

数学实验三

1.搜集某个地区（国、省、市）的近 10 年人口数据

(1) 保留时间上最近的两个数据做检验，根据其余数据分别用 Malthus 模型和 Logistic 模型拟合参数与初值，并计算模型在上述两个用于检验的数据上的误差。

(2) 根据样本数据散点图特点，分析采用 Malthus 和 Logistic 两个经典模型对搜集的数据建模是否合适？如不合适，请给出具体改进的模型，结合数值解给出合理解释。

解：(1)

- 读取数据并处理：

```
% 读取 Excel 表格数据,得到数据规模
data = xlsread('广东省人口.xlsx', 'Sheet1');
L=size(data);
length=L(1,1);
% 用于预测和绘图的数据：
recent_p = data(end-1:end,2);
years = data(:,1);
years_t = years-2011;
population=data(:,2);
% 用于拟合参数和初值的数据
y = data(1:(length-2),1);%年份
t = y-2011;
p = data(1:(length-2),2);%单位：万人
```

- Malthus 模型拟合，其方程为 $\frac{dp}{dt} = rp, p_0 = p(0)$ ，其解为 $p(t) = p_0 e^{rt}$ ：

```
% 设置 x=ln(p)，方便线性拟合
x = log(p);
P1 = polyfit(t, x, 1);
% Malthus 模型拟合
malthus_x= polyval(P1, years_t);%得到拟合曲线的 x 值
malthus_p=exp(malthus_x);%转换为人口数
```

- Logistic 模型拟合，其方程为 $\frac{dp}{dt} = rp(1 - \frac{p}{p_m}), p_0 = p(0)$ ，其解为 $p(t) = \frac{p_m}{1 + (\frac{p_m}{p_0} - 1) e^{-rt}}$ ：

```
% 求解微分方程验证
syms p_s(tt) r_data1 pm p0; % 声明符号变量
eqn = diff(p_s) == r_data1*p_s*(1-p_s/pm); % 构建常微分方程
logistic_sol = dsolve(eqn, p_s(0) == p0) % 求解常微分方程
```

```
logistic_sol =
```

$$- \frac{pm}{e^{\log\left(1-\frac{pm}{p_0}\right) - r_{data1} t t} - 1}$$

%拟合

p0=p(1);%人口初值

P=@(b,t) b(1)./(1+(exp(-b(2).*t).*(b(1)./p0-1)));%pm=b(1),r=b(2)

b0=[10000,0.9];%初始参数

beta=nlinfit(t',p',P,b0);%拟合系数

pm=beta(1,1)

pm = 1.5037e+04

r_data1=beta(1,2)

r_data1 = 0.0844

%根据拟合参数得到函数及函数值

logistic_func=@(t) pm/(1+(exp(-r_data1*t)*(pm/p0-1))) ;

logistic_p=zeros(11,1);

for i=1:11

logistic_p(i,1)=logistic_func(years_t(i,1));

end

- 绘制拟合曲线和散点图

figure;

%画图

plot(years, population, 'o', 'MarkerSize', 4);

hold on;

P1=plot(years,malthus_p, 'r--');

P2=plot(years,logistic_p,'c-.');

%设置线宽

P1.LineWidth =1.2;P2.LineWidth =1.2;

%打开网格

grid on;

set(gca, 'XGrid', 'on', 'YGrid', 'on', 'GridLineStyle', '-.');

%设置图例, 标签等

legend('原始数据', 'Malthus 拟合','Logistic 拟合');

xlabel('年份');

ylabel('人口数量');

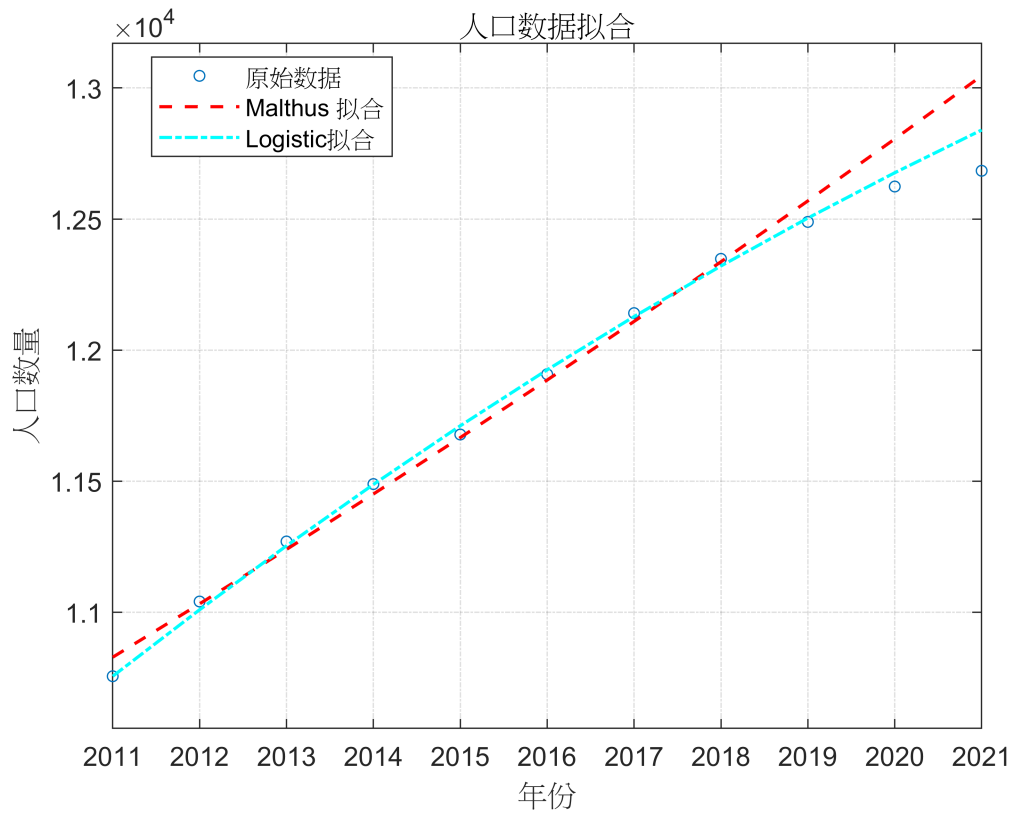
title('人口数据拟合');

legend("Position",[0.16393,0.78984,0.21607,0.11905])

%设置显示范围

xlim([2011 2021])

ylim([10557 13171])



• 计算误差：

% 计算 Malthus 模型在最近两个数据点上的误差

```
malthus_recent=malthus_p(10:11,1);
malthus_error = malthus_recent-recent_p;
malthus_error=abs(malthus_error./recent_p);
disp(malthus_error);
```

```
0.0144
0.0286
```

% 计算 Logistic 模型在最近两个数据点上的误差

```
logistic_recent=logistic_p(10:11,1);
logistic_error = logistic_recent-recent_p;
logistic_error=abs(logistic_error./recent_p);
disp(logistic_error);
```

```
0.0042
0.0123
```

(2)

结论：Malthus 模型不太合适，Logistic 模型比较合适

2. 针对 COVID-19 疫情，搜集某个地区（省、市）的疫情相关数据（可以通过各地卫健委网站获取每日疫情数据）：

- (1) 用经典的 SIR 模型，根据搜集的数据尝试用多种手段确定模型参数。
- (2) 如果经典模型所得结果误差较大，请分析原因，建立适合当地疫情发展规律的传染病模型。重新估计模型参数，并分析模型误差情况。
- (3) 考虑加入一些可行的干预措施，并分析其对新冠疫情的影响。