LAPORAN TUGAS BESAR 1

IF2123 ALJABAR LINIER DAN GEOMETRI

SISTEM PERSAMAAN LINIER, DETERMINAN, DAN APLIKASINYA

Kelompok Made in Jawa

Disusun oleh:

Juan Alfred Widjaya	13522073
Albert	13522081
Ivan Hendrawan Tan	13522111

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

TAHUN 2023

DAFTAR ISI

BAB I
DESKRIPSI MASALAH

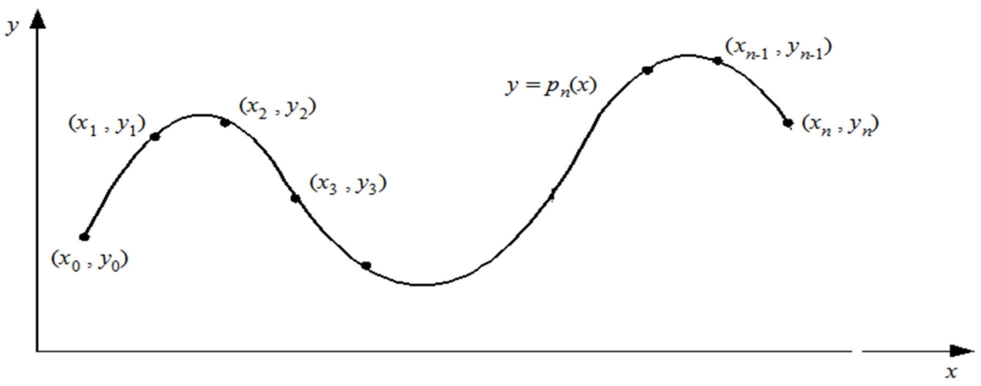
Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Terdapat berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{2} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \mathbf{3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Gambar 1. Eliminasi Gauss dilakukan dengan matriks eselon baris dan eliminasi Gauss-Jordan dengan matriks eselon baris tereduksi.

I. Interpolasi Polinomial

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, (x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n). Tentukan polinom $p_n(x)$ yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga $y_i = p_n(x_i)$ untuk i = 0, 1, 2, …, n.



Gambar 2. Ilustrasi beberapa titik yang diinterpolasi secara polinomial.

Setelah polinom interpolasi $p_n(x)$ ditemukan, $p_n(x)$ dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di sembarang titik di dalam selang $[x_0, x_n]$.

Polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasi titik-titik (x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n). adalah berbentuk $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$. Jika hanya ada dua titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1), maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah $p_1(x) = a_0 + a_1x$ yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), dan (x_2, y_2), maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), dan (x_3, y_3), polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah $p_3(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia $(n+1)$ buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$ untuk $i = 0, 1, 2, \ldots, n$, akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$,

$$
\begin{array}{c}
a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \ldots + a_n x_0^n = y_0 \\
a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \ldots + a_n x_1^n = y_1 \\
\ldots \qquad\qquad \ldots \\
a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_n x_n^n = y_n
\end{array}
$$

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai a_0, a_1, …, a_n, diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513). Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada $x = 9.2$. Polinom kuadratik berbentuk $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$. Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sistem persamaan lanjar yang terbentuk adalah

$$a_0 + 8.0a_1 + 64.00a_2 = 2.0794$$

$$a_0 + 9.0a_1 + 81.00a_2 = 2.1972$$

$$a_0 + 9.5a_1 + 90.25a_2 = 2.2513$$

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan $a_0 = 0.6762$, $a_1 = 0.2266$, dan $a_2 = -0.0064$. Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah $p_2(x) = 0.6762 + 0.2266x - 0.0064x^2$. Dengan menggunakan polinom ini, maka nilai fungsi pada x = 9.2 dapat ditaksir sebagai berikut: $p_2(9.2) = 0.6762 + 0.2266(9.2) - 0.0064(9.2)^2 = 2.2192$.

II. Regresi Linier Berganda

Regresi Linear merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada persamaan jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat persamaan umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

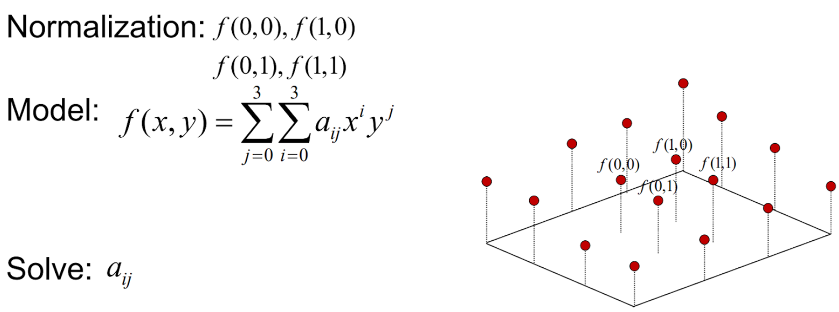
$$\begin{array}{rlllll}
nb_0 + & b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + & b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + & b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} & + \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki}y_i
\end{array}$$

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

III. *Bicubic Spline Interpolation*

Bicubic spline interpolation adalah metode interpolasi yang digunakan untuk mengaproksimasi fungsi di antara titik-titik data yang diketahui. *Bicubic spline interpolation* melibatkan konsep *spline* dan konstruksi serangkaian polinomial kubik di dalam setiap sel segi empat dari data yang diberikan. Pendekatan ini menciptakan permukaan yang halus dan kontinu, memungkinkan untuk perluasan data secara visual yang lebih akurat daripada metode interpolasi linear.

Dalam pemrosesan menggunakan interpolasi *bicubic spline* digunakan 16 buah titik, 4 titik referensi utama di bagian pusat, dan 12 titik di sekitarnya sebagai aproksimasi turunan dari keempat titik referensi untuk membagun permukaan bikubik. Bentuk pemodelannya adalah sebagai berikut.



Gambar 3. Pemodelan interpolasi *bicubic spline*.

Selain melibatkan model dasar, juga digunakan model turunan berarah dari kedua sumbu, baik terhadap sumbu x, sumbu y, maupun keduanya. Persamaan polinomial yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$f(x,y)=\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3}a_{ij}x^i y^j$$

$$f_x(x,y)=\sum_{j=0}^{3}\sum_{i=1}^{3}a_{ij}ix^{i-1}y^j$$

$$f_y(x,y)=\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=0}^{3}a_{ij}jx^i y^{j-1}$$

$$f_{xy}(x,y)=\sum_{j=0}^{3}\sum_{i=0}^{3}a_{ij}ijx^{i-1}y^{j-1}$$

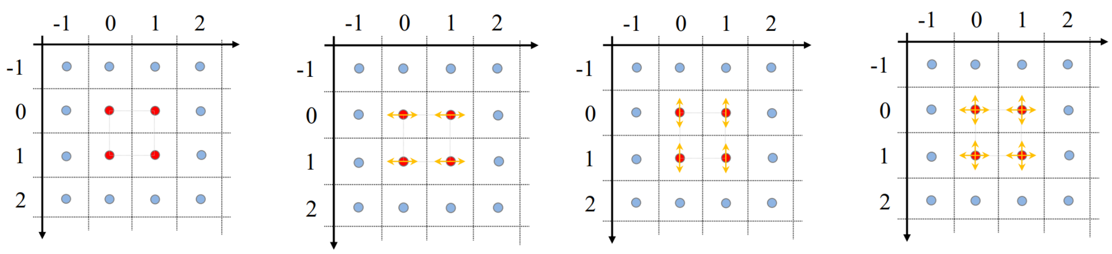
Dengan menggunakan nilai fungsi dan turunan berarah tersebut, dapat terbentuk sebuah matriks solusi X yang membentuk persamaan penyelesaian sebagai berikut.

$$y = Xa$$

$$\begin{bmatrix} f(0,0) \\ f(1,0) \\ f(0,1) \\ f(1,1) \\ f_x(0,0) \\ f_x(1,0) \\ f_x(0,1) \\ f_x(1,1) \\ f_y(0,0) \\ f_y(1,0) \\ f_y(0,1) \\ f_y(1,1) \\ f_{xy}(0,0) \\ f_{xy}(1,0) \\ f_{xy}(0,1) \\ f_{xy}(1,1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 2 & 4 & 6 & 0 & 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \\ a_{01} \\ a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{02} \\ a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \\ a_{03} \\ a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{bmatrix}$$

Perlu diketahui bahwa elemen pada matriks X adalah nilai dari setiap komponen koefisien a_{ij} yang diperoleh dari persamaan fungsi maupun persamaan turunan yang telah dijelaskan sebelumnya. Sebagai contoh, elemen matriks X pada baris 8 kolom ke 2 adalah koefisien dari a_{10} pada ekspansi sigma untuk $f_x(1, 1)$ sehingga diperoleh nilai konstanta 1 x 1^{1-1} x 1^0 = 1, sesuai dengan isi matriks X.

Nilai dari vektor a dapat dicari dari persamaan $y = Xa$, lalu vektor a tersebut digunakan sebagai nilai variabel dalam $f(x, y)$, sehingga terbentuk fungsi interpolasi bicubic sesuai model. Tugas Anda pada studi kasus ini adalah membangun persamaan $f(x, y)$ yang akan digunakan untuk melakukan interpolasi berdasarkan nilai $f(a, b)$ dari masukan matriks 4 x 4. Nilai masukan a dan b berada dalam rentang [0, 1]. Nilai yang akan diinterpolasi dan turunan berarah disekitarnya dapat diilustrasikan pada titik berwarna merah pada gambar di bawah.



Gambar 4. Nilai fungsi yang akan di interpolasi pada titik merah, turunan berarah terhadap sumbu x, terhadap sumbu y, dan keduanya (kiri ke kanan).

Untuk studi kasus ini, buatlah matriks X menggunakan persamaan yang ada (tidak *hardcode*) serta carilah invers matriks X dengan *library* yang telah dibuat dalam penyelesaian masalah.

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa interpolasi *bicubic spline* dapat digunakan untuk menciptakan permukaan yang halus pada gambar. Oleh karena itu, selain persamaan dasar $y = Xa$ yang telah dijabarkan, persamaan ini juga dapat menggunakan data sebuah citra untuk menciptakan kualitas gambar yang lebih baik. Misalkan $I(x, y)$ merupakan nilai dari suatu citra gambar pada posisi (x, y), maka dapat digunakan persamaan nilai dan persamaan turunan berarah sebagai berikut.

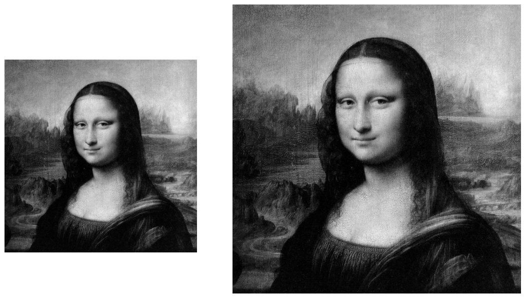
$$f(x,y) = I(x,y)$$
$$f_x(x,y) = [I(x+1,y) - I(x-1,y)]/2$$
$$f_y(x,y) = [I(x,y+1) - I(x,y-1)]/2$$
$$f_{xy}(x,y) = [I(x+1,y+1) - I(x-1,y) - I(x,y-1) - I(x,y)]/4$$

Sistem persamaan tersebut dapat dipetakan menjadi sebuah matriks (dalam hal ini matriks D) dengan gambaran lengkap seperti yang tertera di bawah.

$$y = DI$$

$$\begin{bmatrix} f(0,0) \\ f(1,0) \\ f(0,1) \\ f(1,1) \\ f_x(0,0) \\ f_x(1,0) \\ f_x(0,1) \\ f_x(1,1) \\ f_y(0,0) \\ f_y(1,0) \\ f_y(0,1) \\ f_y(1,1) \\ f_{xy}(0,0) \\ f_{xy}(1,0) \\ f_{xy}(0,1) \\ f_{xy}(1,1) \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I(-1,-1) \\ I(0,-1) \\ I(1,-1) \\ I(2,-1) \\ I(-1,0) \\ I(0,0) \\ I(1,0) \\ I(2,0) \\ I(-1,1) \\ I(0,1) \\ I(1,1) \\ I(2,1) \\ I(-1,2) \\ I(0,2) \\ I(1,2) \\ I(2,2) \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan kedua persamaan nilai y yang telah disebutkan dan dibahas sebelumnya, dapatkan nilai a yang lebih baik dan akurat dalam pemrosesan citra gambar, kemudian gunakan nilai dan persamaan $f(x, y)$ yang terbentuk untuk memperbaiki kualitas citra gambar monokrom pasca perbesaran dengan skala tertentu dengan melakukan interpolasi *bicubic spline*. Berikut adalah contohnya.



Gambar 5. Sebuah citra gambar asal (kiri) dan hasil perbesarannya dengan skala 1.5 (kanan).

SPESIFIKASI TUGAS

1. Buatlah pustaka (*library* atau *package*) dalam **Bahasa Java** untuk menemukan solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah *Cramer* (kaidah *Cramer* khusus untuk SPL dengan *n* peubah dan *n* persamaan), menghitung determinan matriks dengan reduksi baris dan dengan ekspansi kofaktor, dan menghitung balikan matriks.
2. Gunakan pustaka di atas untuk membuat program penyelesaian berbagai persoalan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi dan regresi linier, menghitung matriks balikan, menghitung determinan matriks dengan berbagai metode (reduksi baris dan ekspansi kofaktor).

Spesifikasi program adalah sebagai berikut:

1. Program dapat menerima masukan (*input*) baik dari *keyboard* maupun membaca masukan dari *file text*. Untuk SPL, masukan dari *keyboard* adalah *m*, *n*, koefisien a_{ij} , dan b_i. Masukan dari *file* berbentuk matriks *augmented* tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

   3 4.5 2.8 10 12
   -3 7 8.3 11 -4
   0.5 -10 -9 12 0

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari *keyboard* adalah *n* dan koefisien a_{ij}. Masukan dari *file* berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

   3 4.5 2.8
   -3 7 8.3
   0.5 -10 -9

   Luaran (*output*) disesuaikan dengan persoalan (determinan atau invers) dan penghitungan balikan/invers dilakukan dengan metode matriks balikan dan adjoin.

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n, (x_0, y_0), (x_1, y_1), …, (x_n, y_n), dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari *file*, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Masukan kemudian dilanjutkan dengan satu buah baris berisi satu buah nilai x yang akan ditaksir menggunakan fungsi interpolasi yang telah didefinisikan. Misalnya jika titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513) dan akan mencari nilai y saat x = 8.3, maka di dalam *file text* ditulis sebagai berikut:

   8.0 2.0794

   9.0 2.1972

   9.5 2.2513

   8.3

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari *keyboard* adalah n (jumlah peubah x), m (jumlah sampel), semua nilai-nilai x_{1i}, x_{2i}, …, x_{ni}, nilai y_i, dan nilai-nilai x_k yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari *file*, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.
5. Untuk persoalan SPL, luaran program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x_4 = -2$, $x_3 = 2s - t$, $x_2 = s$, dan $x_1 = t$).
6. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan. Contoh luaran untuk interpolasi adalah

   $$f(x) = -0.0064x^2 + 0.2266x + 0.6762,\quad f(5) = \ldots$$

   dan untuk regresi adalah

   $$f(x) = -9.5872 + 1.0732x_1,\quad f(x_k) = \ldots$$

7. Untuk persoalan *bicubic spline interpolation*, masukan dari *file text* (.txt) yang berisi matriks berukuran 4 x 4 yang berisi konfigurasi nilai fungsi dan turunan berarah disekitarnya, diikuti dengan nilai a dan b untuk mencari nilai $f(a, b)$.

   Misalnya jika nilai dari $f(0, 0)$, $f(1, 0)$, $f(0, 1)$, $f(1, 1)$, $f_x(0, 0)$, $f_x(1, 0)$, $f_x(0, 1)$, $f_x(1, 1)$, $f_y(0, 0)$, $f_y(1, 0)$, $f_y(0, 1)$, $f_y(1, 1)$, $f_{xy}(0, 0)$, $f_{xy}(1, 0)$, $f_{xy}(0, 1)$, $f_{xy}(1, 1)$ berturut-turut adalah 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 serta nilai a dan b yang dicari berturut-turut adalah 0.5 dan 0.5 maka isi *file text* ditulis sebagai berikut:

   1 2 3 4

   5 6 7 8

   9 10 11 12

   13 14 15 16

   0.5 0.5

   Luaran yang dihasilkan adalah nilai dari $f(0.5, 0.5)$.
8. Luaran program harus dapat ditampilkan **pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam *file***.
9. Bahasa program yang digunakan adalah Java. Anda bebas untuk menggunakan versi java apapun dengan catatan di atas java versi 8 (8/9/11/15/17/19/20).

10. Program **tidak harus** berbasis GUI, cukup *text-based* saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas *Eclipse* misalnya).
11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu:

    MENU

    1. Sistem Persamaaan Linier
    2. Determinan
    3. Matriks balikan
    4. Interpolasi Polinom
    5. Interpolasi Bicubic Spline
    6. Regresi linier berganda
    7. Keluar

    Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode:

    1. Metode eliminasi Gauss
    2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
    3. Metode matriks balikan
    4. Kaidah Cramer

    Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

BAB II
TEORI SINGKAT

Metode Gauss adalah salah satu metode penyederhanaan matriks untuk mencari nilai dari suatu variabel. Hasil matriks dari metode Gauss disebut dengan matriks eselon baris. Matriks eselon baris memiliki tiga sifat yaitu jika sebuah baris tidak terdiri dari seluruhnya nol, maka bilangan tidak nol pertama di dalam baris tersebut adalah 1 (disebut 1 utama); jika ada baris yang seluruhnya nol, maka semua baris itu dikumpulkan pada bagian bawah matriks; di dalam dua baris berurutan yang tidak seluruhnya nol, maka 1 utama pada baris yang lebih rendah terdapat lebih jauh ke kanan daripada 1 utama pada baris yang lebih tinggi.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Metode Gauss-Jordan merupakan pengembangan lebih lanjut dari metode eliminasi Gauss, metode ini menghasilkan matriks eselon baris tereduksi. Metode ini menerapkan operasi baris elementer matriks *augmented* agar terbentuk matriks eselon baris tereduksi. Metode ini langsung menghasilkan nilai variabel jika solusinya unik.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Determinan adalah suatu nilai yang didapat dari menghitung unsur-unsur suatu matriks persegi. Determinan suatu matriks bisa dihitung dengan metode Gauss atau ekspansi kofaktor.

$$[A] \overset{\text{OBE}}{\sim} [\text{matriks segitiga bawah}]$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \overset{\text{OBE}}{\sim} \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ 0 & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & a'_{3n} \\ 0 & 0 & 0 & a'_{nn} \end{bmatrix}$$

maka $\det(A) = (-1)^p \, a'_{11}a'_{22} \dots a'_{nn}$ *)

p menyatakan banyaknya operasi pertukaran baris di dalam OBE

- Misalkan A adalah matriks berukuran n x n

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

- Didefinisikan:

  M_{ij} = minor entri a_{ij}
  = determinan upa-matriks (*submatrix*) yang elemen-elemennya tidak berada pada baris *i* dan kolom *j*

  $C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ = kofaktor entri a_{ij}

- Dengan menggunakan kofaktor, maka determinan matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

dapat dihitung dengan <u>salah satu</u> dari persamaan berikut:

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + \dots + a_{1n}C_{1n}$$
$$\det(A) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{2n}C_{2n}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{n1}C_{n1} + a_{n2}C_{n2} + \dots + a_{nn}C_{nn}$$

Secara baris

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \dots + a_{n1}C_{n1}$$
$$\det(A) = a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + \dots + a_{n2}C_{n2}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{1n}C_{1n} + a_{2n}C_{2n} + \dots + a_{nn}C_{nn}$$

Secara kolom

Matriks balikan, sesuai namanya merupakan matriks baru yang merupakan kebalikan dari matriks asalnya. Invers matriks jika dikalikan dengan matriks asalnya akan menghasilkan matriks identitas. Matriks balikan dapat dicari dengan adjoin atau eliminasi Gauss-Jordan.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\ \mathrm{adj}(A)$$

$$[A|I] \overset{\text{G-J}}{\sim} [I|A^{-1}]$$

Matriks kofaktor adalah metode untuk mencari determinan dari suatu matriks. Metode ini menggunakan determinan matriks yang berukuran sama seperti awalnya, namun elemen pada matriks berisi kofaktor dari minor setiap baris i dan kolom j, kofaktor tersebut didapat dari perkalian -1 berpangkat i tambah j lalu dikali dengan minor.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

M_{ij} = minor entri a_{ij}

= determinan upa-matriks (*submatrix*) yang elemen-elemennya tidak berada pada baris *i* dan kolom *j*

$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ = kofaktor entri a_{ij}

Matriks adjoin adalah matriks yang digunakan untuk mencari invers dari suatu matriks. Matriks adjoin didapat dari melakukan transpose terhadap matriks kofaktor dari soal tersebut.

Kaidah Cramer merupakan salah satu metode untuk mencari solusi yang unik dari suatu SPL dengan syarat determinan matriks tersebut tidak sama dengan nol, SPL tersebut harus dibentuk dengan pola Ax = b. Solusi yang didapat dengan metode ini berasal dari pembagian antara determinan matriks j dengan mengganti elemen pada kolom j dengan matriks b dan determinan matriks awal.

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \quad \ldots, \quad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Interpolasi polinom adalah teknik interpolasi untuk menentukan nilai yang tidak diketahui di antara beberapa titik yang diketahui. Nilai yang tidak diketahui dapat diasumsikan melalui pola data yang kita miliki mengikuti pola polinomial baik berderajat satu (linier) maupun berderajat tinggi.

$$\begin{gathered} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^{\ 2} + \ldots + a_n\,x_0^{\ n} = y_0 \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^{\ 2} + \ldots + a_n\,x_1^{\ n} = y_1 \\ \ldots \qquad\qquad \ldots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n^{\ 2} + \ldots + a_n\,x_n^{\ n} = y_n \end{gathered}$$

Interpolasi *bicubic spline* adalah salah satu metode interpolasi untuk mendapatkan nilai hampiran dari titik-titik yang diketahui. Interpolasi *bicubic spline* memanfaatkan konsep *spline* dan konstruksi serangkaian polinomial kubik di dalam setiap sel segi empat dari data yang diberikan. Aproksimasi ini menghasilkan permukaan yang halus dan kontinu sehingga mungkin untuk melakukan perluasan data secara visual yang lebih akurat daripada dengan metode interpolasi linear.

$$f(x,y) = \sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3} a_{ij}x^i y^j$$

$$f_x(x,y) = \sum_{j=0}^{3}\sum_{i=1}^{3} a_{ij}ix^{i-1} y^j$$

$$f_y(x,y) = \sum_{j=1}^{3}\sum_{i=0}^{3} a_{ij}jx^i y^{j-1}$$

$$f_{xy}(x,y) = \sum_{j=0}^{3}\sum_{i=0}^{3} a_{ij}ijx^{i-1} y^{j-1}$$

Regresi linier berganda merupakan salah satu metode untuk memprediksikan nilai selain menggunakan metode interpolasi polinom. Regresi ini memanfaatkan metode eliminasi Gauss.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap β_i dapat digunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut:

$$\begin{array}{ccccccccc}
nb_0 & + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i \\
\vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} x_{2i} & + & \cdots & + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki} y_i
\end{array}$$

BAB III
IMPLEMENTASI PUSTAKA DAN PROGRAM

1) Matrix.java
   Class ini berisi prosedur dan fungsi yang akan digunakan dalam operasi terhadap matriks.
   - Atribut

Atribut	Deskripsi
private int n_row	Berisi integer yang menyimpan panjang baris
private int n_col	Berisi integer yang menyimpan panjang kolom
private double[][] data	Berisi double yang menyimpan elemen dari matriks

   - Konstruktor

Atribut	Deskripsi
public Matrix(int n_row, int n_col)	Konstruktor untuk membuat matriks dengan isi tipe double serta memiliki baris sebanyak n_row dan kolom sebanyak n_col

   - Prosedur/Fungsi

Prosedur/Fungsi	Deskripsi
public int get_row()	Mengembalikan nilai n_row
public int get_col()	Mengembalikan nilai n_col
public double[][] get_data()	Mengembalikan matriks
public double get_elmt(int row, int col)	Mengembalikan elemen pada baris dan kolom tertentu
public void set_new_size(int new_n_row, int new_n_col)	Mengubah ukuran matriks dengan mengubah banyaknya baris dan kolom

public void set_elmt(int row, int col, double value)	Mengisi elemen pada baris dan kolom tertentu dengan value
public boolean is_empty()	Mengecek apakah matriks kosong
public boolean is_not_empty()	Mengecek apakah matriks tidak kosong
public static int valid_int_input(Scanner scanner, String message, int range_from)	Memvalidasi input dari user agar tetap berada dalam range angka yang diinginkan
public static double valid_double_input(Scanner scanner, String message)	Mengecek apakah input elemen valid atau tidak
public void read_matrix_scan(Scanner scanner)	Membuat matriks dengan input melalui command line
public void read_matrix_spl(Scanner scanner)	Membuat matriks khusus SPL dengan input melalui command line
public void read_square_matrix_scan(Scanner scanner, int min_dimension)	Membuat matriks berbentuk persegi dengan input melalui command line
private void determine_matrix_size_from_file(String file_name)	Mengecek size dari matriks yang diinput melalui txt
public void read_matrix_from_file(Scanner scanner)	Membuat matriks dengan input melalui sebuah file dengan format .txt
public void print_matrix(int x_decimal_places)	Mencetak matriks dengan x_decimal_places desimal di belakang
private void el_row_op(int row_operated, int row_operator, double factor)	Melakukan operasi baris ke matriks sesuai dengan operator
public static double round_x_decimals(double val, int x)	Membulatkan angka tipe double menjadi x desimal di belakang
public void determinant_row_reduction(Scanner scanner)	Proses detail determinan dengan metode reduksi baris
private static double find_determinant_obe(Matrix m0)	Mengembalikan determinan matriks dengan metode OBE
private static double find_determinant(Matrix m)	Mengembalikan determinan matriks dengan metode ekspansi kofaktor

private Matrix find_cofactor_matrix()	Mengembalikan matriks hasil kofaktor dengan metode ekspansi kofaktor
private Matrix find_cofactor_matrix_obe()	Mengembalikan matriks hasil kofaktor dengan metode OBE
public void determinant_cofactor_expansion(Scanner scanner)	Proses detail dalam mencari determinan dengan metode ekspansi kofaktor
private Matrix transpose()	Mengembalikan matriks hasil transpose
public void inverse_adjoint(Scanner scanner)	Proses detail dalam menjadi invers suatu matriks dengan metode adjoin
public Matrix find_inverse_adj()	Mengembalikan matriks hasil invers dengan metode adjoin
public void spl_inverse(Scanner scanner)	Proses detail mencari solusi SPL menggunakan metode matriks invers
public boolean is_baris_0()	Mengecek apakah ada suatu baris yang bernilai 0 semua
public boolean is_baris_i_0(int row)	Mengecek apakah baris ke i dari matriks bernilai 0 semua
public void atur_baris_rapi()	Menukar baris-baris pada matriks sehingga baris dengan jumlah 0 terbanyak terurut dari bawah dan menampilkan prosesnya
public void atur_baris_rapi_silent()	Fungsi yang bekerja sama persis dengan public void atur_baris_rapi(), namun tidak menampilkan prosesnya
public void eliminasi_gauss()	Proses detail mengenai eliminasi gauss
public void eliminasi_gauss_jordan()	Proses detail mengenai eliminasi gauss jordan
public void eliminasi_gauss_jordan_silent()	Sama seperti fungsi public void eliminasi_gauss_jordan() tapi tidak menampilkan prosesnya
public static Matrix multiply_matrix(Matrix m1, Matrix m2)	Mengembalikan matriks hasil perkalian matriks 1 dengan matriks 2
public void row_eselon()	Proses detail dalam mengubah matriks menjadi matriks dengan bentuk eselon

public void row_eselon_silent()	Memiliki proses kerja seperti public void row_eselon() tapi tidak menampilkan prosesnya
public void row_eselon_reduction()	Proses detail dalam mengubah matriks menjadi matriks eselon tereduksi
public void row_eselon_reduction_silent()	Memiliki proses kerja seperti public void row_eselon_reduction() tapi tidak menampilkan prosesnya
public Matrix generateMatrix()	Menghasilkan matriks berukuran 16x16 untuk bicubic
public void read_matrix_bicubic(Scanner scanner)	Proses detail untuk mencari dan menghitung bicubic spline interpolation dengan input dari terminal
public void read_matrix_bicubic_from_file(Scanner scanner)	Proses detail untuk mencari dan menghitung bicubic spline interpolation dengan input dari file
public void cramer(Scanner scanner)	Proses detail untuk mencari solusi SPL dengan metode Cramer dengan matriks berukuran nRow x (nRow+1)
public void inverse_obe(Scanner scanner)	Proses detail dalam mengubah matriks menjadi matriks invers dengan metode OBE
public Matrix find_inverse_obe()	Mengembalikan matriks hasil invers dengan metode OBE
private double[] spl_solution_to_arr()	Mengembalikan solusi SPL dengan metode matriks invers untuk interpolasi polinom
public static void polynomial_interpolation_file(Scanner scanner)	Proses detail untuk mencari interpolasi polinom dengan input dari file
private static boolean is_in_array(double[] arr, double x)	Mengecek apakah ada value bertipe double dalam sebuah array bertipe double
private static double[] push_arr_double(double[] original_arr, double value)	Memasukkan value bertipe double ke dalam array bertipe double
public static String[] push_arr_string(String[] original_arr, String value)	Memasukkan value bertipe string ke dalam array bertipe string

public static void polynomial_interpolation_scan(Scanner scanner)	Proses detail dalam mencari interpolasi polinom dengan input dari command line
public void read_points_reg(Scanner scanner)	Membaca titik untuk regresi linear
public void multiple_linear_regression(Scanner scanner)	Proses detail dalam mencari regresi linier berganda
public String[] to_string_arr()	Mengembalikan array berisi string hasil parse dari matriks
public static void option_output_to_file(String[] data, Scanner scanner)	Menanyakan kepada user apakah mau output dalam bentuk file
public static void display_output_option()	Menanyakan apakah user mau menyimpan output ke dalam file
public static String valid_file_name(Scanner scanner)	Mengecek apakah nama file untuk output valid
public static void print_to_file(String[] data, Scanner scanner)	Menulis hasil output ke dalam file

2) SPL.java

Class ini berisi prosedur dan fungsi yang akan digunakan untuk operasi terhadap SPL

- Atribut

Atribut	Deskripsi
private double value	Berisi double yang menyimpan value
private double[] array	Berisi array yang bertipe double
private boolean isi	Berisi boolean untuk menentukan kosong tidaknya SPL

- Konstruktor

Atribut	Deskripsi
public SPL(double value, double[] array)	Konstruktor untuk membuat SPL dengan isi value bertipe double dan array bertipe double serta menetapkan isi dengan false

- Prosedur/Fungsi

Prosedur/Fungsi	Deskripsi
public double getValue()	Mengembalikan value dari SPL
public double getArray(int i)	Mengembalikan elemen ke i dari array tipe double
public void setValue(double value)	Mengubah value dari SPL
public void setArray(int idx, double value)	Mengubah elemen ke idx dengan value
public void set_isi()	Mengisi "isi" dengan true
public boolean get_isi_noVar()	Mengecek apakah "isi" kosong
public void print_out_solution(int get_col, int a)	Menuliskan solusi dari SPL
public String[] print_out_solutionToFile(int get_col, int a, String[] arrayOfString, String output_msg)	Menuliskan solusi ke dalam file
public static void gauss_result(Matrix m, Scanner scanner)	Menghasilkan SPL hasil metode gauss
public static void gauss_jordan_result(Matrix m, Scanner scanner)	Menghasilkan SPL hasil metode gauss-jordan

3) Main.java

   Class ini merupakan program utama untuk menggunakan kedua class di atas

   - Prosedur/Fungsi

Prosedur/Fungsi	Deskripsi
public static void clear_terminal()	Membersihkan terminal dari hasil input/output pada terminal
public static void press_to_menu(Scanner scanner)	Meminta input Enter untuk kembali ke menu utama
public static void display_menu()	Menampilkan menu utama di terminal

public static void display_submenu_1()	Menampilkan sub menu untuk pilihan 1 di menu utama
public static void display_submenu_2()	Menampilkan sub menu untuk pilihan 2 di menu utama
public static void display_submenu_3()	Menampilkan sub menu untuk pilihan 3 di menu utama
public static void display_input_options()	Menampilkan pilihan input matriks apakah dari command line atau file
public static void display_input_options_iplpol()	Menampilkan pilihan input data interpolasi polinom apakah dari command line atau file
public static void display_input_options_bicubic()	Menampilkan pilihan input bicubic apakah dari command line atau file
public static void display_input_options_mulreg()	Menampilkan pilihan input regresi apakah dari command line atau file
public static void display_input_options_spl()	Menampilkan pilihan input SPL apakah dari command line atau file
public static void display_logo()	Menampilkan logo buatan kami
public static int valid_input_choice(Scanner scanner, int range_from, int range_to)	Mengecek apakah input untuk pilihan yang dimasukkan user valid atau tidak
public static void main(String[] args)	Menjalankan program utama

BAB IV

EKSPERIMEN

1) Temukan solusi SPL Ax = b

   a)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1a.txt
File berhasil terbaca.
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
0.00 1.00 -1.67 -1.00 -1.33
0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00

Tidak ada solusi.
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1a.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.00 0.00 0.67 0.00
0.00 1.00 0.00 -2.67 0.00
0.00 0.00 1.00 -1.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00

Tidak ada solusi.
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1a.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
2.00 5.00 -7.00 -5.00 -2.00
2.00 -1.00 1.00 3.00 4.00
2.00 -1.00 1.00 3.00 4.00
5.00 2.00 -4.00 2.00 6.00

x = (Invers A) * b

Matriks A
1.00 1.00 -1.00 -1.00
2.00 5.00 -7.00 -5.00
2.00 -1.00 1.00 3.00
5.00 2.00 -4.00 2.00

Determinan matriks A = 0. Matriks A tidak memiliki balikan.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

SPL Metode Cramer

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1a.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 1.00 -1.00 -1.00 1.00
2.00 5.00 -7.00 -5.00 -2.00
2.00 -1.00 1.00 3.00 4.00
5.00 2.00 -4.00 2.00 6.00

Determinan matriks A = 0, SPL tidak memiliki solusi yang unik
.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

b)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1b.txt
File berhasil terbaca.
1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00
0.00 1.00 0.00 -1.50 -0.50 1.50
0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 -1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  3.00 + 1.00E
X2 =  2.00E
X3 =  C
X4 =  -1.00 + 1.00E
X5 =  E
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1b.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.00 0.00 0.00 -1.00 3.00
0.00 1.00 0.00 0.00 -2.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 -1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  3.00 + 1.00E
X2 =  2.00E
X3 =  C
X4 =  -1.00 + 1.00E
X5 =  E
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1b.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00
1.00 1.00 0.00 -3.00 0.00 6.00
2.00 -1.00 0.00 1.00 -1.00 5.00
-1.00 2.00 0.00 -2.00 -1.00 -1.00

x = (Invers A) * b

Matriks A
1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00
1.00 1.00 0.00 -3.00 0.00
2.00 -1.00 0.00 1.00 -1.00
-1.00 2.00 0.00 -2.00 -1.00

Matriks tidak dapat dikerjakan dengan menggunakan metode matriks balikan.
Karena matriks A bukan matriks persegi.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

SPL Metode Cramer

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1b.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 -1.00 0.00 0.00 1.00 3.00
1.00 1.00 0.00 -3.00 0.00 6.00
2.00 -1.00 0.00 1.00 -1.00 5.00
-1.00 2.00 0.00 -2.00 -1.00 -1.00

Matriks tidak dapat dikerjakan dengan menggunakan kaidah Cramer.
Karena matriks A bukan matriks persegi.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

c)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1c.txt
File berhasil terbaca.
Menukar baris 2 dengan baris 3
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00

Menukar baris 2 dengan baris 3
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 1.00 -2.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00

0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 1.00 -2.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  A
X2 =  1.00 - 1.00F
X3 =  C
X4 =  -2.00 - 1.00F
X5 =  1.00 + 1.00F
X6 =  F
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1c.txt
File berhasil terbaca.
Menukar baris 2 dengan baris 3
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00

Menukar baris 2 dengan baris 3
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 1.00 -2.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00

0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 1.00 -2.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -1.00 1.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  A
X2 =  1.00 - 1.00F
X3 =  C
X4 =  -2.00 - 1.00F
X5 =  1.00 + 1.00F
X6 =  F
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1c.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00

x = (Invers A) * b

Matriks A
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00

Matriks tidak dapat dikerjakan dengan menggunakan metode matriks balikan.
Karena matriks A bukan matriks persegi.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

SPL Metode Cramer

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1c.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 2.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 0.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00

Matriks tidak dapat dikerjakan dengan menggunakan kaidah Cramer.
Karena matriks A bukan matriks persegi.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

d)

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

H adalah matriks *Hilbert*. Cobakan untuk $n = 6$ dan $n = 10$.

n = 6

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1d_6.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 1.00
0.00 1.00 1.00 0.90 0.80 0.71 -6.00
0.00 0.00 1.00 1.51 1.72 1.79 30.30
0.00 0.00 0.00 1.00 2.65 3.72 -218.35
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.36 -193.92
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1572.92

Mempunyai banyak solusi
X1 =  35.48
X2 =  -420.46
X3 =  1056.45
X4 =  116.74
X5 =  -2338.54
X6 =  1572.92
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1d_6.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 35.48
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -420.46
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 1056.45
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 116.74
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 -2338.54
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1572.92

Mempunyai banyak solusi
X1 =  35.48
X2 =  -420.46
X3 =  1056.45
X4 =  116.74
X5 =  -2338.54
X6 =  1572.92
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1d_6.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 1.00
0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.00
0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.00
0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.00
0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.00
0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.00

x = (Invers A) * b

Matriks A
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17
0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14
0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13
0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11
0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10
0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09

Invers Matriks A
35.48 -463.32 1313.12 -307.09 -2155.11 1603.56
-420.46 6545.59 -19581.18 4802.27 33082.59 -24853.13
1056.45 -17593.58 53717.41 -10860.88 -98345.21 73308.87
116.74 -1265.33 5803.08 -16672.98 23322.97 -11485.26
-2338.54 39268.07 -126834.67 58426.27 166975.97 -138111.94
1572.92 -26896.36 86935.97 -35946.04 -124999.43 101295.13

Matriks b
1.00
0.00
0.00
0.00
0.00
0.00

x = (Invers A) * b
Matriks x
35.48
-420.46
1056.45
116.74
-2338.54
1572.92

x1 = 35.48
x2 = -420.46
x3 = 1056.45
x4 = 116.74
x5 = -2338.54
x6 = 1572.92
```

SPL Metode Cramer

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1d_6.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 1.00
0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.00
0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.00
0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.00
0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.00
0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.00

Determinan matriks A : -3.1374624171097763E-16
Determinan matriks A1 : -1.1130466019730615E-14
Determinan matriks A2 : 1.3191651604266652E-13
Determinan matriks A3 : -3.3145765905363043E-13
Determinan matriks A4 : -3.6627441505531134E-14
Determinan matriks A5 : 7.337074119399285E-13
Determinan matriks A6 : -4.934980649928468E-13

Berikut solusi dari kaidah Cramer
x1 = 35.48
x2 = -420.46
x3 = 1056.45
x4 = 116.74
x5 = -2338.54
x6 = 1572.92
```

n = 10

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1d_12.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 1.00
0.00 1.00 1.00 0.90 0.80 0.71 0.64 0.58 0.53 0.49 -6.00
0.00 0.00 1.00 1.51 1.72 1.79 1.79 1.76 1.70 1.65 30.30
0.00 0.00 0.00 1.00 2.08 2.86 3.55 3.85 4.20 4.34 -155.66
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -2.59 -0.82 -5.47 -5.23 -6.89 -1333.91
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.82 2.20 2.25 2632.24 385.27
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.03 1.71 -8807.64 97.12
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.70 20856.49 576.62
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -5077.38 351.52
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -0.02

Mempunyai banyak solusi
X1 =  5.51
X2 =  62.06
X3 =  -439.60
X4 =  249.49
X5 =  1284.12
X6 =  -861.06
X7 =  -1397.03
X8 =  865.25
X9 =  240.49
X10 =  -0.02
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1d_12.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 5.51
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 62.06
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -439.60
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 249.49
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1284.12
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 -861.06
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 -1397.03
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 865.25
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 240.49
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -0.02

Mempunyai banyak solusi
X1 =  5.51
X2 =  62.06
X3 =  -439.60
X4 =  249.49
X5 =  1284.12
X6 =  -861.06
X7 =  -1397.03
X8 =  865.25
X9 =  240.49
X10 =  -0.02
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1d_12.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 1.00
0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.00
0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.00
0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.00
0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.00
0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.67 0.00
0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.00
0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.00
0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.06 0.00
0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.06 0.05 0.00

x = (Invers A) * b

Matriks A
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10
0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09
0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08
0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08
0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07
0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.67
0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06
0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06
0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.06
0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.06 0.05

Invers Matriks A
5.51 120.78 -759.35 285.21 2039.98 -0.33 -2715.61 -1320.89 2153.54 227.48
62.06 -2764.59 13255.74 -4395.76 -33293.19 5.12 44191.67 19286.85 -33680.74 -3231.96
-439.60 10846.56 -45439.36 14718.89 104620.10 -14.35 -143133.22 -44448.01 96641.07 8266.6
6
249.49 -2531.45 6031.87 -8931.26 10767.77 -7.37 22083.74 -71240.26 38801.49 5256.74
1284.12 -30705.51 121542.65 -11658.23 -325097.18 51.39 344560.28 256133.97 -329411.25 -31
581.08
-861.06 16395.94 -53958.89 -17365.08 173125.30 -17.11 -174540.53 -76516.49 119289.03 1612
5.42
-1397.03 30985.45 -125318.23 55916.85 232662.16 -40.76 -279613.83 -195393.43 264585.28 21
415.64
865.25 -17122.97 64133.25 -23977.93 -116242.47 14.08 130571.23 78806.43 -97835.94 -20729.
92
240.49 -5387.55 21056.48 -4727.93 -49489.24 7.75 59476.51 35026.07 -61140.45 4315.08
-0.02 0.53 -1.99 -0.37 5.86 1.67 -6.98 -6.17 6.73 0.85
```

```
Matriks b
1.00
0.00
0.00
0.00
0.00
0.00
0.00
0.00
0.00
0.00

x = (Invers A) * b
Matriks x
5.51
62.06
-439.60
249.49
1284.12
-861.06
-1397.03
865.25
240.49
-0.02

x1 = 5.51
x2 = 62.06
x3 = -439.60
x4 = 249.49
x5 = 1284.12
x6 = -861.06
x7 = -1397.03
x8 = 865.25
x9 = 240.49
x10 = -0.02
```

SPL Metode Cramer

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL1d_12.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 1.00
0.50 0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.00
0.33 0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.00
0.25 0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.00
0.20 0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.00
0.17 0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.67 0.00
0.14 0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.00
0.13 0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.00
0.11 0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.06 0.00
0.10 0.09 0.08 0.08 0.07 0.07 0.06 0.06 0.06 0.05 0.00

Determinan matriks A : -1.3417037688216793E-29
Determinan matriks A1 : -7.38891750479028E-29
Determinan matriks A2 : -8.32698993887144E-28
Determinan matriks A3 : 5.8980928102840456E-27
Determinan matriks A4 : -3.347386238945863E-27
Determinan matriks A5 : -1.7229088684336524E-26
Determinan matriks A6 : 1.1552936743930903E-26
Determinan matriks A7 : 1.8743982291765242E-26
Determinan matriks A8 : -1.1609038321868685E-26
Determinan matriks A9 : -3.2266876536619777E-27
Determinan matriks A10 : 2.934042967341798E-31

Berikut solusi dari kaidah Cramer
x1 = 5.51
x2 = 62.06
x3 = -439.60
x4 = 249.49
x5 = 1284.12
x6 = -861.06
x7 = -1397.03
x8 = 865.25
x9 = 240.49
x10 = -0.02
```

2) SPL berbentuk matriks *augmented*

a)

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL2a.txt
File berhasil terbaca.
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  -1.00 + 1.00D
X2 =  2.00C
X3 =  C
X4 =  D
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL2a.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.00 0.00 -1.00 -1.00
0.00 1.00 -2.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  -1.00 + 1.00D
X2 =  2.00C
X3 =  C
X4 =  D
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL2a.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
2.00 1.00 -2.00 -2.00 -2.00
-1.00 2.00 -4.00 1.00 1.00
3.00 0.00 0.00 -3.00 -3.00

x = (Invers A) * b

Matriks A
1.00 -1.00 2.00 -1.00
2.00 1.00 -2.00 -2.00
-1.00 2.00 -4.00 1.00
3.00 0.00 0.00 -3.00

Determinan matriks A = 0. Matriks A tidak memiliki balikan.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

SPL Metode Cramer

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL2a.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
1.00 -1.00 2.00 -1.00 -1.00
2.00 1.00 -2.00 -2.00 -2.00
-1.00 2.00 -4.00 1.00 1.00
3.00 0.00 0.00 -3.00 -3.00

Determinan matriks A = 0, SPL tidak memiliki solusi yang unik.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

b)

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL2b.txt
File berhasil terbaca.
Menukar baris 2 dengan baris 3
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Menukar baris 4 dengan baris 5
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Menukar baris 3 dengan baris 4
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Menukar baris 3 dengan baris 4
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Menukar baris 4 dengan baris 5
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
```

```
Menukar baris 2 dengan baris 3
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  0.00
X2 =  2.00
X3 =  1.00
X4 =  1.00
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL2b.txt
File berhasil terbaca.
Menukar baris 2 dengan baris 3
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Menukar baris 4 dengan baris 5
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Menukar baris 3 dengan baris 4
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Menukar baris 3 dengan baris 4
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Menukar baris 4 dengan baris 5
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
```

```
Menukar baris 2 dengan baris 3
1.00 0.00 4.00 0.00 4.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

1.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00 0.00 2.00
0.00 0.00 1.00 0.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  0.00
X2 =  2.00
X3 =  1.00
X4 =  1.00
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL2b.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

x = (Invers A) * b

Matriks A
2.00 0.00 8.00 0.00
0.00 1.00 0.00 4.00
-4.00 0.00 6.00 0.00
0.00 -2.00 0.00 3.00
2.00 0.00 -4.00 0.00
0.00 1.00 0.00 -2.00

Matriks tidak dapat dikerjakan dengan menggunakan metode matriks balikan.
Karena matriks A bukan matriks persegi.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

SPL Metode Cramer

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL2b.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
2.00 0.00 8.00 0.00 8.00
0.00 1.00 0.00 4.00 6.00
-4.00 0.00 6.00 0.00 6.00
0.00 -2.00 0.00 3.00 -1.00
2.00 0.00 -4.00 0.00 -4.00
0.00 1.00 0.00 -2.00 0.00

Matriks tidak dapat dikerjakan dengan menggunakan kaidah Cramer.
Karena matriks A bukan matriks persegi.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

3) SPL berbentuk

a)

$$
\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\
2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\
x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\
x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3
\end{aligned}
$$

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL3a.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.13 0.38 0.25 0.00
0.00 1.00 -0.20 -0.29 0.11
0.00 0.00 1.00 -0.19 0.76
0.00 0.00 0.00 1.00 -0.26

Mempunyai banyak solusi
X1 =  -0.22
X2 =  0.18
X3 =  0.71
X4 =  -0.26
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL3a.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.00 0.00 0.00 -0.22
0.00 1.00 0.00 0.00 0.18
0.00 0.00 1.00 0.00 0.71
0.00 0.00 0.00 1.00 -0.26

Mempunyai banyak solusi
X1 =  -0.22
X2 =  0.18
X3 =  0.71
X4 =  -0.26
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL3a.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
8.00 1.00 3.00 2.00 0.00
2.00 9.00 -1.00 -2.00 1.00
1.00 3.00 2.00 -1.00 2.00
1.00 0.00 6.00 4.00 3.00

x = (Invers A) * b

Matriks A
8.00 1.00 3.00 2.00
2.00 9.00 -1.00 -2.00
1.00 3.00 2.00 -1.00
1.00 0.00 6.00 4.00

Invers Matriks A
0.14 -0.02 0.01 -0.08
-0.03 0.14 -0.08 0.07
-0.02 -0.11 0.35 0.04
-0.00 0.18 -0.53 0.21

Matriks b
0.00
1.00
2.00
3.00

x = (Invers A) * b
Matriks x
-0.22
0.18
0.71
-0.26

x1 = -0.22
x2 = 0.18
x3 = 0.71
x4 = -0.26
```

SPL Metode Cramer

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL3a.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
8.00 1.00 3.00 2.00 0.00
2.00 9.00 -1.00 -2.00 1.00
1.00 3.00 2.00 -1.00 2.00
1.00 0.00 6.00 4.00 3.00

Determinan matriks A : 740.0
Determinan matriks A1 : -165.99999999999986
Determinan matriks A2 : 134.99999999999997
Determinan matriks A3 : 525.0
Determinan matriks A4 : -190.99999999999991

Berikut solusi dari kaidah Cramer
x1 = -0.22
x2 = 0.18
x3 = 0.71
x4 = -0.26
```

b)

$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$

.

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
1.00 1.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 8.00
0.00 1.00 -4.20 5.51 0.32 0.00 0.32 0.00 0.00 -8.10
0.00 0.00 1.00 -1.25 -0.06 0.00 -0.25 0.00 0.00 1.94
0.00 0.00 0.00 1.00 0.06 1.40 1.25 0.00 0.08 16.80
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.34 0.19 0.26 1.03 24.16
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.32 -0.76 0.01 5.11
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 -5.51 -2.55 -43.85
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.31 7.57
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Tidak ada solusi.
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

Tidak ada solusi.
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL3b.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 13.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 0.00 0.00 0.00 15.00
1.00 1.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 8.00
0.00 0.00 0.04 0.00 0.04 0.75 0.04 0.75 0.61 14.79
0.00 0.25 0.91 0.25 0.91 0.25 0.91 0.25 0.00 14.31
0.61 0.75 0.04 0.75 0.04 0.00 0.04 0.00 0.00 3.81
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 18.00
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 12.00
1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 6.00
0.04 0.75 0.61 0.00 0.04 0.75 0.00 0.00 0.04 10.51
0.91 0.25 0.00 0.25 0.91 0.25 0.00 0.25 0.91 16.13
0.04 0.00 0.00 0.75 0.04 0.00 0.61 0.75 0.04 7.04

x = (Invers A) * b

Matriks A
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 0.00 0.00 0.00
1.00 1.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.04 0.00 0.04 0.75 0.04 0.75 0.61
0.00 0.25 0.91 0.25 0.91 0.25 0.91 0.25 0.00
0.61 0.75 0.04 0.75 0.04 0.00 0.04 0.00 0.00
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00
1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00
0.04 0.75 0.61 0.00 0.04 0.75 0.00 0.00 0.04
0.91 0.25 0.00 0.25 0.91 0.25 0.00 0.25 0.91
0.04 0.00 0.00 0.75 0.04 0.00 0.61 0.75 0.04

Matriks tidak dapat dikerjakan dengan menggunakan metode matriks balikan.
Karena matriks A bukan matriks persegi.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

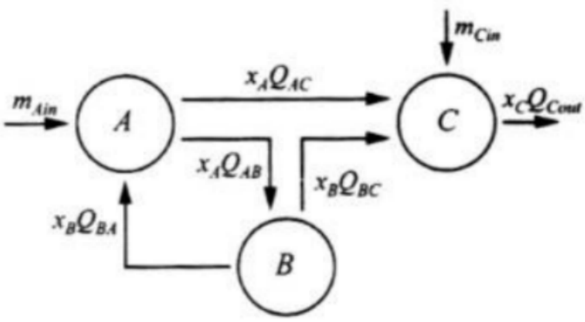
SPL Metode Cramer

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL3b.txt
File berhasil terbaca.

Matriks Augmented dari masukan
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 13.00
0.00 0.00 0.00 1.00 1.00 1.00 0.00 0.00 0.00 15.00
1.00 1.00 1.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 8.00
0.00 0.00 0.04 0.00 0.04 0.75 0.04 0.75 0.61 14.79
0.00 0.25 0.91 0.25 0.91 0.25 0.91 0.25 0.00 14.31
0.61 0.75 0.04 0.75 0.04 0.00 0.04 0.00 0.00 3.81
0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 18.00
0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 12.00
1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 1.00 0.00 0.00 6.00
0.04 0.75 0.61 0.00 0.04 0.75 0.00 0.00 0.04 10.51
0.91 0.25 0.00 0.25 0.91 0.25 0.00 0.25 0.91 16.13
0.04 0.00 0.00 0.75 0.04 0.00 0.61 0.75 0.04 7.04

Matriks tidak dapat dikerjakan dengan menggunakan kaidah Cramer.
Karena matriks A bukan matriks persegi.
Gunakan cara lain untuk mencari solusi SPL tersebut!
```

4) Lihatlah sistem reaktor pada gambar berikut.



Dengan laju volume Q dalam m^3/s dan input massa min dalam *mg/s*. Konservasi massa pada tiap inti reaktor adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
&\text{A:} \quad m_{A_{in}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0\\
&\text{B:} \quad Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0\\
&\text{C:} \quad m_{C_{in}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{out}}x_C = 0
\end{aligned}$$

Tentukan solusi x_A, x_B, x_C dengan menggunakan parameter berikut : $Q_{AB} = 40$, $Q_{AC} = 80$, $Q_{BA} = 60$, $Q_{BC} = 20$ dan $Q_{Cout} = 150$ m^3/s dan $m_{Ain} = 1300$ dan $m_{Cin} = 200$ *mg/s*.

SPL Metode Eliminasi Gauss

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL4.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.00 0.00 14.44
0.00 1.00 0.00 7.22
0.00 0.00 1.00 10.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  14.44
X2 =  7.22
X3 =  10.00
```

SPL Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : SPL4.txt
File berhasil terbaca.
1.00 0.00 0.00 14.44
0.00 1.00 0.00 7.22
0.00 0.00 1.00 10.00

Mempunyai banyak solusi
X1 =  14.44
X2 =  7.22
X3 =  10.00
```

SPL Metode Matriks Balikan

```
Matriks Augmented dari masukan
-120.00 60.00 0.00 -1300.00
40.00 -80.00 0.00 0.00
80.00 20.00 -150.00 -200.00

x = (Invers A) * b

Matriks A
-120.00 60.00 0.00
40.00 -80.00 0.00
80.00 20.00 -150.00

Invers Matriks A
-0.01 -0.01 0.00
-0.01 -0.02 0.00
-0.01 -0.01 -0.01

Matriks b
-1300.00
0.00
-200.00

x = (Invers A) * b
Matriks x
14.44
7.22
10.00

x1 = 14.44
x2 = 7.22
x3 = 10.00
```

SPL Metode Cramer

```
Matriks Augmented dari masukan
-120.00 60.00 0.00 -1300.00
40.00 -80.00 0.00 0.00
80.00 20.00 -150.00 -200.00

Determinan matriks A : -1080000.0
Determinan matriks A1 : -1.56E7
Determinan matriks A2 : -7800000.0
Determinan matriks A3 : -1.0799999999999998E7

Berikut solusi dari kaidah Cramer
x1 = 14.44
x2 = 7.22
x3 = 10.00
```

5) Studi Kasus Interpolasi

a. Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi $f(x)$.

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$f(x)$	0.003	0.067	0.148	0.248	0.370	0.518	0.697

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 5a.txt
File berhasil terbaca.

Berikut merupakan titik - titik yang terbaca dari file
(x0, y0) : (0.1000, 0.0030)
(x1, y1) : (0.3000, 0.0670)
(x2, y2) : (0.5000, 0.1480)
(x3, y3) : (0.7000, 0.2480)
(x4, y4) : (0.9000, 0.3700)
(x5, y5) : (1.1000, 0.5180)
(x6, y6) : (1.3000, 0.6970)

Polinom yang didapat :
P(x) = -0.0230 + 0.2400x^(1) + 0.1974x^(2) + -0.0000x^(3) + 0.0260x^(4) + -0.0000x^(5) + 0.0000x^(6)
Hasil Interpolasi dari x = 0.2000 :
y = P(0.2000) = 0.0330
```

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 5a.txt
File berhasil terbaca.

Berikut merupakan titik - titik yang terbaca dari file
(x0, y0) : (0.1000, 0.0030)
(x1, y1) : (0.3000, 0.0670)
(x2, y2) : (0.5000, 0.1480)
(x3, y3) : (0.7000, 0.2480)
(x4, y4) : (0.9000, 0.3700)
(x5, y5) : (1.1000, 0.5180)
(x6, y6) : (1.3000, 0.6970)

Polinom yang didapat :
P(x) = -0.0230 + 0.2400x^(1) + 0.1974x^(2) + -0.0000x^(3) + 0.0260x^(4) + -0.0000x^(5) + 0.0000x^(6)
Hasil Interpolasi dari x = 0.5500 :
y = P(0.5500) = 0.1711
```

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 5a.txt
File berhasil terbaca.

Berikut merupakan titik - titik yang terbaca dari file
(x0, y0) : (0.1000, 0.0030)
(x1, y1) : (0.3000, 0.0670)
(x2, y2) : (0.5000, 0.1480)
(x3, y3) : (0.7000, 0.2480)
(x4, y4) : (0.9000, 0.3700)
(x5, y5) : (1.1000, 0.5180)
(x6, y6) : (1.3000, 0.6970)

Polinom yang didapat :
P(x) = -0.0230 + 0.2400x^(1) + 0.1974x^(2) + -0.0000x^(3) + 0.0260x^(4) + -0.0000x^(5) + 0.0000x^(6)
Hasil Interpolasi dari x = 0.8500 :
y = P(0.8500) = 0.3372
```

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 5a.txt
File berhasil terbaca.

Berikut merupakan titik - titik yang terbaca dari file
(x0, y0) : (0.1000, 0.0030)
(x1, y1) : (0.3000, 0.0670)
(x2, y2) : (0.5000, 0.1480)
(x3, y3) : (0.7000, 0.2480)
(x4, y4) : (0.9000, 0.3700)
(x5, y5) : (1.1000, 0.5180)
(x6, y6) : (1.3000, 0.6970)

Polinom yang didapat :
P(x) = -0.0230 + 0.2400x^(1) + 0.1974x^(2) + 0.0000x^(3) + 0.0260x^(4) + 0.0000x^(5) + -0.0000x^(6)
Hasil Interpolasi dari x = 1.2800 :
y = P(1.2800) = 0.6775
```

b. Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2022 hingga 31 Agustus 2022:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517
17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

Tanggal (desimal) = bulan + (tanggal / jumlah hari pada bulan tersebut)

Sebagai contoh, untuk tanggal 17/06/2022 (dibaca: 17 Juni 2022) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:

$$\text{Tanggal (desimal)} = 6 + (17/30) = 6{,}567$$

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan **interpolasi polinomial** untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:

a. 16/07/2022
b. 10/08/2022
c. 05/09/2022
d. Masukan user lainnya berupa **tanggal (desimal) yang sudah diolah** dengan asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2022.

16/07/2022

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 5b.txt
File berhasil terbaca.

Berikut merupakan titik - titik yang terbaca dari file
(x0, y0) : (6.5670, 12624.0000)
(x1, y1) : (7.0000, 21807.0000)
(x2, y2) : (7.2580, 38391.0000)
(x3, y3) : (7.4510, 54517.0000)
(x4, y4) : (7.5480, 51952.0000)
(x5, y5) : (7.8390, 28228.0000)
(x6, y6) : (8.1610, 35764.0000)
(x7, y7) : (8.4840, 20813.0000)
(x8, y8) : (8.7090, 12408.0000)
(x9, y9) : (9.0000, 10534.0000)

Polinom yang didapat :
P(x) = 7187066071657.8670 + -9346993079172.3280x^(1) + 5334203055240.1950x^(2) + -1756810
186361.3809x^(3) + 368550807175.5339x^(4) + -51131876760.1328x^(5) + 4695806315.4288x^(6)
 + -275474539.4207x^(7) + 9372849.2391x^(8) + -140993.7122x^(9)
Hasil Interpolasi dari x = 7.5161 :
y = P(7.5161) = 53532.6445
```

10/08/2022

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 5b.txt
File berhasil terbaca.

Berikut merupakan titik - titik yang terbaca dari file
(x0, y0) : (6.5670, 12624.0000)
(x1, y1) : (7.0000, 21807.0000)
(x2, y2) : (7.2580, 38391.0000)
(x3, y3) : (7.4510, 54517.0000)
(x4, y4) : (7.5480, 51952.0000)
(x5, y5) : (7.8390, 28228.0000)
(x6, y6) : (8.1610, 35764.0000)
(x7, y7) : (8.4840, 20813.0000)
(x8, y8) : (8.7090, 12408.0000)
(x9, y9) : (9.0000, 10534.0000)

Polinom yang didapat :
P(x) = 7187066071657.8670 + -9346993079172.3280x^(1) + 5334203055240.1950x^(2) + -1756810186
361.3809x^(3) + 368550807175.5339x^(4) + -51131876760.1328x^(5) + 4695806315.4288x^(6) + -27
5474539.4207x^(7) + 9372849.2391x^(8) + -140993.7122x^(9)
Hasil Interpolasi dari x = 8.3225 :
y = P(8.3225) = 36319.4453
```

05/09/2022

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 5b.txt
File berhasil terbaca.

Berikut merupakan titik - titik yang terbaca dari file
(x0, y0) : (6.5670, 12624.0000)
(x1, y1) : (7.0000, 21807.0000)
(x2, y2) : (7.2580, 38391.0000)
(x3, y3) : (7.4510, 54517.0000)
(x4, y4) : (7.5480, 51952.0000)
(x5, y5) : (7.8390, 28228.0000)
(x6, y6) : (8.1610, 35764.0000)
(x7, y7) : (8.4840, 20813.0000)
(x8, y8) : (8.7090, 12408.0000)
(x9, y9) : (9.0000, 10534.0000)

Polinom yang didapat :
P(x) = 7187066071657.8670 + -9346993079172.3280x^(1) + 5334203055240.1950x^(2) + -1756810
186361.3809x^(3) + 368550807175.5339x^(4) + -51131876760.1328x^(5) + 4695806315.4288x^(6)
 + -275474539.4207x^(7) + 9372849.2391x^(8) + -140993.7122x^(9)
Hasil Interpolasi dari x = 9.1667 :
y = P(9.1667) = -664791.4531
```

10/10/2022

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 5b.txt
File berhasil terbaca.

Berikut merupakan titik - titik yang terbaca dari file
(x0, y0) : (6.5670, 12624.0000)
(x1, y1) : (7.0000, 21807.0000)
(x2, y2) : (7.2580, 38391.0000)
(x3, y3) : (7.4510, 54517.0000)
(x4, y4) : (7.5480, 51952.0000)
(x5, y5) : (7.8390, 28228.0000)
(x6, y6) : (8.1610, 35764.0000)
(x7, y7) : (8.4840, 20813.0000)
(x8, y8) : (8.7090, 12408.0000)
(x9, y9) : (9.0000, 10534.0000)

Polinom yang didapat :
P(x) = 7187066071657.8670 + -9346993079172.3280x^(1) + 5334203055240.1950x^(2) + -1756810
186361.3809x^(3) + 368550807175.5339x^(4) + -51131876760.1328x^(5) + 4695806315.4288x^(6)
 + -275474539.4207x^(7) + 9372849.2391x^(8) + -140993.7122x^(9)
Hasil Interpolasi dari x = 10.3226 :
y = P(10.3226) = -825663122.0938
```

c. Sederhanakan fungsi f(x) yang memenuhi kondisi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2].
Sebagai contoh, jika $n = 5$, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak $h = (2 – 0)/5 = 0.4$.

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 5c.txt
File berhasil terbaca.

Berikut merupakan titik - titik yang terbaca dari file
(x0, y0) : (0.0000, 0.0000)
(x1, y1) : (0.4000, 0.4189)
(x2, y2) : (0.8000, 0.5072)
(x3, y3) : (1.2000, 0.5609)
(x4, y4) : (1.6000, 0.5837)
(x5, y5) : (2.0000, 0.5767)

Polinom yang didapat :
P(x) = 0.0000 + 2.0353x^(1) + -3.5527x^(2) + 3.2371x^(3) + -1.4213x^(4) + 0.2363x^(5)
Hasil Interpolasi dari x = 0.5000 :
y = P(0.5000) = 0.4527
```

6) Studi Kasus Regresi Linear Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Gunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* untuk mendapatkan regresi linear berganda dari data pada tabel di atas, kemudian estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30.

Dari data-data tersebut, apabila diterapkan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression*, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

$20b_0 + 863.1b_1 + 1530.4b_2 + 587.84b_3 = 19.42$

$863.1b_0 + 54876.89b_1 + 67000.09b_2 + 25283.395b_3 = 779.477$

$1530.4b_0 + 67000.09b_1 + 117912.32b_2 + 44976.867b_3 = 1483.437$

$587.84b_0 + 25283.395b_1 + 44976.867b_2 + 17278.5086b_3 = 571.1219$

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 6.txt
File berhasil terbaca.

Menggunakan Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression.
Berikut matriks augmented dari persamaan tersebut :
20.000 863.100 1530.400 587.840 19.420
863.100 54876.890 67000.090 25283.395 779.477
1530.400 67000.090 117912.320 44976.867 1483.437
587.840 25283.395 44976.867 17278.509 571.122

Dengan metode Gauss - Jordan, berikut hasilnya :
1.0000 0.0000 0.0000 0.0000 -3.5079
0.0000 1.0000 0.0000 0.0000 -0.0026
0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 0.1541

Persamaan regresi linier berganda yang didapat :
f(x) = -3.5079 + -0.0026 * x1 + 0.0008 * x2 + 0.1541 * x3

Apakah anda ingin menafsir suatu y dengan regresi tersebut?
1. Ya
2. Tidak

Ketik Pilihan : 1

Masukkan data tiap peubah X (Xk)!
X1 : 50
X2 : 76
X3 : 29.3

Hasil regresi :
f(x) = -3.5079 + -0.0026 * x1 + 0.0008 * x2 + 0.1541 * x3
f(Xk) = -3.5079 + -0.0026 * 50.0000 + 0.0008 * 76.0000 + 0.1541 * 29.3000
y = f(Xk) = 0.9385
```

7) Studi Kasus Interpolasi *Bicubic Spline*

Diberikan matriks input dengan bentuk sebagai berikut. Format matriks masukan bukan mewakili nilai matriks, tetapi mengikuti format masukan pada bagian "Spesifikasi Tugas" nomor 7.

$$\begin{pmatrix} 21 & 98 & 125 & 153 \\ 51 & 101 & 161 & 59 \\ 0 & 42 & 72 & 210 \\ 16 & 12 & 81 & 96 \end{pmatrix}$$

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 7.txt
Hasil f(0.00, 0.00) = 21.00
```

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 7.txt
Hasil f(0.50, 0.50) = 87.80
```

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 7.txt
Hasil f(0.25, 0.75) = 117.73
```

```
Masukkan nama file beserta extension (.txt) : 7.txt
Hasil f(0.10, 0.90) = 128.58
```

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Dari pembelajaran Aljabar Linier dan Geometri (IF2123) selama setengah semester, kami mengimplementasikannya ke dalam sebuah tugas besar membuat program dengan bahasa Java. Program yang dibuat dapat menyelesaikan permasalahan yang menggunakan matriks seperti sistem persamaan linier (SPL), determinan, dan matriks balikan.

Lebih lanjutnya, kami mengetahui bahwa ada metode penyelesaian masalah lain yang menggunakan matriks seperti menghitung taksiran nilai dari fungsi interpolasi polinom dan interpolasi *bicubic spline*, menghitung nilai dari regresi linear berganda, dan *resize image*.

5.2 Saran

- Memisahkan fungsi-fungsi yang tidak berhubungan dengan pemrosesan matriks dari *file* Matrix.java. Ini akan membantu dalam meningkatkan struktur kode. *File* Matrix.java seharusnya hanya digunakan untuk pemrosesan matriks, seperti pengolahan data matriks dan fungsi-fungsi terkait. Fungsi-fungsi lain yang tidak terkait dengan matriks sebaiknya ditempatkan di *file* yang berbeda.
- Menambahkan fitur yang memungkinkan pengguna untuk mengatur presisi desimal sesuai keinginan mereka. Misalnya, pengguna harus dapat menentukan berapa angka desimal yang ingin ditampilkan ketika mencetak hasil matriks. Saat ini, program hanya menampilkan dua angka desimal saat mencetak matriks, sedangkan sebaiknya pengguna dapat mengatur presisi hingga tiga angka desimal atau lebih sesuai dengan kebutuhan mereka.
- Merencanakan pengerjaan proyek secara terstruktur dan terencana. Hal ini akan memastikan bahwa pengerjaan tugas dilakukan secara bertahap dan terhindar dari keadaan terburu-buru. Rencana ini harus mencakup tahapan-tahapan proyek, batas waktu, dan pengelolaan sumber daya yang baik. Pendekatan ini dapat membantu dalam meminimalkan kesalahan dan mengatasi *bug* yang mungkin muncul selama proses pengembangan.

5.3 Refleksi

Melalui tugas besar pertama ini, kita mendapatkan banyak pengalaman baru seperti mengenal lebih dalam penggunaan bahasa Java, kemampuan bekerja sama, berkomunikasi, melatih kedisiplinan, dan juga melatih tanggung jawab atas tugas diberikan.

DAFTAR REFERENSI

https://lmsspada.kemdikbud.go.id/mod/resource/view.php?id=77417
https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/algeo23-24.htm
https://stackoverflow.com/questions/3612567/how-to-create-my-own-java-libraryapi
https://www.mssc.mu.edu/~daniel/pubs/RoweTalkMSCS_BiCubic.pdf
https://kumparan.com/berita-hari-ini/analisis-regresi-linier-berganda-pengertian-rumus-dan-contoh-kasusnya-1xS5JvrNPAY/2