Grafică

Tema 5

1. $f(x, y, ex, ey) = f(\overset{\text{variabilă}}{p}, \overset{\text{constantă}}{e})$

$F = f(p, e)$

$M = f(p, p)$ → formula diagonalei + este unic

Grafic F $\quad z(x, y) = x + \overset{\text{înălțimea (distanța față de punct)}}{e} = z(x, e)$

M $\quad z(x, x)$

Tema 3 $\quad (x_0, y_0) \quad (x_m, y_m)$ Mereu $x_0 \leq x_m$

x_0, x_m, y_0, y_m = start, stop puncte (coordonate întregi) dacă nu 4 roundduri - tip constant

(în curs $x - x_0$) $\quad y - y_0$

$$\boxed{\frac{x_m - x}{x_m - x_0} = \frac{y_m - y}{y_m - y_0}}$$ ecuația dreptei dată de 2 puncte

$$\frac{(x_m - x)}{x_m - x_0} \cdot (y_m - y_0) = y_m - y$$

$$\frac{(x_m - x)}{x_m - x_0} \cdot (y_m - y_0) - y_m = -y \quad | \cdot (-1)$$

$$\frac{x - x_m}{x_m - x_0} (y_m - y_0) + y_m = y$$

$dx = x_m - x_0$
$dy = y_m - y_0$ } lungimile proiecțiilor

$$\frac{x - x_m}{dx} \cdot dy + y_m = y \qquad k = \text{interceptul}$$

$$x \frac{dy}{dx} - \left(x_m \cdot \frac{dy}{dx} + y_m\right) = y$$

$\frac{dy}{dx}$ → rata de schimbare a lui y raportată la rata de schimbare a lui x (cu câte unități schimb y dacă schimb x cu o unitate) = PANTA

$mx + k = y$

I Primul alg lucrează cu float și face multe round-uri $x += 1$ $\quad y += \text{panta}$

$$x \cdot dy + y_m \cdot dx - x_m \cdot dy - y \cdot dx = 0$$

$$\underbrace{x \cdot dy}_{a} - \underbrace{y \cdot dx}_{b} + \underbrace{(y_0 \cdot dx - x_0 \cdot dy)}_{c} = 0$$

$P(x_p, y_p)$
$E(x_p + 1, y_p)$
$NE(x_p + 1, y_p + 1)$
$Q = d \cap [ENE]$

Ecuația dreptei d este $F(x, y) = 0$

$F(x, y) = a \cdot x + b \cdot y + c$

Punctul $M \in d \iff F(x_M, y_M) = 0$

M sub d $\iff F(x_M, y_M) > 0$

M deasupra d $\iff F(x_M, y_M) < 0$

Demonstrație: M sub d

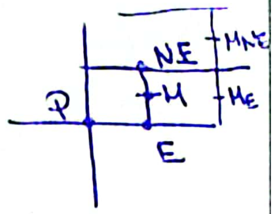
$V = d \cap \{x \mid x = x_M\}$

$$V = \left(x_M, \frac{-a x_M - c}{b}\right) \quad (1)$$

M sub d $\iff y_M < \frac{-a x_M - c}{b}$ $\Big\}$ M sub d $\iff$

$b = -dx \Rightarrow b < 0$ $\quad$ $a \cdot x_M + b \cdot y_M + c > 0$

$\alpha < \frac{dy}{dx} < 1$ 28 $y_m \ge y_0$
Următorul punct e ales în funcție de poz lui M față de d.



$M(x_p+1, y_p+\frac{1}{2})$

$d \text{ (decision)} = F(x_p+1, y_p+\frac{1}{2})$
$\begin{cases} d>0, & \text{alegem NE} \\ d \le 0, & \text{alegem E} \end{cases}$

$F(x_0+1, y_0+\frac{1}{2}) = a(x_0+1) + b(y_0+\frac{1}{2}) + c = F(x_0, y_0) + a + \frac{b}{2}$
$= 0 + a + \frac{b}{2} \Rightarrow 2a + b$

$F(x, y) = 2 \cdot (ax + by + c)$

$\boxed{\begin{array}{l} a = dy \\ b = -dx \end{array}}$

Alegem E la acest pas

$M_E(x_p+2, y_p+\frac{1}{2})$ (creștem x cu 2 $a = {}^2dy$

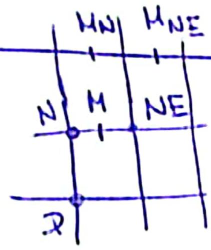
$d' \text{ (decision)} = F(M_E) = 2(a(x_p+2) + b(y_p+\frac{1}{2}) + c) =$
$= \underbrace{2(a(x_p+1) + b(y_p+\frac{1}{2}) + c)}_{F(x_M, y_M) \text{ decizia inițială}} + 2a = \underline{d + 2a}$ noua decizie dacă am decis E

Alegem NE

$M_{NE}(x_p+2, y_p+\frac{3}{2})$

$d' = F(M_{NE}) = 2(a(x_p+2) + b(y_p+\frac{3}{2}) + c) =$
$= 2(a(x_p+1) + b(y_p+\frac{1}{2}) + c) + 2a + 2b = d + 2(a+b)$

$\frac{dy}{dx} > 1$
22
$y_m \ge y_0$



$M(x_p+\frac{1}{2}, y_p+1)$

$F(x_0+\frac{1}{2}, y_0+1) = {}^2(a(x_0+\frac{1}{2}) + b(y_0+1) + c) = \cancel{F(x_0, y_0) + \frac{a}{2} + b}$
$= 2(ax_0 + by_0 + c) + a + 2b = F(x_0, y_0) + a + 2b$

Alegem N

$M_N(x_p+\frac{1}{2}, y_p+2)$

$d' = F(M_N) = 2(a(x_p+\frac{1}{2}) + b(y_p+2) + c) =$
$2(a(x_p+\frac{1}{2}) + b(y_p+1) + c) + 2b = \overset{d}{\cancel{F(x_M, y_M)}} + 2b$

Alegem NE

$M_{NE}(x_p+\frac{3}{2}, y_p+2)$

$d' = F(M_{NE}) = 2(a(x_p+\frac{3}{2}) + b(y_p+2) + c) =$
$2(a(x_p+\frac{1}{2}) + b(y_p+1) + c) + 2a + 2b = d + 2(a+b)$

Se păstrează prop?
Dem: M dreapta d $\Leftrightarrow F(x_M, y_M) \geq 0$ Ecuația dreptei d $F(x, y) = ax + by + c$

$V = d \cap \{Y \mid Y = y_M\}$

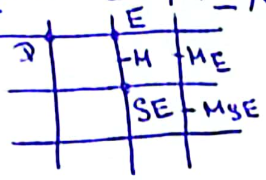
$V = \{\frac{-by_M - c}{a}, y_M\}$ $a = dy$ (pozitiv)

M dreapta $\Leftrightarrow x_M > \frac{-by_M - c}{a} \Leftrightarrow ax_M + by_m - c \geq 0$

M stâng $\Leftrightarrow x_M < \frac{-by_m - c}{a} \Leftrightarrow ax_M + by_m + c < 0$

$\begin{cases} d > 0, & \text{alegem N} \\ d \le 0, & \text{alegem NE} \end{cases}$

$\frac{dy}{dx} < 1$ && $y_m \le y_0$



$V = d \cap \{x \mid x = x_M\}$

$V = \{x_M, \frac{-a x_M - e}{b}\}$

M sub $d \iff \left. \begin{array}{l} y_M < \frac{-a x_M - e}{b} \\ b < 0 \end{array} \right\}$ $a x_M + b y_M + e > 0$

$\begin{cases} d > 0, \text{ alegem } E \\ d \le 0, \text{ alegem } SE \end{cases}$

$M(x_p + 1, y_p - \frac{1}{2})$

$F(x_0 + 1, y_0 - \frac{1}{2}) = 2(a(x_0+1) + b(y_0 - \frac{1}{2}) + e) =$
$2(a x_0 + b y_0 + e) + 2a - b = F(x_0, y_0) + 2a - b$

Alegem E

$M_E (x_p + 2, y_p - \frac{1}{2})$

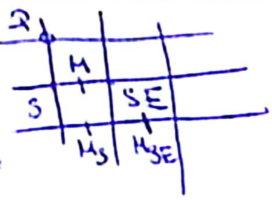
$d' = F(M_E) = 2(a(x_p+2) + b(y_p - \frac{1}{2}) + e) =$
$= 2(a(x_p+1) + b(y_p - \frac{1}{2}) + e) + 2a = d + 2a$

Alegem SE

$M_{SE} (x + 2, y_p - \frac{3}{2})$

$d' = F(M_{SE}) = 2(a(x_p+2) + b(y_p - \frac{3}{2}) + e) =$
$= 2(a(x_p+1) + b(y_p - \frac{1}{2}) + e) + 2(a-b) = d + 2(a-b)$

$\frac{dy}{dx} \ge 1$ && $y_m \le y_0$



$V = d \cap \{y \mid y = y_M\}$ $\quad M(x_p + \frac{1}{2}, y_p - 1)$

$V = \{\frac{-b y_M - e}{a}, y_M\}$

$x_M < \frac{-b y_M - e}{a} \Rightarrow M$ în stânga lui d, $a > 0$

$\Rightarrow a x_M + b y_M + e < 0$

$\begin{cases} d < 0 \Rightarrow SE \\ d \ge 0 \Rightarrow S \end{cases}$

Alegem S

$M_S = (x_p + \frac{1}{2}, y_p - 2)$

$d' = F(M_S) = 2(a(x_p + \frac{1}{2}) + b(y_p - 2) + e) =$
$= 2(a(x_p + \frac{1}{2}) + b(y_p - 1) + e) - 2b = d - 2b$

Alegem SE

$M_{SE} = (x_p + \frac{3}{2}, y_p - 2)$

$d' = F(M_{SE}) = 2(a(x_p + \frac{3}{2}) + b(y_p - 2) + e) = d \cancel{- 2(a+b)}$ $-2b + 2a$

$F(x_0 + \frac{1}{2}, y_0 - 1) = 2(a(x_0 + \frac{1}{2}) + b(y_0 - 1) + e) =$
$= 2(a x_0 + b y_0 + e) + a - 2b$