Tugas Besar 1 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri
Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya

Disusun oleh :

Kelompok 40 - Acikiwir

1. Ahmad Rafi Maliki (13522137)
2. Nicholas Reymond Sihite (13522144)
3. Albert Ghazaly (13522150)

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

2023

BAB I. Deskripsi Masalah

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Mahasiswa sudah mempelajari berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah *Cramer* (khusus untuk SPL dengan *n* peubah dan *n* persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

Di dalam Tugas Besar 1 ini, Mahasiswa diminta membuat satu atau lebih *library* aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan *n* peubah dan *n* persamaan). Selanjutnya, gunakan *library* tersebut di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan yang dimodelkan dalam bentuk SPL, menyelesaikan persoalan interpolasi, dan persoalan regresi.

BAB II. Teori Singkat

2.1 Matriks

Sifat Matriks eselon baris :

1. Ketika sebuah baris tidak sepenuhnya terisi oleh elemen-elemen nol, elemen non-nol pertama dalam baris tersebut selalu memiliki nilai 1, dan elemen ini dikenal sebagai "1 utama."
2. Jika ada baris yang seluruhnya terdiri dari elemen-elemen nol, baris-baris tersebut akan ditempatkan pada bagian paling bawah dari matriks.
3. Dalam situasi di mana ada dua baris berturutan yang memiliki elemen-elemen non-nol, 1 utama pada baris yang lebih rendah akan terletak lebih ke kanan dibandingkan dengan 1 utama pada baris yang lebih tinggi.

Sifat Matriks eselon baris tereduksi:
Sama seperti matriks eselon baris, tetapi ada aturan tambahan, yakni Setiap kolom yang mengandung 1 utama akan memiliki nilai-nilai nol di seluruh elemen lainnya dalam kolom tersebut.

2.2 Determinan Matriks

Determinan Matriks adalah nilai skalar yang dapat dihitung dari sebuah matriks. Sebuah matriks memiliki determinan jika dan hanya jika matriks tersebut merupakan matriks persegi (ukuran $n \times n$). Determinan matriks 1×1 sama dengan nilai elemen satu-satunya dalam matriks tersebut. Namun, untuk matriks $n \times n$ dengan $n \geq 2$, dibutuhkan metode yang lebih rumit, di antaranya adalah metode reduksi baris, metode ekspansi kofaktor, dan metode kombinasi keduanya.

2.2.1 Metode Reduksi Baris

Mencari determinan dengan metode reduksi baris dilakukan dengan cara menerapkan OBE (Operasi Baris Elementer) pada matriks sedemikian rupa sehingga didapat bentuk yang paling mendekati sebuah matriks segitiga (boleh atas atau bawah).

Contoh matriks:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} \sim \text{OBE} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Setelah menerapkan OBE dan bentuknya sudah mirip matriks segitiga, determinan dapat dihitung dengan cara mengalikan elemen-elemen diagonal utama.

$$\begin{aligned} \det(M) &= (1) \times (-1) \times (-2) \\ &= 2 \end{aligned}$$

Namun, perlu diingat, jika menerapkan OBE "tukar baris" dan "mengalikan baris dengan konstanta", banyak penukaran dan seluruh konstanta pengali harus dicatat dan determinan dihitung dengan metode berikut.

$$\det(M) = \frac{(-1)^{switch}}{k_1 \times k_2 \times \ldots \times k_n} \times \prod_{i=1}^{n} M_{ii}$$

keterangan:
switch adalah banyaknya penukaran baris
k_1, k_2, …, k_n adalah konstanta pengali
n adalah ukuran matriks persegi
M_{ii} adalah elemen matriks M pada baris i dan kolom i

2.2.2 Metode Ekspansi Kofaktor

Kofaktor adalah determinan submatriks dari matriks utama yang tidak mengikutsertakan baris dan kolom tertentu. Kofaktor biasanya disimbolkan dengan c_{ij} dengan i dan j adalah baris dan kolom yang tidak diikutsertakan dalam perhitungan determinan submatriks. Kofaktor suatu elemen matriks juga harus memperhatikan posisi elemen tersebut, jika $i + j$ genap, determinan submatriks dikalikan dengan 1, jika ganjil determinan dikalikan dengan -1. Dengan kata lain, determinan submatriks dikalikan dengan (-1)^($i + j$).

Contoh matriks:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Misalkan akan dicari kofaktor M_{12}.

$$\begin{aligned} c_{12} &= (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \\ &= (-1)^3 \times (10 - 12) \\ &= (-1) \times (-2) \\ &= 2 \end{aligned}$$

Kofaktor dapat digunakan untuk mencari determinan suatu matriks. Metode ini disebut dengan metode ekspansi kofaktor. Rumus yang dapat dijadikan acuan adalah sebagai berikut.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{(i)(kolom)} \times c_{(i)(kolom)} \text{ atau } \sum_{i=1}^{n} M_{(baris)(i)} \times c_{(baris)(i)}$$

keterangan:

n adalah ukuran matriks persegi

$M_{(i)(kolom)}$ adalah elemen matriks M pada baris i dan kolom *kolom*

$M_{(baris)(i)}$ adalah elemen matriks M pada baris *baris* dan kolom i

Contoh penerapan metode ekspansi kofaktor pada matriks M dengan menggunakan elemen matriks pada kolom 1.

$$\begin{aligned} \det(M) &= M_{11} \times c_{11} + M_{12} \times c_{12} + M_{13} \times c_{13} \\ &= (1) \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + (2) \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + (3) \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \\ &= (1) \times (1) \times (5 - 8) + (2) \times (-1) \times (5 - 6) + (3) \times (1) \times (4 - 3) \\ &= -3 + 2 + 3 \\ &= 2 \end{aligned}$$

2.2.3 Metode Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor

Kedua metode yang sudah dibahas dapat dikombinasikan untuk mencari determinan dengan lebih mudah. Langkah yang dapat dilakukan adalah:

1. Memilih satu baris atau kolom untuk digunakan.
2. Melakukan reduksi baris atau kolom pada baris atau kolom yang dipilih dengan OBE sehingga hanya 1 elemen yang bernilai non-nol dan sisanya nol.
3. Menerapkan metode ekspansi kofaktor pada baris atau kolom yang dipilih, tetapi perlu diingat bahwa hanya ada 1 elemen non-nol sehingga hanya perlu mengalikan elemen tersebut dengan kofaktornya.

Penerapan metode kombinasi pada matriks *M* yang sudah direduksi pada bagian "Metode Reduksi Baris" adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\det(M) &= M_{11} \times c_{11} \\ &= (1) \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \\ &= (1) \times (1) \times (2 - 0) \\ &= 2\end{aligned}$$

2.3 Matriks Adjoin

Matriks adjoin adalah matriks yang diperoleh dengan melakukan transpose pada sebuah matriks yang tiap elemennya adalah kofaktor dari matriks tersebut.

2.4 Matriks Balikan

Matriks balikan adalah sebuah matriks yang jika dikalikan dengan matriks awalnya akan menghasilkan matriks identitas. Syarat dari sebuah matriks memiliki balikan adalah determinannya tidak sama dengan nol.

Ada beberapa cara untuk mencari matriks balikan adalah sebagai berikut:

2.4.1. Metode operasi baris elementer

Untuk menyusun matriks balikan menggunakan metode OBE, kita perlu membuat matriks augmented yang terdiri dari matriks awal dan matriks identitas dengan ukuran yang sama. Langkah berikutnya adalah lakukan OBE sampai matriks awal berubah menjadi matriks identitas, OBE yang sama juga diperlakukan ke matriks identitasnya. Jika matriks awal sudah menjadi matriks identitas, maka matriks identitasnya berubah menjadi matriks balikan dari matriks awal.

2.4.2. Metode adjoin

Matriks balikan menggunakan metode ini diperoleh dari mengkalikan 1/det dengan matriks adjoinnya, dengan det adalah determinan dari matriks awal.

2.5 Sistem Persamaan Linear

Dalam sistem persamaan linear (SPL), terdapat tiga klasifikasi utama yang dapat menggambarkan kemungkinan solusi SPL yang dihadapi, yakni:

1. Solusi Unik (Tunggal)

Pada kondisi ini, SPL memiliki satu solusi tunggal yang dapat ditemukan. Salah satu ciri khas dari solusi unik adalah ketika matriks augmented SPL mencapai bentuk segitiga hingga mencapai baris terakhir.

2. Banyak Solusi (Tidak Terbatas)

Kemungkinan kedua adalah SPL memiliki banyak solusi, yang berarti terdapat lebih dari satu set solusi yang memenuhi persamaan. Salah satu tanda khas dari situasi ini adalah adanya satu atau lebih baris dalam matriks augmented yang keseluruhannya berisi nilai-nilai nol.

3. Tidak Ada Solusi

Ketika SPL dapat berada dalam situasi di mana tidak ada solusi yang memenuhi persamaan. Ciri utama dari ketidakmungkinan ini terletak pada keberadaan baris dalam matriks augmented SPL yang seluruhnya berisi nilai-nilai nol, kecuali untuk nilai-nilai pada kolom terakhir.

2.6 Metode Eliminasi Gauss

Untuk menggunakan metode Eliminasi Gauss, diperlukan matriks eselon baris. Matriks Eselon Baris dalam Metode Eliminasi Gauss adalah bentuk matriks yang memiliki satu elemen utama pada setiap baris, kecuali baris yang seluruhnya terdiri dari elemen-elemen nol.

Contoh-contoh matriks eselon baris:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, kita dapat menyelesaikan Sistem Persamaan Linear menggunakan metode Eliminasi Gauss melalui beberapa tahap:

1. Matriks Sistem Persamaan Linear (SPL) diekspresikan dalam bentuk matriks augmented.
2. Terapkan Operasi Baris Elementer (OBE) pada matriks augmented tersebut hingga mencapai bentuk Matriks Eselon Baris.
3. Persamaan-persamaan yang sesuai dengan Matriks Eselon Baris tersebut dapat dipecahkan dengan menggunakan teknik penyulihan mundur (backward substitution).

2.7 Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Sebelum mengaplikasikannya, penting untuk memahami matriks eselon baris tereduksi.Matriks Eselon Baris Tereduksi adalah bentuk matriks eselon baris yang memenuhi sifat-sifat matriks eselon baris dan memiliki nol-nol di atas dan di bawah setiap 1 utama.

Selanjutnya, Metode Eliminasi Gauss-Jordan dibagi menjadi dua fase utama:

1. Fase Maju (Forward Phase) atau Fase Eliminasi Gauss: Pada fase ini, tujuannya adalah menghasilkan nilai-nilai nol di bawah 1 utama dalam matriks. Ini dicapai melalui serangkaian operasi baris elementer yang memungkinkan penyederhanaan SPL menjadi bentuk matriks echelon tereduksi.

2. Fase Mundur (Backward Phase): Setelah matriks mencapai bentuk echelon tereduksi, fase ini bertujuan untuk menghasilkan nilai-nilai nol di atas 1 utama. Ini melibatkan serangkaian operasi baris elementer tambahan.

Dengan menerapkan dua fase ini, solusi SPL dapat ditemukan secara langsung tanpa perlu langkah tambahan

2.8 Metode Matriks Balikan

Sistem persamaan linier (SPL) juga dapat diselesaikan menggunakan matriks balikan. Hal itu dapat dibuktikan dengan menurunkannya dari persamaan *Ax=b*

$$Ax = b \qquad |\times A^{-1}|$$

$$(A^{-1})Ax = (A^{-1})b$$

$$x = A^{-1}b$$

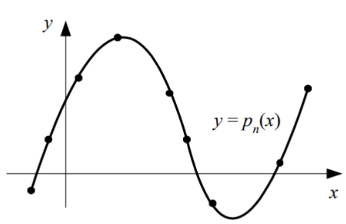
Oleh karena itu, *x* dapat dicari dengan mengalikan matriks balikan *A* dengan *b*

2.9 Kaidah *Crammer*

Aturan Cramer adalah metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan determinan dari matriks koefisien dan matriks konstanta.Untuk SPL dengan tiga variabel, solusi dapat ditemukan dengan menggunakan rumus $x = D_x/D$, $y = D_y/D$, dan $z = D_z/D$. Dimana *D* adalah determinan.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}, \text{ dan } z = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}.$$

2.10 Interpolasi Polinom

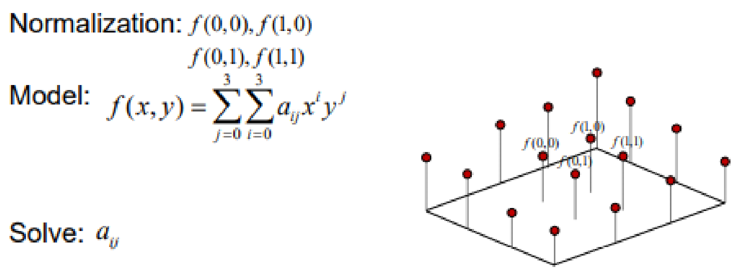


$y_i = p_n(x_i)$ untuk $i = 0, 1, 2, \ldots, n$

Interpolasi Polinom adalah persamaan seperti di atas sedemikian mungkin, sehingga setiap titik yang diberikan termasuk dalam persamaan garis interpolasi polinom. Untuk mencarinya kita perlu memasukkan f(x) = ax +bx^2+... (sesuaikan dengan derajat polinom, yakni sebanyak n-1 di mana n adalah jumlah titik yang dimasukkan). Setelah itu jadikan menjadi matriks augmented dan cari solusi berupa koefisien.

2.11 Interpolasi *Bicubic Spline*

Bicubic spline interpolation adalah metode interpolasi yang menggunakan data dua dimensi. Metode interpolasi ini menggunakan nilai yang sudah diketahui untuk menemukan nilai baru yang belum diketahui. Interpolasi ini dapat dimanfaatkan untuk membuat algoritma perbesaran resolusi gambar.



2.12 Regresi Linier Berganda

Regresi linear berganda adalah metode yang digunakan untuk menentukan hubungan antara *n* buah variabel linear (bebas) dengan *y* (terikat). Hasil dari regresi linear sangat bergantung pada banyak data/sampel yang digunakan. Semakin banyak data/sampel yang digunakan, semakin akurat hasil regresinya, begitu pula sebaliknya.

Persamaan umum regresi linear berganda dengan *n* variabel dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$y = \beta_0 + \beta_1 . x_1 + \beta_2 . x_2 + \cdots + \beta_n . x_n$$

Nilai dari konstanta beta dapat ditentukan dengan menerapkan metode penyelesaian SPL pada matriks yang dibentuk melalui persamaan *Normal Estimation for Multiple Linear Regression* sebagai berikut.

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_n \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccc|c}
\sum_{i=1}^{k} 1 & \sum_{i=1}^{k} x_{1i} & \sum_{i=1}^{k} x_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{k} x_{ni} & \sum_{i=1}^{k} y_i \\
\sum_{i=1}^{k} x_{1i} & \sum_{i=1}^{k} x_{1i} . x_{1i} & \sum_{i=1}^{k} x_{1i} . x_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{k} x_{1i} . x_{ni} & \sum_{i=1}^{k} x_{1i} . y_i \\
\vdots & \vdots & \cdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
\sum_{i=1}^{k} x_{ni} & \sum_{i=1}^{k} x_{ni} . x_{1i} & \sum_{i=1}^{k} x_{ni} . x_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{k} x_{ni} . x_{ni} & \sum_{i=1}^{k} x_{ni} . y_i
\end{array}\right]
\end{array}$$

keterangan:

k adalah banyaknya data/sampel
n adalah banyaknya variabel linear

BAB III. Implementasi Program dan Pustaka Dalam Java

3.1 File “main.java”

Method	Deskripsi
public static void main(String[] args)	Berisikan menu utama program.

3.2 File “operator.java”

Method	Deskripsi
public static double[][][] inputMatrixBicubic()	Prosedur untuk input Matriks bicubic
public static void displayMatrix(double[][] mat)	Menerima input matriks dan menampilkan nilai matriks
public static void displayMatrixInt(int[][] mat)	Menerima input matriks integer dan menampilkannya
public static double[][] delColAt(double[][] matrix,int colId)	Menerima input matriks dan index kolom colId. Mengembalikkan matriks yang index kolom colId dihapus.
public static double[][] multiplyMatrix(double[][] m1, double[][] m2)	Menerima input dua matriks dan mengembalikkan matriks hasil perkalian kedua matriks
public static double[][] takeCol(double[][] matrix, int x)	Menerima input matriks dan integer x dan mengembalikkan kolom ke x
public static boolean isColZero(double[][] m1, int i)	Menerima input matriks dan integer i. Mengembalikkan boolean apakah kolom ke i dari baris pertama hingga akhir berisi 0 semua
public static double[][] delLastRow(double[][] m, int n	Menerima input matriks m dan integer n. Mengembalikkan matriks yang baris terakhirnya dihapus sebanyak n baris
public static double[][] insertLastRow(double[][] m,int n)	Menerima input matriks dan integer n. Mengembalikkan matriks telah ditambahkan n baris kosong pada baris terakhir

public static double[][] insertColLeft(double[][] m, double[][] insM)	Menerima input matriks dan integer insM. Mengembalikkan matriks telah ditambahkan n kolom kosong sebanyak insM di pojok kiri.
public static boolean isRowZero(double[][] m, int row)	Menerima input matriks dan integer row. Mengembalikkan nilai apakah baris ke row pada matriks adalah baris kosong (berisi 0 semua)
public static double[][] echelonRow(double[][] m)	Menerima input matriks dan mengembalikan hasil eselon baris dari matriks
public static double[][] echelonRowReduction(double[][] m1)	Menerima input matriks dan mengembalikkan hasil eselon baris tereduksi dari matriks
public static double[][] swapCol(double[][] mat1, double[][] rowMat, int idX)	Menerima matriks mat1, matriks satu kolom rowMat, dan integer idX. Mengembalikkan hasil matriks mat1 yang nilai kolom idXnya ditukar dengan matriks rowMat
public static double[][] copyMatrix(double[][] m)	Menghasilkan salinan dari matriks m
public static int leftZero(double[][] m, int row)	Menghitung jumlah angka 0 yang berada di sebelah kiri sebelum ada elemen non-nol
public static void switchRow(double[][] m, int r1, int r2)	I.S. : matriks m terdefinisi F.S. : baris r1 dan r2 matriks m ditukar
public static boolean isBelowDiagonalZero(double[][] m)	Mengecek apakah semua elemen di bawah diagonal utama 0, mengembalikan true jika ya, false jika tidak
public static void subtractRowByFactor(double[][] m, int r1, int r2, int startCol)	I.S. : matriks m terdefinisi F.S. : baris r2 matriks m berkurang dengan rumus r2 = r2 - factor * r1 mulai kolom startCol
public static double cofactorExp(double[][] m, int rowExc, int colExc)	Menghasilkan kofaktor baris rowExc dan kolom colExc untuk fungsi detCofactorExp
public static double cofactorComb(double[][] m, int rowExc, int colExc)	Menghasilkan kofaktor baris rowExc dan kolom colExc untuk fungsi detCombination
public static double[][] transpose(double[][] matrix)	Menerima input matriks dan mengembalikkan hasil transpos matriks.

public static double[][] scalarMult(double coefficient, double[][] matrix)	Menerima input double coefficient dan matriks. Mengembalikan hasil perkalian skalar matriks dengan coefficient.
public static boolean isNoSolution(double[][] mat)	Menerima sebuah matriks SPL dan mengembalikkan apakah matriks SPL memiliki solusi
public static boolean isSolutionParametric(double[][] mat)	Menerima sebuah matriks SPL dan mengembalikkan apakah matriks SPL memiliki solusi
public static boolean isIn(int a, int[] b)	Menerima sebuah integer a dan array b. Mengembalikkan apakah a ada di dalam b

3.3 File “spl.java”

Method	Deskripsi
public static void SPL(double[][] m, int opt)	Menerima matriks dan opsi untuk memilih metode SPL
public static double[][] inverse_Spl(double[][] matrix)	Menerima matriks dan mengembalikan matriks solusi melalui metode matriks balikan
public static double[][] gauss_Spl(double[][] matrix)	Menerima matriks dan mengembalikan matriks solusi melalui metode Gauss
public static double[][] gauss_Jordan_Spl(double[][] matrix)	Menerima matriks dan mengembalikan matriks solusi melalui metode Gauss Jordan
public static double[][] crammer_Spl(double[][] matrix)	Menerima matriks dan mengembalikan matriks solusi melalui metode cramer

3.4 File “determinant.java”

Method	Deskripsi

public static double detRowReduction(double[][] mat)	Mencari determinan matriks m dengan metode reduksi baris.
public static double detCofactorExp(double[][] m)	Mencari determinan matriks m dengan metode ekspansi kofaktor dengan baris pada kolom 1.
public static double detCombination(double[][] mat)	Mencari determinan matriks mat dengan metode kombinasi reduksi baris dan ekspansi kofaktor pada baris 1.

3.5 File "invers.java"

Method	Deskripsi
public static double[][] identity(double[][] matrix)	Mencari matriks balikan dengan metode operasi baris elementer matriks identitas
public static double[][] adjoin(double[][] matrix)	Mencari matriks balikan dengan metode mengalikan matriks adjoin dengan se per determinan
public static int runIdentity()	Fungsi driver untuk menjalankan fungsi identity()
public static int runAdjoin()	Fungsi driver untuk menjalankan fungsi Adjoin()

3.6 File "interpolasi.java"

Method	Deskripsi
public static double[][] interpolate(double[][] input)	Mengambil input sebuah matriks dan mengembalikan matriks solusi interpolasi

3.7 File "bicubic.java"

Method	Deskripsi
private static double power (double base, int power)	Fungsi untuk mengkalkulasi perpangkatan, diperlukan untuk menghandle 0^0

public static double[][] get_BSI_MATRIX()	Fungsi untuk memperoleh matriks interpolasi bicubic spline
public static double[][] get_BSI_COEF()	Fungsi untuk memperoleh koefisien interpolasi.
public static double get_BSI_VAL(double[][] COEF, double X, double Y)	Fungsi untuk memperoleh nilai fungsi f<x,y> hasil interpolasi
public static int runBicubic()	Fungsi driver untuk menjalankan fungsi pada class ini

3.8 File “multiplelinreg.java”

Method	Deskripsi
public static double[][] multipleLinReg(double[][] m)	Menghasilkan solusi regresi linear berganda dalam bentuk matriks n x 1 di mana n adalah banyaknya peubah x + 1.

3.9 File “imageProcessing.java”

Method	Deskripsi
public static int[][] imageToArray(String imagePath)	Fungsi untuk mengkonversi image (.png/.jpg) ke array dua dimensi. Fungsi menerima path image dan mengembalikan array dua dimensi yang tiap elemennya adalah pixel value image (0-255).
public static void arrayToImage(int[][] pixelArray, String outputPath)	Fungsi untuk mengkonversi array dua dimensi ke image (.jpg). Fungsi menerima array dua dimensi dan output path image, fungsi akan menghasilkan file .jpg/.png baru.
public static double[][] get_D_MATRIX()	Fungsi untuk menggenerasi matriks D berukuran 16x16 yang diperlukan untuk interpolasi pixel gambar

public static double[][][][] get_pixel_BSI_COEF(int[][] imageMatrix)	Fungsi untuk menggenerasi matriks koefisien interpolasi untuk tiap pixel pada gambar.
public static int[][] resize(int[][] imageMatrix, double scale)	Fungsi untuk menggenerasi matriks baru yang berisi value pixel gambar yang sudah di upscale.
public static int run()	Fungsi driver bagi class imageProcessing.

3.10 File "MultiOutputStream.java"

Method	Deskripsi
private final OutputStream[] outputStreams	Superclass dari kelas MultiOutputStream, yakni OutputStream
public MultiOutputStream(OutputStream... outputStreams)	Menerima stream dan menghubungkannya
public void write(int b)	Menerima byte dan menuliskannya lewat stream-stream

BAB IV. Eksperimen

4.1 Sistem Persamaan Linear

4.2.1 Uji Kasus 1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

1. Metode Eliminasi Gauss

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
1

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
Sistem Persamaan Linear
1.0  1.0  -1.0  -1.0  1.0
0.0  1.0  -1.6666666666666667  -1.0  -1.3333333333333333
0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0
0.0  0.0  0.0  0.0  1.0
Karena matriks eselon, seperti di atas
Maka matrix tidak memiliki solusi

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
2

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
Sistem Persamaan Linear
1.0  1.0  -1.0  -1.0  1.0
0.0  1.0  -1.6666666666666667  -1.0  -1.3333333333333333
0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0
0.0  0.0  0.0  0.0  1.0
Karena matriks eselon, seperti di atas
Maka matrix tidak memiliki solusi

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

3. Metode Matriks Balikan

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
3

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
Sistem Persamaan Linear
1.0  1.0  -1.0  -1.0  1.0
0.0  1.0  -1.6666666666666667  -1.0  -1.3333333333333333
0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0
0.0  0.0  0.0  0.0  1.0
Karena matriks eselon, seperti di atas
Maka matrix tidak memiliki solusi

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4. Metode *Cramer*

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
4

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
Sistem Persamaan Linear
1.0  1.0  -1.0  -1.0  1.0
0.0  1.0  -1.6666666666666667  -1.0  -1.3333333333333333
0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0
0.0  0.0  0.0  0.0  1.0
Karena matriks eselon, seperti di atas
Maka matrix tidak memiliki solusi

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4.2.2 Uji Kasus 2

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

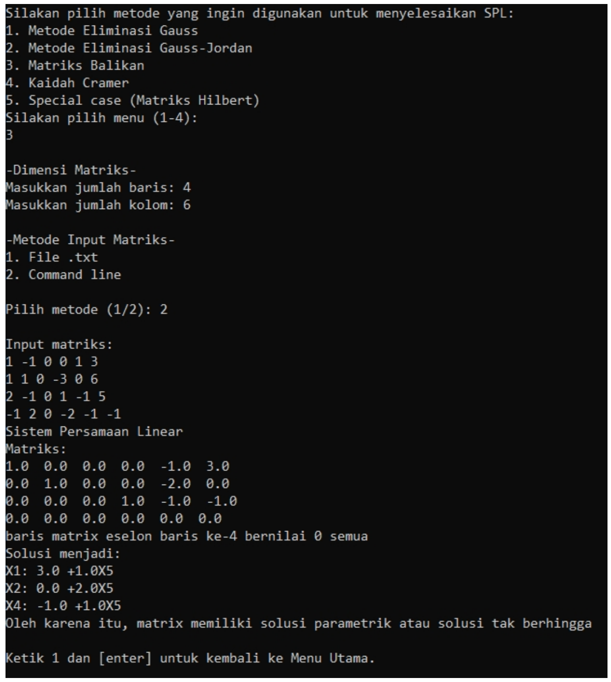
1. Metode Eliminasi Gauss

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
1

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 6

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
Sistem Persamaan Linear
Matriks:
1.0  0.0  0.0  0.0  -1.0  3.0
0.0  1.0  0.0  0.0  -2.0  0.0
0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  -1.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
baris matrix eselon baris ke-4 bernilai 0 semua
Solusi menjadi:
X1: 3.0 +1.0X5
X2: 0.0 +2.0X5
X4: -1.0 +1.0X5
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik atau solusi tak berhingga

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

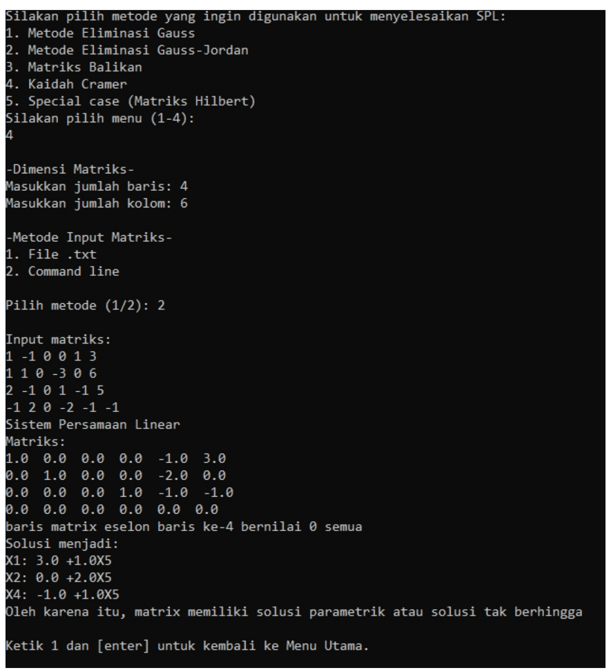
```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
2

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 6

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
Sistem Persamaan Linear
Matriks:
1.0  0.0  0.0  0.0  -1.0  3.0
0.0  1.0  0.0  0.0  -2.0  0.0
0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  -1.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
baris matrix eselon baris ke-4 bernilai 0 semua
Solusi menjadi:
X1: 3.0 +1.0X5
X2: 0.0 +2.0X5
X4: -1.0 +1.0X5
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik atau solusi tak berhingga

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

3. Metode Matriks Balikan



```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
3

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 6

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
Sistem Persamaan Linear
Matriks:
1.0  0.0  0.0  0.0  -1.0  3.0
0.0  1.0  0.0  0.0  -2.0  0.0
0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  -1.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
baris matrix eselon baris ke-4 bernilai 0 semua
Solusi menjadi:
X1: 3.0 +1.0X5
X2: 0.0 +2.0X5
X4: -1.0 +1.0X5
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik atau solusi tak berhingga

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4. Metode *Cramer*



```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
4

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 4
Masukkan jumlah kolom: 6

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
Sistem Persamaan Linear
Matriks:
1.0  0.0  0.0  0.0  -1.0  3.0
0.0  1.0  0.0  0.0  -2.0  0.0
0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  -1.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
baris matrix eselon baris ke-4 bernilai 0 semua
Solusi menjadi:
X1: 3.0 +1.0X5
X2: 0.0 +2.0X5
X4: -1.0 +1.0X5
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik atau solusi tak berhingga

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4.2.3 Uji Kasus 3

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

1. Metode Eliminasi Gauss

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
1

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 7

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
Sistem Persamaan Linear
Matriks:
0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  1.0  1.0
0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  1.0  -2.0
0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0
persamaan yang dimasukkan tidak cukup
Solusi menjadi:
X2: 1.0 -1.0X6
X4: -2.0 -1.0X6
X5: 1.0 +1.0X6
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik atau solusi tak berhingga

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
2

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 7

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
Sistem Persamaan Linear
Matriks:
0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  1.0  1.0
0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  1.0  -2.0
0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0
persamaan yang dimasukkan tidak cukup
Solusi menjadi:
X2: 1.0 -1.0X6
X4: -2.0 -1.0X6
X5: 1.0 +1.0X6
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik atau solusi tak berhingga

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

3. Metode Matriks Balikan

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
3

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 7

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
Sistem Persamaan Linear
Matriks:
0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  1.0  1.0
0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  1.0  -2.0
0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0
persamaan yang dimasukkan tidak cukup
Solusi menjadi:
X2: 1.0 -1.0X6
X4: -2.0 -1.0X6
X5: 1.0 +1.0X6
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik atau solusi tak berhingga

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4. Metode *Cramer*

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
4

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 7

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
Sistem Persamaan Linear
Matriks:
0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  1.0  1.0
0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  1.0  -2.0
0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  -1.0  1.0
persamaan yang dimasukkan tidak cukup
Solusi menjadi:
X2: 1.0 -1.0X6
X4: -2.0 -1.0X6
X5: 1.0 +1.0X6
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik atau solusi tak berhingga

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4.2.4 Uji Kasus 4 (Matrix Hilbert)

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

H adalah matriks *Hilbert*. Cobakan untuk $n = 6$ dan $n = 10$.

1. Hilbert $n = 6$

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
5
Sistem Persamaan Linear
Input nilai n:
6
X1: 36.00000000093976
X2: -630.000000028331
X3: 3360.0000001980675
X4: -7560.000000526759
X5: 7560.00000059087
X6: -2772.0000002356865
```

2. Hilbert $n = 10$

```
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
5
Sistem Persamaan Linear
Input nilai n:
10
X1: 99.99635121243139
X2: -4949.682934163029
X3: 79193.21794528098
X4: -600538.1425615444
X5: 2522224.189095337
X6: -6305485.121816602
X7: 9608260.745972214
X8: -8750303.921144651
X9: 4375118.75081455
X10: -923630.0290748931

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu
```

4.2.5 Uji Kasus 5

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

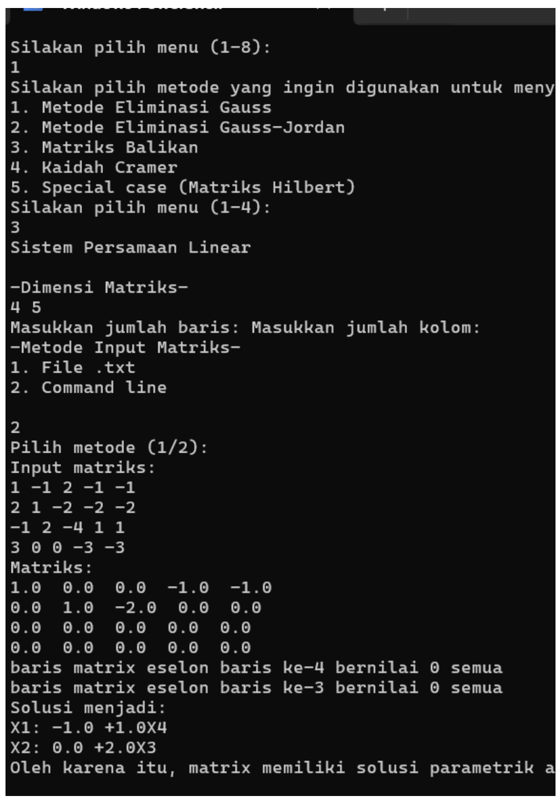
1. Metode Eliminasi Gauss

```
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menye
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
1
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
4
5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
Matriks:
1.0  0.0  0.0  -1.0  -1.0
0.0  1.0  -2.0  0.0  0.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
baris matrix eselon baris ke-4 bernilai 0 semua
baris matrix eselon baris ke-3 bernilai 0 semua
Solusi menjadi:
X1: -1.0 +1.0X4
X2: 0.0 +2.0X3
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik at
```

2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk meny
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
2
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
4 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
Matriks:
1.0  0.0  0.0  -1.0  -1.0
0.0  1.0  -2.0  0.0  0.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
baris matrix eselon baris ke-4 bernilai 0 semua
baris matrix eselon baris ke-3 bernilai 0 semua
Solusi menjadi:
X1: -1.0 +1.0X4
X2: 0.0 +2.0X3
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik a
```

3. Metode Matriks Balikan



```
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk meny
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
3
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
4 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
Matriks:
1.0  0.0  0.0  -1.0  -1.0
0.0  1.0  -2.0  0.0  0.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
baris matrix eselon baris ke-4 bernilai 0 semua
baris matrix eselon baris ke-3 bernilai 0 semua
Solusi menjadi:
X1: -1.0 +1.0X4
X2: 0.0 +2.0X3
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametrik a
```

4. Metode *Cramer*

```
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk 
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
4
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
4 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
Matriks:
1.0  0.0  0.0  -1.0  -1.0
0.0  1.0  -2.0  0.0  0.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
baris matrix eselon baris ke-4 bernilai 0 semua
baris matrix eselon baris ke-3 bernilai 0 semua
Solusi menjadi:
X1: -1.0 +1.0X4
X2: 0.0 +2.0X3
Oleh karena itu, matrix memiliki solusi parametr
```

4.2.6 Uji Kasus 6

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Metode Eliminasi Gauss

```
7. Perbesaran gambar
8. Keluar
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk m
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
1
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
6 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0
Solusi dihitung dengan metode Elminasi Gauss
Hasil Perhitungan:
X1: 0.0
X2: 2.0
X3: 1.0
X4: 1.0

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digun
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
2
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
6 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumla
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0
Solusi dihitung dengan metode Elminas
Hasil Perhitungan:
X1: 0.0
X2: 2.0
X3: 1.0
X4: 1.0

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke
```

3. Metode Matriks Balikan

```
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi linier berganda
7. Perbesaran gambar
8. Keluar
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
3
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
6 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0
Matriks bukan matriks persegi dan determinan tidak ada, Input tidak valid !
```

4. Metode *Cramer*

```
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi linier berganda
7. Perbesaran gambar
8. Keluar
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
4
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
6 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0
Matriks bukan matriks persegi dan determinan tidak ada, Input tidak valid !
```

4.2.7 Uji Kasus 7

$$
\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\
2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\
x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\
x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3
\end{aligned}
$$

1. Metode Eliminasi Gauss

```
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi linier berganda
7. Perbesaran gambar
8. Keluar
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk me
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
1
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
4 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3
Solusi dihitung dengan metode Elminasi Gauss
Hasil Perhitungan:
X1: -0.2243243243243243
X2: 0.18243243243243246
X3: 0.7094594594594594
X4: -0.25810810810810797

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi linier berganda
7. Perbesaran gambar
8. Keluar
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyeles
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
2
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
4 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3
Solusi dihitung dengan metode Elminasi Gauss-Jordan
Hasil Perhitungan:
X1: -0.22432432432432436
X2: 0.18243243243243246
X3: 0.7094594594594594
X4: -0.25810810810810797

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

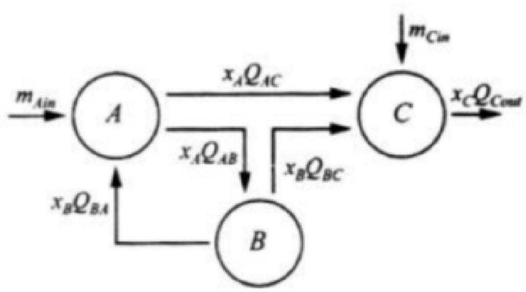
3. Metode Matriks Balikan

```
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi linier berganda
7. Perbesaran gambar
8. Keluar
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk men
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
3
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
4 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3
Solusi dihitung dengan metode Matriks Balikan
Hasil Perhitungan:
X1: -0.2243243243243243
X2: 0.18243243243243243
X3: 0.7094594594594593
X4: -0.25810810810810814

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4. Metode *Cramer*

```
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi linier berganda
7. Perbesaran gambar
8. Keluar
Silakan pilih menu (1-8):
1
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk men
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
3
Sistem Persamaan Linear

-Dimensi Matriks-
4 5
Masukkan jumlah baris: Masukkan jumlah kolom:
-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

2
Pilih metode (1/2):
Input matriks:
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3
Solusi dihitung dengan metode Matriks Balikan
Hasil Perhitungan:
X1: -0.2243243243243243
X2: 0.18243243243243243
X3: 0.7094594594594593
X4: -0.25810810810810814

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4.2.8 Uji Kasus 8



$$\begin{aligned}
\text{A:}\quad & m_{A_{in}} + Q_{BA}x_B - Q_{AB}x_A - Q_{AC}x_A = 0 \\
\text{B:}\quad & Q_{AB}x_A - Q_{BA}x_B - Q_{BC}x_B = 0 \\
\text{C:}\quad & m_{C_{in}} + Q_{AC}x_A + Q_{BC}x_B - Q_{C_{out}}x_C = 0
\end{aligned}$$

Tentukan solusi x_A, x_B, x_C dengan menggunakan parameter berikut : Q_{AB} = 40, Q_{AC} = 80, Q_{BA} = 60, Q_{BC} = 20 dan Q_{Cout} = 150 m^3/s dan m_{Ain} = 1300 dan m_{Cin} = 200 *mg/s*.

1. Metode Eliminasi Gauss

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
1

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 4

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
-120 60 0 -1300
40 -80 0 0
80 20 -150 -200
Sistem Persamaan Linear
Solusi dihitung dengan metode Elminasi Gauss
Hasil Perhitungan:
X1: 14.444444444444445
X2: 7.222222222222222
X3: 9.999999999999998

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
2

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 4

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
-120 60 0 -1300
40 -80 0 0
80 20 -150 -200
Sistem Persamaan Linear
Solusi dihitung dengan metode Elminasi Gauss-Jordan
Hasil Perhitungan:
X1: 14.444444444444445
X2: 7.222222222222222
X3: 9.999999999999998

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

3. Metode Matriks Balikan

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
3

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 4

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
-120 60 0 -1300
40 -80 0 0
80 20 -150 -200
Sistem Persamaan Linear
Solusi dihitung dengan metode Matriks Balikan
Hasil Perhitungan:
X1: 14.444444444444443
X2: 7.222222222222221
X3: 10.000000000000002

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4. Metode *Cramer*

```
Silakan pilih metode yang ingin digunakan untuk menyelesaikan SPL:
1. Metode Eliminasi Gauss
2. Metode Eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Special case (Matriks Hilbert)
Silakan pilih menu (1-4):
4

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 4

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
-120 60 0 -1300
40 -80 0 0
80 20 -150 -200
Sistem Persamaan Linear
Solusi dihitung dengan metode Kaidah Crammer
Hasil Perhitungan:
X1: 14.444444444444445
X2: 7.222222222222222
X3: 9.999999999999998

Ketik 1 dan [enter] untuk kembali ke Menu Utama.
```

4.2 Determinan

4.2.1 Metode Reduksi Baris

1. Uji Kasus Determinan Non-Nol

```
Masukkan matriks PERSEGI (baris dan kolom sama)

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 5
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
5 2 7 1 2
4 5 4 3 9
2 5 3 7 8
2 5 3 4 1
3 7 8 6 3
Silakan pilih metode yang ingin digunakan:
1. Reduksi Baris
2. Ekspansi Kofaktor
3. Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor
Silakan pilih menu (1-3):
1
Determinan dihitung dengan metode Reduksi Baris:
Determinan: -2035.0000000000002
```

2. Uji Kasus Determinan Nol

```
Masukkan matriks PERSEGI (baris dan kolom sama)

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 5
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10
11 12 13 14 15
16 17 18 19 20
21 22 23 24 25
Silakan pilih metode yang ingin digunakan:
1. Reduksi Baris
2. Ekspansi Kofaktor
3. Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor
Silakan pilih menu (1-3):
1
Determinan dihitung dengan metode Reduksi Baris:
Determinan: -0.0
```

4.2.2 Metode Ekspansi Kofaktor

1. Uji Kasus Determinan Non-Nol

```
Masukkan matriks PERSEGI (baris dan kolom sama)

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 5
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
5 2 7 1 2
4 5 4 3 9
2 5 3 7 8
2 5 3 4 1
3 7 8 6 3
Silakan pilih metode yang ingin digunakan:
1. Reduksi Baris
2. Ekspansi Kofaktor
3. Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor
Silakan pilih menu (1-3):
2
Determinan dihitung dengan metode Ekspansi Kofaktor:
Determinan: -2035.0
```

2. Uji Kasus Determinan Nol

```
Masukkan matriks PERSEGI (baris dan kolom sama)

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 5
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10
11 12 13 14 15
16 17 18 19 20
21 22 23 24 25
Silakan pilih metode yang ingin digunakan:
1. Reduksi Baris
2. Ekspansi Kofaktor
3. Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor
Silakan pilih menu (1-3):
2
Determinan dihitung dengan metode Ekspansi Kofaktor:
Determinan: 0.0
```

4.2.3 Metode Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor

1. Uji Kasus Determinan Non-Nol

```
Masukkan matriks PERSEGI (baris dan kolom sama)

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 5
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
5 2 7 1 2
4 5 4 3 9
2 5 3 7 8
2 5 3 4 1
3 7 8 6 3
Silakan pilih metode yang ingin digunakan:
1. Reduksi Baris
2. Ekspansi Kofaktor
3. Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor
Silakan pilih menu (1-3):
3
Determinan dihitung dengan metode Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor:
Determinan: -2035.0000000000002
```

2. Uji Kasus Determinan Nol

```
Masukkan matriks PERSEGI (baris dan kolom sama)

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 5
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 2 3 4 5
6 7 8 9 10
11 12 13 14 15
16 17 18 19 20
21 22 23 24 25
Silakan pilih metode yang ingin digunakan:
1. Reduksi Baris
2. Ekspansi Kofaktor
3. Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor
Silakan pilih menu (1-3):
3
Determinan dihitung dengan metode Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor:
Determinan: -0.0
```

4.2.4 Uji Kasus Input/Output Matriks Melalui File

1. Input file “tesdeterminan.txt”

```
tesdeterminan.txt
File    Edit    View

5 2 7 1 2
4 5 4 3 9
2 5 3 7 8
2 5 3 4 1
3 7 8 6 3
```

2. Program utama

```
Masukkan matriks PERSEGI (baris dan kolom sama)

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 5
Masukkan jumlah kolom: 5

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 1

Masukkan path file yang ingin dibaca:
PATH: C:\Users\Nicholas R. Sihite\OneDrive - Institut Teknologi Bandung\Desktop\OneDrive - Institut Teknologi Bandung\Co
ol Yeah\Semester III\Algeo\Tubes 1\Github\main\Algeo01-22137\test\tesdeterminan.txt
Silakan pilih metode yang ingin digunakan:
1. Reduksi Baris
2. Ekspansi Kofaktor
3. Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor
Silakan pilih menu (1-3):
3
Determinan dihitung dengan metode Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor:
Determinan: -2035.0000000000002
```

```
MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi linier berganda
7. Perbesaran gambar
8. Keluar
Silakan pilih menu (1-8):
8
Apakah output ingin disimpan?
1. Iya
2. Tidak
1
```

3. Output file “output.txt”

```
output.txt
File    Edit    View

Determinan dihitung dengan metode Kombinasi Reduksi Baris dan Ekspansi Kofaktor:
Determinan: -2035.0000000000002
```

4.3 Invers

4.3.1 Invers metode identitas OBE

```
[Menu Matriks Balikan: Identias]

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 3

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 0 0
5 8 3
-1 5 2

Output matriks balikan:
1.0  0.0  0.0
-13.0  2.0  -3.0
33.0  -5.0  8.0
```

4.3.2 Invers metode adjoint

```
[Menu Matriks Balikan: Adjoin]

-Dimensi Matriks-
Masukkan jumlah baris: 3
Masukkan jumlah kolom: 3

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
1 0 0
5 8 3
-1 5 2

Output matriks balikan:
1.0  -0.0  0.0
-13.0  2.0  -3.0
33.0  -5.0  8.0
```

4.4 Interpolasi Polinom

4.4.1 Uji Kasus 1

Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi $f(x)$.

x	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$f(x)$	0.003	0.067	0.148	0.248	0.370	0.518	0.697

Lakukan pengujian pada nilai-nilai berikut:

$x = 0.2$ $\quad f(x) = ?$
$x = 0.55$ $\quad f(x) = ?$
$x = 0.85$ $\quad f(x) = ?$
$x = 1.28$ $\quad f(x) = ?$

Hasil fungsi:

```
Tentukan besar derajat polinom:
6
Silahkan masukkan input berupa:
x f(x)
0.1 0.003
0.3 0.067
0.5 0.148
0.7 0.248
0.9 0.370
1.1 0.518
1.3 0.697
Interpolasi
Solusi hasil perhitungan interpolasi:
f(x): -0.027908004562262168 +0.314577445151937X^1 -0.06533269749092518X^2 -0.009006080304665431X^3 +1.300139663848519X^4 -1.816163912
0616648X^5 +0.7407750181441507X^6
```

Hasil input:

```
Masukkan nilai x
0.2
Hasil: 0.033868588537510014
```

```
Masukkan nilai x
0.55
Hasil: 0.17191940290792324
```

```
Masukkan nilai x
0.85
Hasil: 0.338971484342O3755
```

```
Masukkan nilai x
1.28
Hasil: 0.7565300485063036
```

4.4.2 Uji Kasus 2

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517
17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

Tanggal (desimal) = bulan + (tanggal / jumlah hari pada bulan tersebut)

Sebagai contoh, untuk tanggal 17/06/2022 (dibaca: 17 Juni 2022) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:

Tanggal (desimal) = 6 + (17/30) = 6,567

Gunakanlah data di atas dengan memanfaatkan **interpolasi polinomial** untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru Covid-19 pada tanggal-tanggal berikut:

a. 16/07/2022
b. 10/08/2022
c. 05/09/2022
d. Masukan user lainnya berupa **tanggal (desimal) yang sudah diolah** dengan asumsi prediksi selalu dilakukan untuk tahun 2022.

```
Tentukan besar derajat polinom:
9
Silahkan masukkan input berupa:
x f(x)
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 36764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
Interpolasi
Solusi hasil perhitungan interpolasi:
f(x): -1.7765080751010251E12 +1.0319698274103647E12X^1 +19900.98376512149X^2 -1.5971580793637933E11X^3 +6.15509689926950
2E10X^4 -1.184115665964824E10X^5 +1.3477736460183945E9X^6 -9.230778163630307E7X^7 +3534810.019536753X^8 -58398.415894690
33X^9
Masukkan nilai x
7.516
Hasil: 53660.120361328125
```

```
Masukkan nilai x
8.322
Hasil: 36887.451416015625
```

```
Masukkan nilai x
9.166
Hasil: -579953.0642089844
```

Masukan user: 17/08/2022 (desimal 8.548)

```
Masukkan nilai x
8.548
Hasil: 13439.963134765625
```

4.4.3 Uji Kasus 3

Sederhanakan fungsi $f(x)$ yang memenuhi kondisi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2].
Sebagai contoh, jika $n = 5$, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak $h = (2 - 0)/5 = 0.4$.

```
PS C:\Users\alber\OneDrive - Institut Teknologi Bandung\Documents\Code\jawa\Algeo01-22137\src> java main

MENU
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Interpolasi Bicubic Spline
6. Regresi linier berganda
7. Perbesaran gambar
8. Keluar
Silakan pilih menu (1-8):
4
Tentukan besar derajat polinom:
5
Silahkan masukkan input berupa:
x f(x)
0 0
0.4 0.41888
0.8 0.50715
1.2 0.56092
1.6 0.58368
2.0 0.57665
Interpolasi
Solusi hasil perhitungan interpolasi:
f(x): +2.0352833333333384X^1 -3.552854166666692X^2 +3.2373763020833746X^3 -1.4214192708333602X^4 +0.23628743489583928X^5

Masukkan nilai x
```

```
Masukkan nilai x
1.5
Hasil: 0.5835207946777341
```

4.5 Interpolasi Bicubic Spline

Menggunakan kasus pada Spesifikasi Tugas Besar 1 IF2123 halaman 14.

4.5.1 Uji studi kasus interpolasi bicubic spline (input command line)

```
[Menu Interpolasi Bicubic Spline]

-Dimensi Matriks-
Baris: 4
Kolom: 4

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 2

Input matriks:
21 98 125 153
51 101 161 59
0 42 72 210
16 12 81 96

Input titik <x,y>:
X: 0
Y: 0
f<0.0,0.0> = 21.0

Apakah ingin melanjutkan input f<x,y> (Y/N): y
```

```
Input titik <x,y>:
X: 0.5
Y: 0.5
f<0.5,0.5> = 87.796875

Apakah ingin melanjutkan input f<x,y> (Y/N): y

Input titik <x,y>:
X: 0.25
Y: 0.75
f<0.25,0.75> = 82.148193359375

Apakah ingin melanjutkan input f<x,y> (Y/N): y

Input titik <x,y>:
X: 0.1
Y: 0.9
f<0.1,0.9> = 91.27126700000001

Apakah ingin melanjutkan input f<x,y> (Y/N): n

Silakan tekan ENTER untuk kembali.
```

4.5.2 Uji studi kasus interpolasi bicubic spline (input file)

```
[Menu Interpolasi Bicubic Spline]

-Dimensi Matriks-
Baris: 4
Kolom: 4

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 1

Masukkan path file yang ingin dibaca:
PATH: D:\RAFI\CODE\Java\Algeo01-22137\test\tes4.txt

f<0.0,0.0> = 21.0

Silakan tekan ENTER untuk kembali.
```


```
[Menu Interpolasi Bicubic Spline]

-Dimensi Matriks-
Baris: 4
Kolom: 4

-Metode Input Matriks-
1. File .txt
2. Command line

Pilih metode (1/2): 1

Masukkan path file yang ingin dibaca:
PATH: D:\RAFI\CODE\Java\Algeo01-22137\test\tes4.txt

f<0.0,0.0> = 21.0

Silakan tekan ENTER untuk kembali.
```


4.5.3 Uji coba perbesaraan gambar 16x

4.6 Regresi Linear Berganda

Menggunakan kasus pada Spesifikasi Tugas Besar 1 IF2123 halaman 13.

```
Masukkan banyaknya peubah x:
3
Masukkan banyaknya sampel:
20
Masukkan nilai x dan y dengan format:
x1 x2 ... xn y
72.4 76.3 29.18 0.9
41.6 70.3 29.35 0.91
34.3 77.1 29.24 0.96
35.1 68.0 29.27 0.89
10.7 79.0 29.78 1.00
12.9 67.4 29.39 1.10
8.3 66.8 29.69 1.15
20.1 76.9 29.48 1.03
72.2 77.7 29.09 0.77
24.0 67.7 29.60 1.07
23.2 76.8 29.38 1.07
47.4 86.6 29.35 0.94
31.5 76.9 29.63 1.10
10.6 86.3 29.56 1.10
11.2 86.0 29.48 1.10
73.3 76.3 29.40 0.91
75.4 77.9 29.28 0.87
96.6 78.7 29.29 0.78
107.4 86.8 29.03 0.82
54.9 70.9 29.37 0.95
Matrix Normal Estimation:
20.0  863.0999999999999  1530.4000000000003  587.8399999999999  19.42
863.0999999999999  54876.89  67000.09  25283.395  779.4769999999999
1530.4000000000003  67000.09  117912.32000000002  44976.866999999984  1483.4369999999997
587.8399999999999  25283.395  44976.866999999984  17278.508600000005  571.1219000000001
1.0  43.154999999999994  76.52000000000001  29.391999999999996  0.9710000000000001
0.0  1.0  0.8434974960185022  -0.00486544631143598  -0.0027011189961482426
0.0  0.0  1.0  -6.731513552459718E-5  7.885640804718838E-4
0.0  0.0  0.0  1.0  0.1541550301982821
Hasil regresi:
y = -3.5077781408829116 + -0.0026249907458784265x_1 + 7.989410472214795E-4x_2 + 0.1541550301982821x_3
Masukkan nilai x untuk ditafsir dengan format:
x1 x2 ... xn
50 76 29.3
y = 0.9384342262216654
```

BAB V. Kesimpulan

5.1 Kesimpulan

Tugas besar 1 IF2123 Aljabar Linear dan Geometri membantu pemahaman mahasiswa mengenai materi matriks, sistem persamaan linear, determinan, invers, dan aplikasinya melalui pembuatan *library* matriks dalam bahasa Java. Selain itu, mahasiswa juga mendapat pengalaman dalam menggunakan bahasa pemrograman yang baru, yaitu bahasa Java. Dengan pembuatan *library* ini, mahasiswa menjadi lebih paham cara kerja aljabar linear, khususnya matriks, karena dituntut berpikir secara komputasi untuk menyelesaikannya.

5.2 Saran

Disarankan agar *library* matriks dalam bahasa Java ini dapat digunakan ke depannya untuk mempermudah pemrosesan matriks dan semua pengetahuan baru, baik mengenai matriks, sistem persamaan linear, dan aplikasinya, maupun mengenai bahasa Java dapat digunakan dengan sebaik-baiknya.

5.3 Komentar dan Refleksi

- Sebaiknya di awal pengerjaan, seluruh *function* didesain terlebih dahulu dan dikomunikasikan ke sesama anggota agar *function* yang dibuat oleh anggota 1 dapat digunakan anggota 2 dan 3.
- Semoga ke depannya, ketiga anggota dapat tetap solid dalam mengerjakan tugas-tugas baru.

Referensi

Adam, Riza Ibnu dan Tesa Nur Padilah. 2019. ANALISIS REGRESI LINEAR BERGANDA DALAM ESTIMASI PRODUKTIVITAS TANAMAN PADI DI KABUPATEN KARAWANG. *Jurnal Pendidikan Matematika UMJ*.

Byjus. 2023. “Determinant of a Matrix - For Square Matrices with Examples.” di https://byjus.com/maths/determinant-of-a-matrix/ (di akses 3 Oktober 2023).

Rowe, Daniel B. 2018. “BiLinear, Bicubic, and In Between Spline Interpolation.” di https://www.mssc.mu.edu/~daniel/pubs/RoweTalkMSCS_BiCubic.pdf (di akses 5 Oktober 2023).