

东南大学微波与射频电路实验

实 验 报 告

学号：04022212

姓名：钟源

2024 年 12 月 8 日

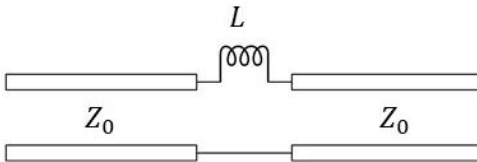
实验七 采用网络参数分析低通滤波器的响应

一、实验目的

掌握转移矩阵与散射矩阵的定义和转换关系，以及采用转移矩阵分析复杂电路的方法。

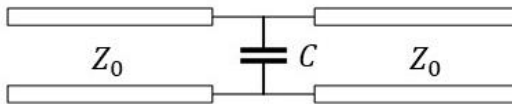
二、实验原理

1. 写出串联一个电感 L 的转移矩阵：



$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & j2\pi fL \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 写出并联一个电容 C 的转移矩阵：



$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j2\pi fC & 1 \end{bmatrix}$$

3. 写出二端口网络的转移矩阵与散射矩阵的转换关系（用转移矩阵来求出散射矩阵）：

- 1) 若归一化转移矩阵 $[a]$ 为

$$[a] = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

则散射矩阵[S]为

$$[S] = \frac{1}{a+b+c+d} \begin{bmatrix} a+b-c-d & 2(ad-bc) \\ 2 & b+d-a-c \end{bmatrix}$$

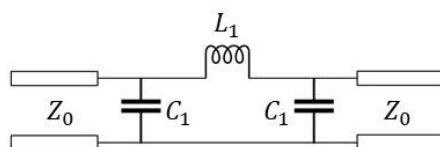
2) 若使用非归一化转移矩阵[A]

$$[A] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

则散射矩阵[S]为

$$[S] = \frac{1}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \begin{bmatrix} A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 - D & 2(AD - BC) \\ 2 & -A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 + D \end{bmatrix}$$

三、实验内容



实验任务：已知一个三阶 LC 低通滤波器如图所示，其中 $L_1 = 45.6nH$ ， $C_1 = 16.4pF$ ，工作频率为 0 至 1GHz。

1. 计算该低通滤波器的散射矩阵（S 参数）。

三级转移矩阵有：

$$[A_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j2\pi f C_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A_2] = \begin{bmatrix} 1 & j2\pi f L_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A_3] = [A_1]$$

级联后的转移矩阵为

$$[A] = [A_1][A_2][A_3] = \begin{bmatrix} 1 - 4\pi^2 f^2 L_1 C_1 & j2\pi f L_1 \\ -j8\pi^3 f^3 L_1 C_1^2 & 1 - 4\pi^2 f^2 L_1 C_1 \end{bmatrix}$$

归一化后有：

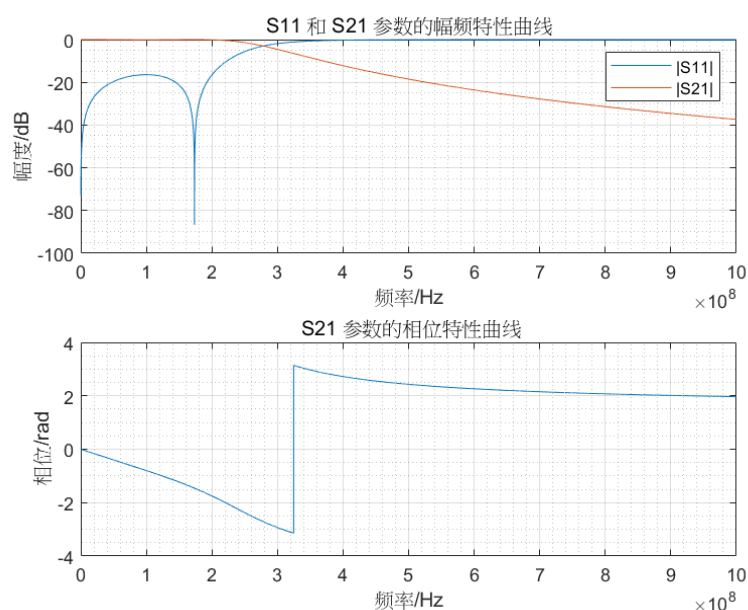
$$[a] = \begin{bmatrix} 1 - 4\pi^2 f^2 L_1 C_1 & \frac{j2\pi f L_1}{Z_0} \\ -j8\pi^3 f^3 L_1 C_1^2 Z_0 & 1 - 4\pi^2 f^2 L_1 C_1 \end{bmatrix}$$

可得散射矩阵有：

$$[S] = \frac{1}{a+b+c+d} \begin{bmatrix} a+b-c-d & 2(ad-bc) \\ 2 & b+d-a-c \end{bmatrix}$$

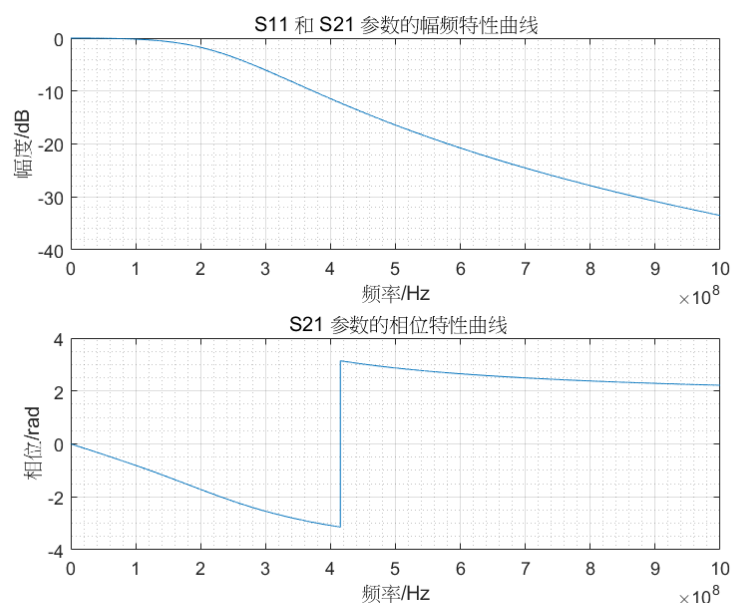
$$= \frac{1}{2 - 8\pi^2 f^2 L_1 C_1 + \frac{j2\pi f L_1}{Z_0} - j8\pi^3 f^3 L_1 C_1^2 Z_0} \begin{bmatrix} 2 & \frac{j2\pi f L_1}{Z_0} + j8\pi^3 f^3 L_1 C_1^2 Z_0 \\ \frac{j2\pi f L_1}{Z_0} + j8\pi^3 f^3 L_1 C_1^2 Z_0 & 2 \end{bmatrix}$$

2. 采用 Matlab 软件，绘制 S21 参数的幅度和相位特性，绘制 S11 参数的幅度特性。（幅度特性采用对数表示）



3. 如果特性阻抗 $Z_0=30$ 欧姆，绘制 S21 参数的幅度和相位特性。简要回答以下问题：如果某电路的 S 参数测量结果基于的端口特性阻抗为 $Z_0=30$ 欧姆，如何变换至 $Z_0=50$ 欧姆的 S 参数结果？

1) 绘制结果：



2) 变换方法:

① 将 z 参数转换为 Z 参数:

$$\begin{aligned}\bar{z}_{11} &= \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} & \bar{z}_{21} &= \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} \\ \bar{z}_{12} &= \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}} & \bar{z}_{22} &= \frac{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}\end{aligned}$$

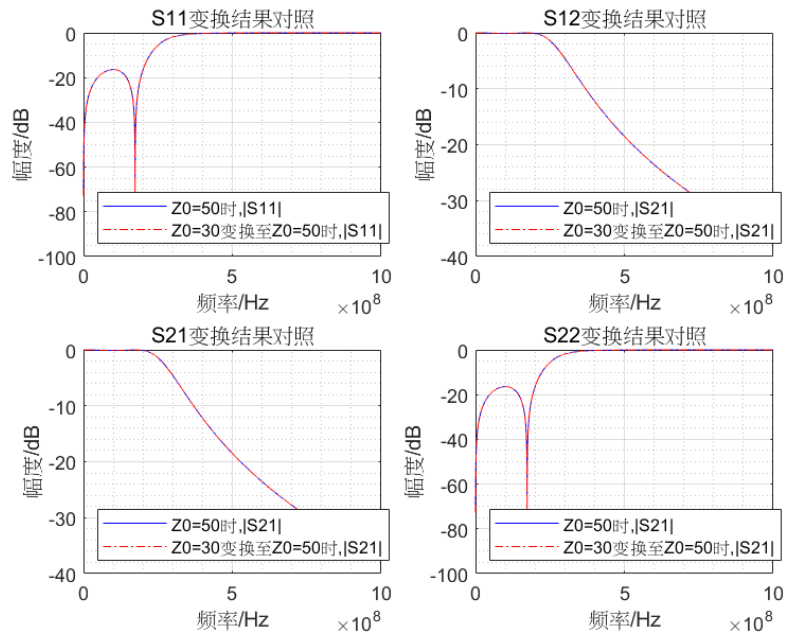
② 将归一化的 Z 参数转换为非归一化的 Z 参数, 即乘 30 欧姆。

③ 将 Z 参数重新归一化到新的阻抗, 即除 50 欧姆。

④ 将归一化的 Z 参数转换回 S 参数:

$$\begin{aligned}S_{11} &= \frac{(\bar{z}_{11} - 1)(\bar{z}_{22} + 1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}}{(\bar{z}_{11} + 1)(\bar{z}_{22} + 1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}} \\ S_{12} &= \frac{2\bar{z}_{12}}{(\bar{z}_{11} + 1)(\bar{z}_{22} + 1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}} \\ S_{21} &= \frac{2\bar{z}_{21}}{(\bar{z}_{11} + 1)(\bar{z}_{22} + 1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}} \\ S_{22} &= \frac{(\bar{z}_{11} + 1)(\bar{z}_{22} - 1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}}{(\bar{z}_{11} + 1)(\bar{z}_{22} + 1) - \bar{z}_{12}\bar{z}_{21}}\end{aligned}$$

3) 结果验证:



可见四张图中, 两条曲线重合, 说明变换结果正确

四、实验结果分析与总结

分析结果表明: S_{21} 的幅度响应在 200MHz 以下的频率范围内保持较高水平, 而在 200MHz 以上逐渐降低, 并在超过 280MHz 时降至 -3dB 以下, 这表明其具有

低通滤波功能。除了在大约 300MHz 处 S21 的相位响应存在突变外，其相位响应在 1Hz 至 1GHz 的范围内连续变化，且变化速率逐渐减缓。

在频率为 0 时，电容表现为开路，电感表现为短路。当负载端匹配时，传输线处于行波模式，反射系数在各处均为 0，输入端的反射系数也为 0，导致 S11 的幅度频率特性趋向负无穷。在频率约为 190MHz 时，网络达到匹配状态，此时输入端和负载端的反射系数均为 0，S11 的幅度频率特性同样趋向负无穷。然而，当频率超过 300MHz 时，即使负载端匹配，输入端的反射系数也趋向于 1。

由于该低通滤波器设计在 50 欧姆的特性阻抗下，通过比较 30 欧姆和 50 欧姆的特性阻抗下的幅度频率特性曲线，可以发现 50 欧姆的特性阻抗下滤波器性能更佳，具有明显的通带和阻带特性，且过渡带的下降速度更快。

此外，通过 S 参数与 Z 参数之间的转换关系，以及 Z 参数与特性阻抗的关系，可以方便地将基于 30 欧姆端口特性阻抗的电路参数测量结果转换为基于 50 欧姆 S 参数的结果。

五、附件（程序清单）

```
clear;clc;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%实验条件%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
L1 = 45.6e-9;% 单位：亨利
C1 = 16.4e-12;% 单位：法拉
f=0:1e5:1e9;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%计算矩阵%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A=1-(2*pi*f).^2*L1*C1;
B=1j*2*pi*f*L1;
C=2j*2*pi*f*C1-1j*(2*pi*f).^3*L1*C1.^2;
D=A;
[S11_1,S12_1,S21_1,S22_1]=A2S(50,A,B,C,D);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%绘图%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure();
subplot(2,1,1);
plot(f,20*log10(abs(S11_1)),f,20*log10(abs(S21_1)));
title('S11 和 S21 参数的幅频特性曲线');
xlabel('频率/Hz');ylabel('幅度/dB');
legend('|S11|','|S21|');
grid on;grid minor;

subplot(2,1,2);
plot(f,angle(S21_1));
title('S21 参数的相位特性曲线');
ylabel('相位/rad');
xlabel('频率/Hz');
grid on;grid minor;
```

题（3）

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%改变 Z0 再绘制%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[S11_2,S12_2,S21_2,S22_2]=A2S(30,A,B,C,D);
figure();
subplot(2,1,1);
plot(f,20*log10(abs(S21_2)));
title('S11 和 S21 参数的幅频特性曲线');
xlabel('频率/Hz');
ylabel('幅度/dB');
grid on;grid minor;

subplot(2,1,2);
plot(f,angle(S21_2));
title(' S21 参数的相位特性曲线');
ylabel('相位/rad');
xlabel('频率/Hz');
grid on;grid minor;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%验证变换%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
z11=((1+S11_2).*(1-S22_2)+S21_2.*S12_2)./((1-S11_2).*(1-S22_2)-S21_2.*
S12_2);
z12=2.*S12_2./((1-S11_2).*(1-S22_2)-S21_2.*S12_2);
z21=2.*S21_2./((1-S11_2).*(1-S22_2)-S21_2.*S12_2);
z22=((1-S11_2).*(1+S22_2)+S21_2.*S12_2)./((1-S11_2).*(1-S22_2)-S21_2.*
S12_2);
Z11=z11.*30./50;
Z12=z12.*30./50;
Z21=z21.*30./50;
Z22=z22.*30./50;
[S11_3,S12_3,S21_3,S22_3]=Z2S(Z11,Z12,Z21,Z22);
figure();
subplot(2,2,1);
plot(f,20*log10(abs(S11_1)),'b',f,20*log10(abs(S11_3)),'-.r');
title('S11 变换结果对照');
xlabel('频率/Hz');
ylabel('幅度/dB');
lgd=legend('Z0=50 时,|S11|','Z0=30 变换至 Z0=50 时,|S11|');
lgd.Location = 'southwest';
grid on;grid minor;
subplot(2,2,2);
plot(f,20*log10(abs(S12_1)),'b',f,20*log10(abs(S12_3)),'-.r');
title('S12 变换结果对照');
xlabel('频率/Hz');
ylabel('幅度/dB');
lgd=legend('Z0=50 时,|S21|','Z0=30 变换至 Z0=50 时,|S21|');
lgd.Location = 'southwest';
grid on;grid minor;
subplot(2,2,3);
plot(f,20*log10(abs(S21_1)),'b',f,20*log10(abs(S21_3)),'-.r');
title('S21 变换结果对照');
xlabel('频率/Hz');

```

```

ylabel('幅度/dB');
lgd=legend('Z0=50 时, |S21|', 'Z0=30 变换至 Z0=50 时, |S21|');
lgd.Location = 'southwest';
grid on; grid minor;
subplot(2,2,4);
plot(f, 20*log10(abs(S22_1)), 'b', f, 20*log10(abs(S22_3)), '-.r');
title('S22 变换结果对照');
xlabel('频率/Hz');
ylabel('幅度/dB');
lgd=legend('Z0=50 时, |S21|', 'Z0=30 变换至 Z0=50 时, |S21|');
lgd.Location = 'southwest';
grid on; grid minor;
function [S11,S12,S21,S22]=A2S(Z0,A,B,C,D)
    S11=(A+B./Z0-C*Z0-D)./(A+B./Z0+C*Z0+D);
    S12=2.*(A.*D-B.*C)./(A+B./Z0+C*Z0+D);
    S21=2./(A+B./Z0+C*Z0+D);
    S22=(-A+B./Z0-C.*Z0+D)./(A+B./Z0+C*Z0+D);
end

function [S11,S12,S21,S22]=Z2S(Z11,Z12,Z21,Z22)
    S11=((Z11-1).*(Z22+1)-Z12.*Z21)./((Z11+1).*(Z22+1)-Z12.*Z21);
    S12=2.*Z12./((Z11+1).*(Z22+1)-Z12.*Z21);
    S21=2.*Z21./((Z11+1).*(Z22+1)-Z12.*Z21);
    S22=((Z11+1).*(Z22-1)-Z12.*Z21)./((Z11+1).*(Z22+1)-Z12.*Z21);
end

```