Pregunta 1

Correcte

Puntuació 1,00 sobre 1,00

Marca la pregunta

Siguin $f_1(x)$ i $f_2(x)$ dos funcions tals que el polinomi de Taylor centrat a $x_0 = \frac{13}{8}$ de menor grau diferent de 0 de la funció $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$ és x^{40}. Llavors

Trieu-ne una o més:

- [ ] a. l'error comés al aproximar $f_1(x)$ per $f_2(x)$ per valors de x al voltant de $x_0 = \frac{13}{8}$ és $O\left(\left(x - \frac{13}{8}\right)^{41}\right)$.
- [ ] b. l'error comés al aproximar $f_2(x)$ per $f_1(x)$ per valors de x al voltant de $x_0 = \frac{13}{8}$ és $O\left(\left(x - \frac{13}{8}\right)^{41}\right)$.
- [x] c. l'error comés al aproximar $f_2(x)$ per $f_1(x)$ per valors de x al voltant de $x_0 = \frac{13}{8}$ és $O\left(\left(x - \frac{13}{8}\right)^{40}\right)$. ✓
- [x] d. l'error comés al aproximar $f_1(x)$ per $f_2(x)$ per valors de x al voltant de $x_0 = \frac{13}{8}$ és $O\left(\left(x - \frac{13}{8}\right)^{40}\right)$. ✓

Elegimos las dos soluciones con el mismo exponente.

Pregunta 2

Correcte

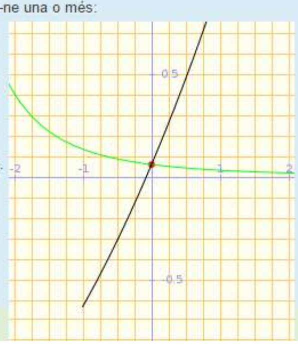
Puntuació 1,00 sobre 1,00

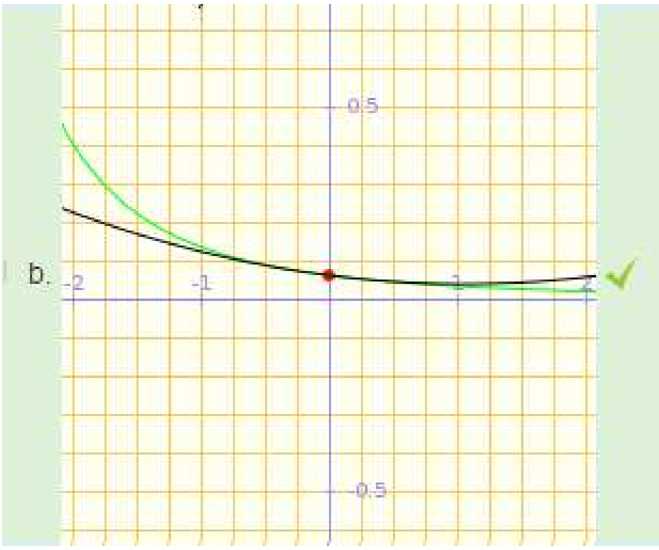
Marca la pregunta

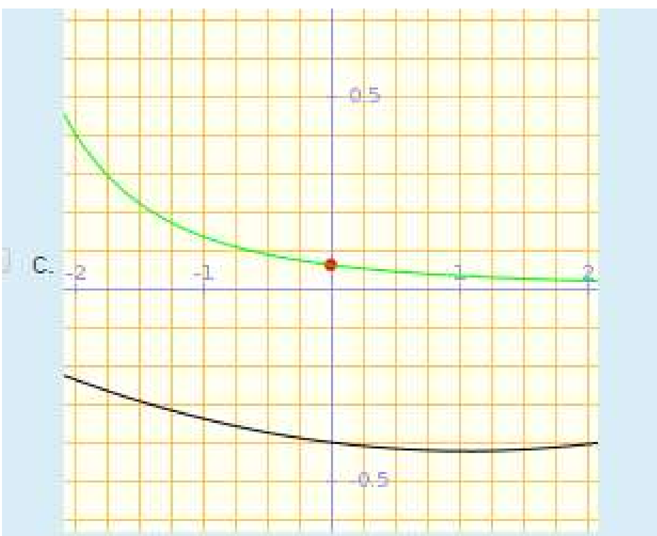
Donada la funció $f: x \mapsto \frac{1472}{320x^3 + 4080x^2 + 17340x + 24565}$, quin dels següents dibuixos poden representar $f(x)$ i el seu polinomi de Taylor $\frac{141312}{7099285}x^2 - \frac{17664}{417605}x + \frac{1472}{24565}$ centrat a $x_0 = 0$.

Trieu-ne una o més:

- [ ] a.







Cogemos la que coincida en el punto rojo y sea mas parecida a la funcion.

Pregunta 3

Correcte

Puntuació 1,00 sobre 1,00

Marca la pregunta

Donada la funció $f: x \mapsto 2\sin(x-1)$, determineu el seu polinomi de Taylor de grau 8 centrat a $x_0 = 1$.

Trieu-ne una o més:

- a. $x^8 - \frac{1}{2520}x^7 + \frac{1}{360}x^6 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{5}{72}x^4 - \frac{13}{72}x^3 + \frac{101}{120}x^2 + \frac{389}{360}x + \frac{1429}{2520}$
- b. $-\frac{1}{2520}x^7 + \frac{1}{360}x^6 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{5}{72}x^4 - \frac{13}{72}x^3 + \frac{101}{120}x^2 + \frac{389}{360}x - \frac{4241}{2520}$ ✓
- c. $x^8 - \frac{1}{2520}x^7 + \frac{1}{360}x^6 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{5}{72}x^4 - \frac{13}{72}x^3 + \frac{101}{120}x^2 + \frac{389}{360}x - \frac{4241}{2520}$
- d. $-\frac{1}{2520}x^7 + \frac{1}{360}x^6 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{5}{72}x^4 - \frac{13}{72}x^3 + \frac{101}{120}x^2 + \frac{389}{360}x - \frac{9911}{2520}$

> $f := 2\sin(x-1)$

$$f := 2\sin(x-1) \qquad (1)$$

> $taylor(f, x = 1, 8)$

$$2(x-1) - \frac{1}{3}(x-1)^3 + \frac{1}{60}(x-1)^5 - \frac{1}{2520}(x-1)^7 + O\left((x-1)^9\right) \qquad (2)$$

Copiamos el reultado hasta el exponente que necsitemos (menos la variable O) y la definimos en g.

> $g := 2(x-1) - \frac{1}{3}(x-1)^3 + \frac{1}{60}(x-1)^5 - \frac{1}{2520}(x-1)^7$

$$g := 2x - 2 - \frac{1}{3}(x-1)^3 + \frac{1}{60}(x-1)^5 - \frac{1}{2520}(x-1)^7 \qquad (3)$$

> $sort(expand(g))$

$$-\frac{1}{2520}x^7 + \frac{1}{360}x^6 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{5}{72}x^4 - \frac{13}{72}x^3 + \frac{101}{120}x^2 + \frac{389}{360}x - \frac{4241}{2520} \qquad (4)$$

Pregunta 4

Correcte

Puntuació 1,00 sobre 1,00

Marca la pregunta

Siguin $g(x) = \cos(x)$, $h(x) = \tan(x)$ i $f(x) = g(h(x))$. Determineu el polinomi de Taylor de $f(x)$ de grau 4 centrat a $x_0 = 0$

.

Trieu-ne una o més:

- a. $\frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1$
- b. $\frac{1}{3}x^3 + x$
- c. $-\frac{7}{24}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1$ ✓
- d. $-\frac{31}{24}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 1$

> $h := \tan(x)$

$$h := \tan(x) \qquad (5)$$

> $g := \cos(h)$

$$g := \cos(\tan(x)) \qquad (6)$$

> $taylor(g, x = 0, 5)$

$$1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{24}x^4 + O(x^6) \qquad (7)$$

> $f := 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{24}x^4$

$$f := 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{24}x^4 \qquad (8)$$

> $sort(f)$

$$-\frac{7}{24}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1 \qquad (9)$$

Pregunta 5

Correcte

Puntuació 1,00 sobre 1,00

Marca la pregunta

Donada la funció $f(x) = \frac{\sin(x)}{x+1}$, determineu el seu polinomi de Taylor de grau 2 centrat a $x_0 = 0$.

Trieu-ne una o més:

- a. $-2x^2 + x + \frac{15}{4}$
- b. x
- c. $-x^2 + x$ ✓
- d. $x^2 - x + 1$

> $f := \frac{\sin(x)}{x+1}$

$$f := \frac{\sin(x)}{x+1} \qquad (10)$$

> $taylor(f, x = 0, 3)$

$$x - x^2 + O(x^3) \qquad (11)$$

> $f := x - x^2$

$$f := -x^2 + x \qquad (12)$$

> $sort(f)$

$$-x^2 + x \qquad (13)$$

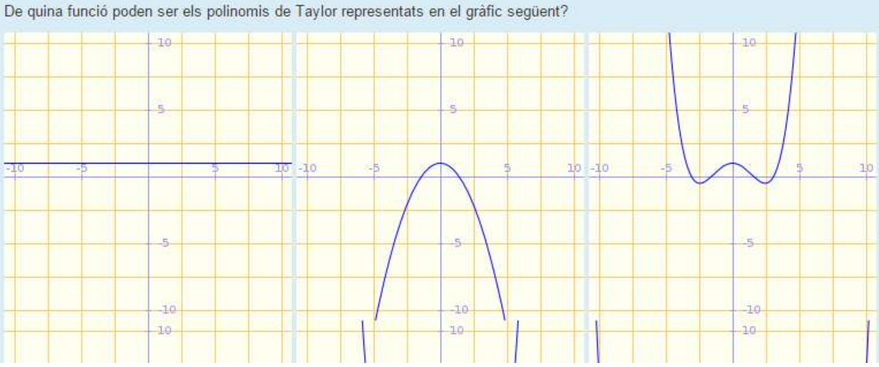
Pregunta 6

Correcte

Puntuació 1,00 sobre 1,00

Marca la pregunta

De quina funció poden ser els polinomis de Taylor representats en el gràfic següent?



Trieu-ne una o més:

- [x] a. $\cos(x)$ ✓
- [ ] b. $\sin(x)$
- [ ] c. $\ln(x+1)$

> $taylor(\cos(x), x = 0, 10)$

$$1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6 + \frac{1}{40320}x^8 + O(x^{10}) \qquad \textbf{(14)}$$

> $plot\left(-\frac{1}{720}x^6, x\right)$

Pregunta 7

Correcte

Puntuació 1,00 sobre 1,00

Marca la pregunta

Determineu el reste 4-ésim de Taylor, en la seva forma de Lagrange, de la funció $f : x \mapsto \frac{22}{5}\ln\left(x - \frac{15}{4}\right)$ en el punt $x_0 = \frac{19}{4}$.

Trieu-ne una o més:

- [x] a. $\left(\frac{22528}{25600\,\xi^5 - 480000\,\xi^4 + 3600000\,\xi^3 - 13500000\,\xi^2 + 25312500\,\xi - 18984375}\right)\left(x - \frac{19}{4}\right)^5$ ✓
- [ ] b. $\left(\frac{22528}{25600\,\xi^5 - 480000\,\xi^4 + 3600000\,\xi^3 - 13500000\,\xi^2 + 25312500\,\xi - 18984375}\right)\left(x - \frac{19}{4}\right)^4$
- [ ] c. $\left(\frac{-1408}{6400\,x^4 - 96000\,x^3 + 540000\,x^2 - 1350000\,x + 1265625}\right)\left(x - \frac{19}{4}\right)^5$
- [ ] d. $\left(\frac{22}{25}\right)\left(x - \frac{19}{4}\right)^5$

Hay dos respuestas identicas pero con diferente exponente al final. Cogemos la del exponente mayor.