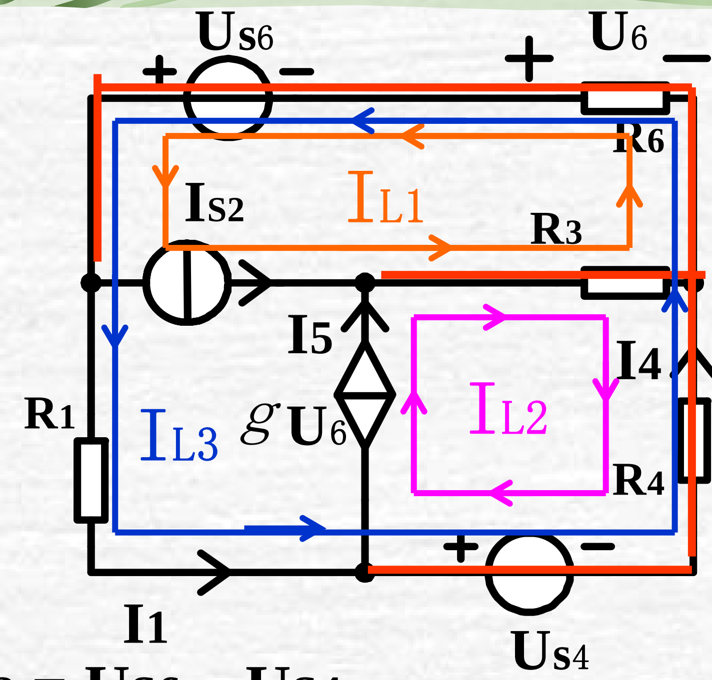
该电路包含两个电流源支路（一个独立源和一个受控源），

选择支路3、4、6为树支。

列回路电压方程如下

$I_{L1} = I_{S2}$

$I_{L2} = gU_6$



$(R_1+R_4+R_6)I_{L3}+R_6\times I_{L1}-R_4\times I_{L2} = U_{S6}-U_{S4}$

2) 附加方程

$U_6 = -R_6(I_{L1}+I_{L3})$

代入数据得: $6\times I_{L3}+2\times 1+2\times 0.5\times 2\times(1+I_{L3}) = 0$

$I_{L3} = -0.5A$, $I_1 = -0.5A$

小　结

1）选择树，以基本回路电流作为独立变量，列写b-n+1个基本回路（单连支回路）KVL方程，先求出基本回路电流，然后再进一步求取其他电路变量，这种方法称为回路电流法;

2）回路电流方程的一般形式为:

主基本回路电流×自电阻 + 相邻基本回路电流×互电阻

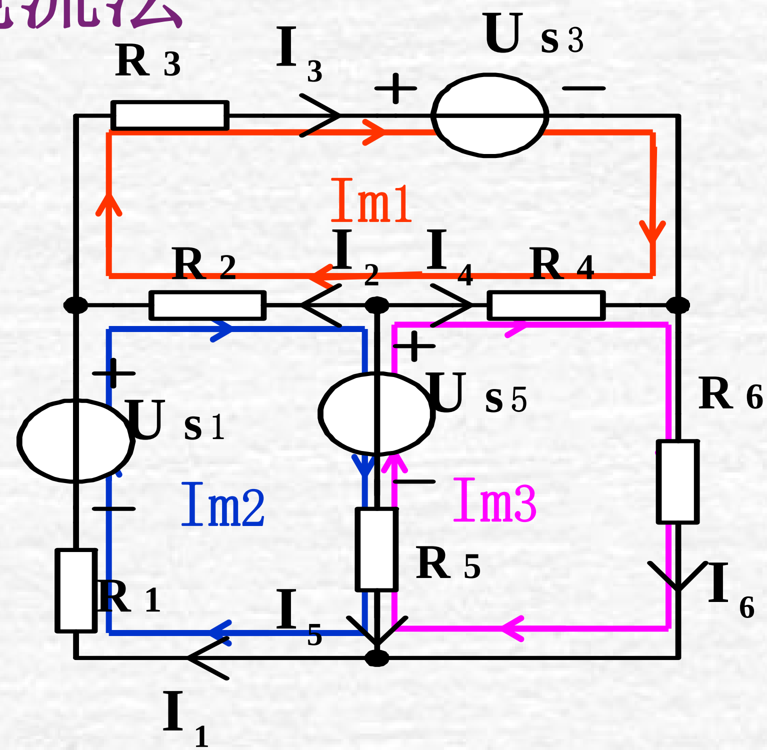
= 主基本回路电压源电压的代数和

注：当相邻回路电流参考方向与主回路电流参考方向在流经公共电阻时一致，互电阻为正，反之为负。

3）含受控源电路，先将其视作独立电源处理，然后列写附加方程，建立控制变量与回路电流变量之间的关系。

2-4　网孔电流法

网孔电流法分析解决问题的出发点是：对于电路中实际流动的支路电流，看作一组假想的网孔电流的叠加。

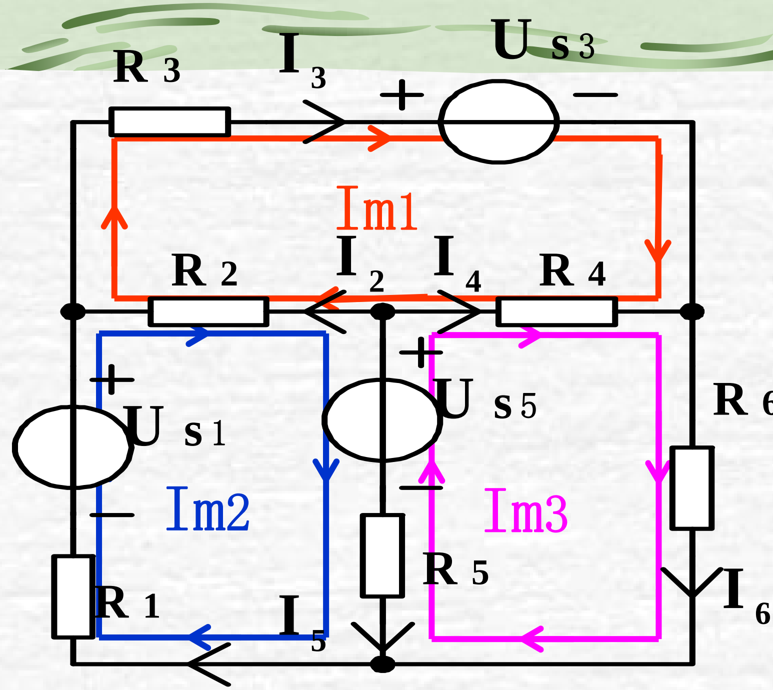


如图所示，各支路中实际流动的支路电流I1~I6，现假设网孔中流动的电流为Im1、 Im2 、 Im3，那么，可以用网孔电流来表示各个支路电流：

$I_1=I_{m2}$，　$I_2=I_{m1}-I_{m2}$，　$I_3=I_{m1}$

$I_4=I_{m3}-I_{m1}$，　$I_5=I_{m2}-I_{m3}$，　$I_6=I_{m3}$

推求用网孔电流法求解电路的方程：



1）选定各网孔电流的参考方向；

2）根据KVL，列写各网孔回路的电压方程；

网孔1：$R_2 \times I_2 + R_3 \times I_3 - R_4 \times I_4 = -U_{S3}$

网孔2：$-R_2 \times I_2 + R_5 \times I_5 + R_1 \times I_1 = U_{S1} - U_{S5}$

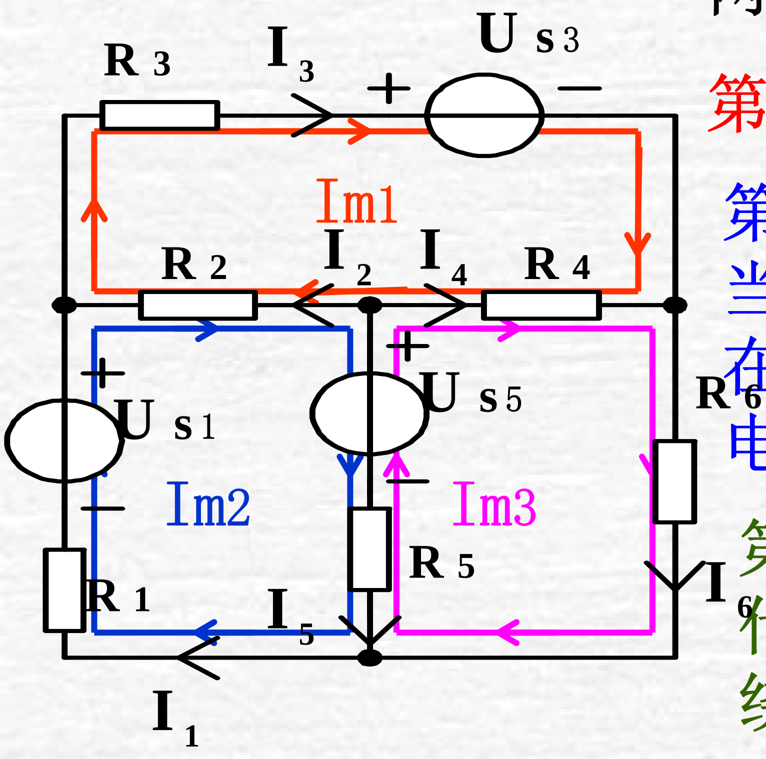
网孔3：$R_4 \times I_4 + R_6 \times I_6 - R_5 \times I_5 = U_{S5}$

将$I_1=I_{m2}$，$I_2=I_{m1}-I_{m2}$，$I_3=I_{m1}$，$I_4=I_{m3}-I_{m1}$，$I_5=I_{m2}-I_{m3}$，$I_6=I_{m3}$ 代入上述网孔的KVL方程，并整理得到：

网孔1：$(R_2+R_3+R_4)\,I_{m1}-R_2\times I_{m2}-R_4\times I_{m3}=-U_{s3}$

网孔2：$-R_2\times I_{m1}+(R_1+R_2+R_5)\,I_{m2}-R_5\times I_{m3}=U_{s1}-U_{s5}$

网孔3：$-R_4\times I_{m1}-R_5\times I_{m2}+(R_4+R_5+R_6)\,I_{m3}=U_{s5}$

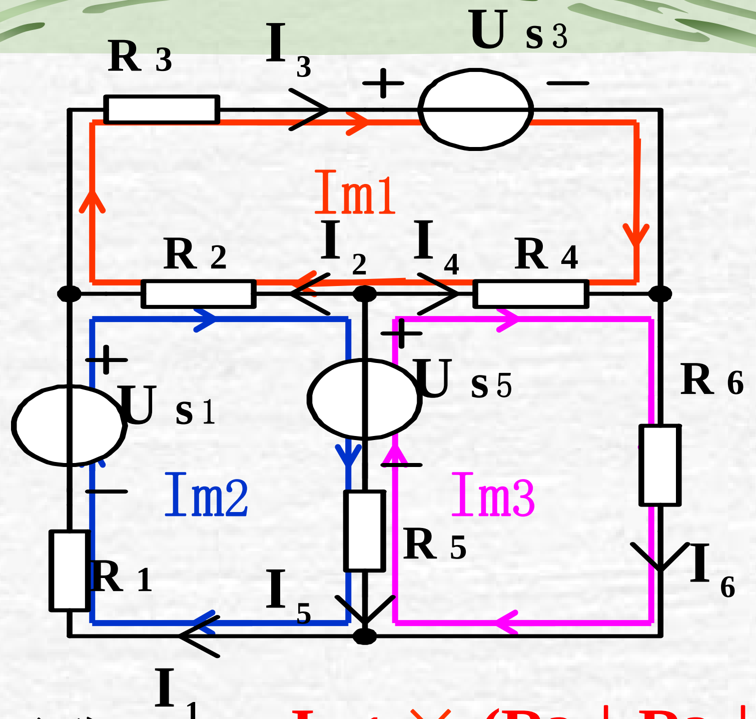


网孔回路电压方程可分为三部分：

第一部分：主网孔电流乘以自电阻

第二部分：相邻网孔电流乘以互电阻。当相邻网孔电流参考方向与主网孔电流在流经公共电阻时参考方向一致时，互电阻为正，反之为负。

第三部分：主网孔回路中电压源电压的代数和，当电压源电动势方向与主网孔绕行方向一致时为正，反之为负。



网孔1: $I_{m1} \times (R_2+R_3+R_4) - R_2 \times I_{m2} - R_4 \times I_{m3} = -U_{s3}$

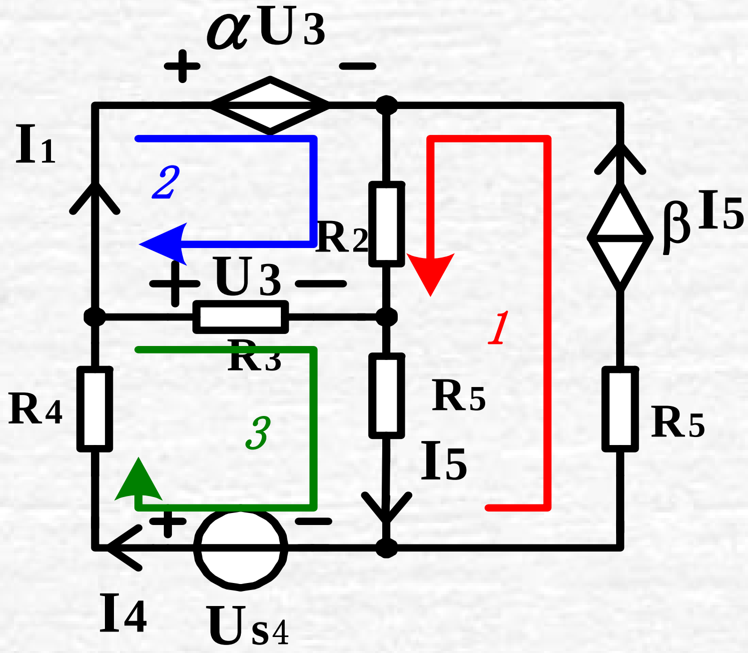
主网孔电流×自电阻　　相邻网孔电流×互电阻的代数和

= 主网孔电压源电压的代数和

网孔2: $-R_2 \times I_{m1} + (R_1+R_2+R_5) I_{m2} - R_5 \times I_{m3} = U_{s1} - U_{s5}$

网孔3: $-R_4 \times I_{m1} - R_5 \times I_{m2} + (R_4+R_5+R_6) I_{m3} = U_{s5}$

例　已知R_2=2Ω，R_3=3 Ω，R_4=4 Ω，R_5=5 Ω, R_6=6 Ω, α=β=2, U_{S4}=4V，用网孔电流法求 I_1 和I_4 。



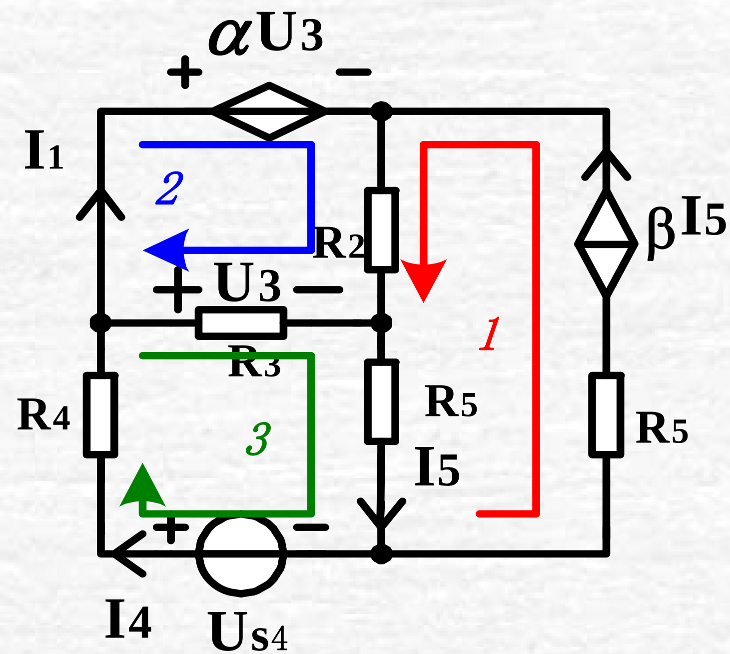
解：该电路包含受控源，取回路电流及参考方向如图，列写各网孔电流方程

$$I_{m1} = \beta I_5$$

$$(R_2+R_3)I_{m2}+R_2\times I_{m1}-R_3\times I_{m3} = -\alpha U_3$$

$$(R_3+R_4+R_5)I_{m3}+R_5\times I_{m1}-R_3\times I_{m2} = U_{S4}$$

列附加方程，把控制变量U_3 和 I_5用网孔电流来表示



$U_3 = R_3(I_{m3} - I_{m2})$

$I_5 = I_{m1} + I_{m3}$

代入数据得

$$
\begin{cases}
I_{m1} = 2I_5 \\
5\times I_{m2} + 2\times I_{m1} - 3\times I_{m3} = -2U_3 \\
12\times I_{m3} + 5\times I_{m1} - 3\times I_{m2} = 4 \\
U_3 = 3\times (I_{m3} - I_{m2}) \\
I_5 = I_{m1} + I_{m3}
\end{cases}
$$

解得 $I_{m2} = -0.8\ A$，

$I_{m3} = 0.8A$，$I_{m1} = -1.6A$

$I_1 = I_{m2} = -0.8\ A$， $I_4 = I_{m3} = 0.8A$

小 结

以网孔电流作为独立变量，列写b-n+1个网孔回路的KVL方程，先求出网孔电流，然后再进一步求取其他电路变量，这种方法称为网孔电流法。

网孔电压方程的一般形式为:

主网孔电流×自电阻 + 相邻网孔电流×互电阻

= 主网孔电压源电压的代数和

注 ： 当相邻网孔电流参考方向与主网孔电流参考方向在流经公共电阻时一致，互电阻为正，反之为负。

含受控源电路，先其视作独立电源处理，然后列写附加方程，建立控制变量与网孔电流变量之间的关系。

The end