Cognoms, Nom Data

Exercici 4 (4 punts)

(a) (0.5 punts) L'ordenació RADIX funciona correctament quan, per a ordenar els dígits, utilitzem qualsevol algorisme d'ordenació que sigui correcte.

Solució. Fals. L'algorisme d' ordenació ha de ser estable.

(b) (0.5 punts) Donat un vector d' enters $A[1, \dots, n]$, la complexitat d'ordenar-lo utilitzant comptatge és $O(n)$.

Solució Fals. Depens de la grandària de cada enter.

(c) (0.5 punts) Suposem que tenim n intervals $I_i = (e_i, d_i)$, $1 \leq i \leq n$, i que cada interval té associat un pes w_i. Volem trobar un conjunt S d'intervals que no es sobreposen i que maximitzi $\sum_{i \in S} w_i$. Considereu el següent algorisme: Comencem amb el conjunt T que conté tots els intervals. A cada pas, seleccionem de T un interval I_j amb màxim w_j i ho afegim a S. Després eliminem de T l'interval I_j i tots els intervals a T que es sobreposin amb I_j. Repetim fins a no poder seleccionar-ne més. Quin tipus d'esquema algorísmic és aquest algorisme? Es cert que aquest algorisme produeix una solució òptima del problema?

Solució: Es un greedy i com hem vist a classe no produeix sempre una solució òptima.

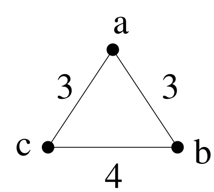
(d) (0.5 punts) Si utilitzem l'algorisme de Huffmann per a comprimir un text format per n símbols que apareixen amb freqüències $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ respectivament, quina és la màxima longitud de compressió d'un símbol que podem obtenir? Doneu un algorisme per obtenir freqüències on es compleixi aquesta condició per a un valor de n donat.

Solució: La màxima longitud és $n-1$. Si agafem $f_i = \frac{1}{2^i}$, per $1 \leq i \leq n-1$ i $f_n = \frac{1}{2^{(n-1)}}$, el últim i el penultim símbol tindran longituds $n-1$.

Podem derivar facilemen l'agorisme que initializa $F[1] = 1/2$ i per $1 < i < n$, fa $F[i] = F[i-1]/2$. Finalment $F[n] = F[n-1]$.

(e) (0.5 punts) Sigui $G = (V, E)$ un graf amb pesos $w(E)$ i sigui T un arbre d'expansió amb cost mínim (MST) a G. Aleshores el camí de pes mínim a G entre dos vèrtexs v_1 i v_2 ha de ser també un camí mínim a T.

Solució FALS, considereu la figura de sota, T conté arestes (c, a) i (a, b) però el camí mínim de c a b és l'aresta (c, b).

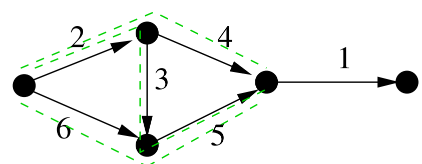


(f) (0.5 punts) Donat un graf no dirigit $G = (V, E)$, definim el seu *diàmetre* d com la màxima distància entre qualsevol parell de vèrtexs de G. Doneu un algorisme, el més eficient possible, que amb entrada un graf no dirigit qualsevol G amb n vèrtexs i m arestes, calculi el diàmetre de G.

Solució: Utilitzant l'algorisme de Bernard-Floyd-Warshall podem obtenir les distanciès entre qualsevol parell de punts. Després hem de calcular el màxim. El cost és $O(n^3)$ tant si és dens com si és espars.

(g) (0.5 punts) És cert que si a una xarxa de flux tots els arcs tenen capacitats amb valors diferents, el flux amb valor màxim és únic?

Solució: Fals. A la figura hi han 3 maneres diferents de definr un flux amb valor màxim.



(h) (0.5 punts) Què és un algorisme d'aproximació? Explica per què l'estratègia voraç, pot ser bona per a produir algorismes d'aproximació per a problemes que són NP-complets. Recordes algun exemple vist a classe?