# 基于同步DMPC的无人机编队跟踪与避障控制

何云风, 史贤俊, 卢建华, 赵超轮, 赵国荣

#### 引用本文:

何云风,史贤俊,卢建华,赵超轮,赵国荣. 基于同步DMPC的无人机编队跟踪与避障控制[J]. 控制与决策, 2024, 39(11): 3557–3566.

在线阅读 View online: https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2023.0945

# 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

# 基于凸面体圆弧航路的无人机自主避障算法

Autonomous obstacle avoidance algorithm designed for UAV based on convex circular trajectory 控制与决策. 2021, 36(3): 653–660 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0768

#### 分布式多无人机的时变编队非线性控制设计

Time-varying formation nonlinear control of distributed multiple UAVs 控制与决策. 2021, 36(10): 2490-2496 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0136

# 大规模固定翼无人机集群编队控制方法

Formation control of large-scale fixed-wing unmanned aerial vehicle swarms 控制与决策. 2021, 36(9): 2063-2073 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0076

#### 基于领航-跟随的有人/无人机编队队形保持控制

Formation keeping control for manned/unmanned aerial vehicle formation based on leader-follower strategy 控制与决策. 2021, 36(10): 2435-2441 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0453

# 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint 控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249

# 基于同步DMPC的无人机编队跟踪与避障控制

何云风†, 史贤俊, 卢建华, 赵超轮, 赵国荣

(海军航空大学, 山东 烟台 264001)

摘 要: 针对无人机编队跟踪问题,并考虑对静/动态障碍的规避,提出一种基于同步分布式模型预测控制 (DMPC)的编队跟踪与避障控制算法.首先,在DMPC的框架下,以轨迹跟踪和编队保持为目标设计代价函数,并 将机间避碰和障碍物规避处理为约束条件;其次,将速度障碍法与避碰、避障以及相容性约束进行融合,并设计终端约束,实现规避动态障碍的功能;再次,根据新的终端约束,以编队稳定为原则,设计与之适配的完整的终端成分;然后,在新的约束和终端成分下,基于Lyapunov理论分析编队系统的稳定性;最后,通过仿真验证所提出算法在编队跟踪和避障方面的有效性和优越性.

关键词: 无人机;编队控制;避障;同步分布式模型预测控制;速度障碍法

中图分类号: V249 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2023.0945

引用格式: 何云风, 史贤俊, 卢建华, 等. 基于同步 DMPC 的无人机编队跟踪与避障控制 [J]. 控制与决策, 2024,

39(11): 3557-3566.

# **UAV** formation tracking and obstacle avoidance control based on synchronous **DMPC**

HE Yun-feng<sup>†</sup>, SHI Xian-jun, LU Jian-hua, ZHAO Chao-lun, ZHAO Guo-rong

(Naval Aviation University, Yantai 264001, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of UAV formation tracking, and considering the avoidance of static and dynamic obstacles, a formation tracking and obstacle avoidance control algorithm based on synchronous distributed model predictive control (DMPC) is proposed. Firstly, within the framework of the DMPC, cost function is designed with trajectory tracking and formation maintenance as the objectives. And collision avoidance and obstacle avoidance are treated as constraint conditions. Secondly, the velocity obstacle (VO) method is integrated with collision avoidance, obstacle avoidance, and compatibility constraints, and terminal constraints are designed to achieve the function of avoiding dynamic obstacles. Thirdly, based on the new terminal constraints, with the principle of ensuring formation system stability, complete terminal components are designed, which are compatible with them. Furthermore, under new constraints and terminal components, the stability of the formation system is analyzed based on the Lyapunov theory. Finally, the effectiveness and superiority of the proposed algorithm in formation tracking and obstacle avoidance are verified through simulation.

Keywords: UAV; formation control; obstacle avoidance; synchronous DMPC; velocity obstacle method

# 0 引 言

1991年无人机在"海湾战争"中大放异彩,全世界掀起了无人机的研究热潮. 从后续的2001年的"阿富汗战争"、2020年的"纳卡冲突"以及2022年爆发的"俄乌战争"来看,无人机对战局走向的影响越来越大. 经过这30多年的研究和快速发展,无人机已广泛应用于军事和民用领域. 随着任务的多样化、环境

的复杂化,与单个无人机相比,无人机集群编队在侦察<sup>[1]</sup>、搜索<sup>[2]</sup>、对敌打击<sup>[3]</sup>、故障容错<sup>[4]</sup>等方面拥有更佳的表现. 编队控制技术是实现无人机集群的重要基础.

编队控制的方法中比较经典的有领航-跟随法<sup>[5]</sup>、虚拟结构法<sup>[6]</sup>、基于行为法、人工势场法(artificial potential field, APF)<sup>[7-8]</sup>,为编队控制研究奠

收稿日期: 2023-07-05; 录用日期: 2023-11-10. 基金项目: 国家自然科学基金项目(61903374).

责任编委: 张国山.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: jasperfun@126.com.

<sup>\*</sup>本文附带电子附录文件,可登录本刊官网该文"资源附件"区自行下载阅览.

定了基础. 新兴的基于图论法<sup>[9]</sup>、一致性理论<sup>[10]</sup>、群体智能<sup>[11]</sup>、分布式模型预测控制 (distributed model predictive control, DMPC)<sup>[12]</sup>等方法也在编队控制中有着良好的应用.

MPC可以根据目标和环境的变化重新定义代价和约束条件,可以显式处理系统的输入和状态约束,其滚动时域优化策略可以应对环境的不确定性[13]. 随着编队规模的增大,相较于集中控制,DMPC能克服集中控制的计算和通信负担增大的问题. 目前 DMPC已经广泛应用于编队控制. 在分布式框架下,对于编队中每个无人机来说,本机的控制输入由本机及其邻居的状态共同决定. 若采用同步策略来进行控制输入的计算[14],即允许所有无人机在每个采样步长内同时进行控制输入的计算,这样一来每个采样周期仅需一次机间通信,可大大提高通信的经济性和实时性. 采用同步策略的 DMPC 称为同步 DMPC.

在多无人机编队的实际应用中,通常希望编队 能够同时实现多种功能,如轨迹跟踪、队形保持、机 间避碰、障碍物规避等. 同步 DMPC 以其独特的优 势常被用于研究复合需求下的编队控制问题. Ding 等[15]针对简单的二维智能体编队调节问题,基于同 步DMPC理论设计了控制器,并给出对应的相容性 约束,保证了编队的稳定性. 赵超轮等[16]研究了三 维的无人机编队跟踪和队形保持问题,引入了终端 等式约束,给出了新的稳定性证明. Wang 等[17] 考虑 了具有避碰功能的编队跟踪问题,但并未考虑避障 问题. Yang 等[14] 随后考虑了避碰、避障约束的编队 跟踪问题,并设计了一种按顺序扩大智能体终端位 置集的算法,在一定程度上降低了约束所导致的保 守性. Dai 等[18] 针对无参考轨迹具有避碰、避障功 能的编队形成和保持问题,重新设计了相容性约束 和终端集约束. 秦明星[19]针对障碍环境下的编队形 成保持问题,基于超平面设计了相容性约束,基于速 度障碍(velocity obstacle, VO)法构造了终端约束,使 得优化问题的解的可行域更大. Guo 等[20] 也考虑了 避障问题,在将DMPC与VO结合的同时,引入控制 Lyapunov 函数设计稳定性约束,使得控制律设计的 复杂性大大降低. Lu等[21]进一步针对静态复杂障碍 环境下编队的形成和保持问题,提出了新的控制策 略,将其分解为路径规划和轨迹跟踪控制,使得编队 行驶路径上无障碍并保证了编队跟踪的稳定性,用 独特的思路规避了优化问题的复杂性. 值得注意的 是:1) 文献[14,18-21] 中所考虑的障碍物皆为静态障 碍物,对于动态障碍物的规避值得进一步研究; 2) 文献 [19-20] 在将同步 DMPC 与速度障碍法结合时,为保证编队稳定性,需设计额外的稳定性约束,但稳定性约束中包含了参考轨迹,且参考轨迹被限定为固定位置<sup>[20]</sup>或速度<sup>[19]</sup>(若参考轨迹变化,则优化问题的解的迭代可行性和编队的稳定性将无法从理论上保证),这样一来就限制了编队的跟踪能力.

综上所述,本文主要针对无人机编队跟踪问题,并考虑对静/动态障碍的规避,提出一种基于同步分布式模型预测控制算法.首先,以轨迹跟踪和编队保持为目标设计代价函数,并将机间避碰、障碍物(静/动态)规避处理为约束条件;然后,将速度障碍法与避碰、避障以及相容性约束进行融合,设计终端约束,实现规避动态障碍的功能;接着,将新的终端约束与经典同步DMPC中的终端控制器和终端代价函数设计相结合,并给出适配的动态确定终端成分关键参数的新方法;最后,在新的终端成分(终端约束、终端控制器、终端代价函数)下,基于Lyapunov理论,分析编队系统的稳定性.

与已有的研究相比较,本文的贡献主要有:

- 1) 相较于文献[14,18-21],本文将同步DMPC与速度障碍法相融合,并将障碍物的运动纳入考虑,设计了新避障约束和新终端约束,使得最终的编队控制算法可以同时规避静态障碍物和动态障碍物.
- 2) 文献[19-20]在将同步DMPC与速度障碍法结合时需要额外的稳定性约束,以致参考轨迹只能为固定位置或速度,为保证编队稳定性,本文舍弃额外稳定性约束,设计了新的终端成分,参考轨迹不再参与约束,从而使编队重新具备跟踪机动参考轨迹的能力.
- 3) 在新设计的约束和终端成分的基础上,基于Lyapunov理论,给出了编队稳定性分析.

# 1 模型建立与问题描述

#### 1.1 模型建立

假设编队由 $N_v$ 架四旋翼无人机组成.目前许多高校和公司已经推出了丰富多样的开源自动驾驶仪,可实现速度控制功能 $^{[22]}$ .因此,可将平面速度回路建模为一阶惯性环节,则编队状态方程可描述为

$$\dot{oldsymbol{z}}_i = egin{bmatrix} \dot{oldsymbol{p}}_i \ \dot{oldsymbol{v}}_i \end{bmatrix} = oldsymbol{A} oldsymbol{z}_i + oldsymbol{B} oldsymbol{u}_i.$$

式中:  $i \in \mathbb{N}_v = \{1, 2, \dots, N_v\}; \boldsymbol{z}_i = [\boldsymbol{p}_i; \boldsymbol{v}_i] \in \mathbb{R}^6$ 为 无人机i的状态量,  $\boldsymbol{p}_i = [x_i, y_i, h_i]^T$ 和 $\boldsymbol{v}_i = [v_{ix}, v_{iy}, v_{ih}]^T$ 分别表示其位置和速度向量;  $\boldsymbol{u}_i = [v_{ixc}, v_{iyc}, v_{ihc}]^T \in \mathbb{R}^3$ 为无人机i的控制输入,  $(v_{ixc}, v_{iyc}, v_{ihc})$ 表 示速度期望指令:系统矩阵和输入矩阵分别为

$$m{A} = egin{bmatrix} m{O}_3 & m{I}_3 \ m{O}_3 & - au_v m{I}_3 \end{bmatrix}, \; m{B} = egin{bmatrix} m{O}_3 \ au_v m{I}_3 \end{bmatrix},$$

 $\tau_v$  是速度回路中的时间常数,可通过飞行实验获得. 将式(1)进行离散化,编队离散化方程可得

$$z_i(k+1) = Gz_i(k) + Hu_i(k).$$
 (2)

其中:  $i \in \mathbb{N}_v = \{1, 2, ..., N_v\}, \boldsymbol{G} = e^{\boldsymbol{A}T_s}, \boldsymbol{H} = \left(\int_0^{T_s} e^{\boldsymbol{A}T_s} dt\right) \boldsymbol{B}, T_s$  为采样周期. 无人机 i 的状态和输入分别受到约束:  $\boldsymbol{z}_i(k) \in \mathbb{Z}_i, \boldsymbol{u}_i(k) \in \mathbb{U}_i$ .

#### 1.2 问题描述

本文研究基于同步 DMPC 的无人机编队跟踪与避障控制,控制目标具体包括: 所有无人机跟踪参考轨迹并且保持期望队形,同时在编队过程中能够避碰、避障(静/动态). 以上目标可描述为:

1) 
$$\lim_{k \to \infty} (\boldsymbol{p}_i(k) - \boldsymbol{p}_r(k)) = \boldsymbol{d}_{ir}.$$
 (3)

2) 
$$\lim_{k \to \infty} (\boldsymbol{p}_i(k) - \boldsymbol{p}_j(k)) = \boldsymbol{d}_{ij}, \ j \in \mathcal{N}_i;$$
 (4)

$$\|\boldsymbol{p}_i(k) - \boldsymbol{p}_j(k)\| \geqslant 2R, \ j \in \mathbb{N}_v \setminus i;$$
 (5)

$$\|\boldsymbol{p}_i(k) - \boldsymbol{p}_m^{\text{obst}}(k)\| \geqslant R + r_m^{\text{obst}}, \ m \in \mathbb{N}_{\text{obst}}.$$
 (6)

其中:式(3)为跟踪,式(4)为保持,式(5)为避碰,式(6)为避障; $p_r$ 为公共参考轨迹(可由虚拟领导者产生,也可提前装订到各无人机); $d_{ir}$ 和 $d_{ij}$ 分别表示无人机i与公共参考轨迹和无人机j之间的期望相对位置; $\mathcal{N}_i$ 为无人机i的邻居集;R为无人机的安全半径; $p_m^{\text{obst}}$ 为障碍物m的位置, $r_m^{\text{obst}}$ 为障碍物m的威胁半径, $\mathbb{N}_{\text{obst}}$ =  $\{1,2,\ldots,N_{\text{obst}}\}$ 为障碍物集合.

# 2 控制器设计

采用同步策略计算控制输入时,无法知道其余各机的实际控制输入和状态,需要引入假设控制输入和假设状态,这里对变量进行申明,如表1所示.

表 1 优化问题中的变量

符号	变量
$egin{aligned} oldsymbol{u}_i^*\left(k+l k ight)/oldsymbol{z}_i^*\left(k+l k ight) \\ oldsymbol{u}_i^-\left(k+l k ight)/oldsymbol{z}_i^-\left(k+l k ight) \\ \hat{oldsymbol{u}}_i\left(k+l k ight)/\hat{oldsymbol{z}}_i\left(k+l k ight) \end{aligned}$	最优控制输入/最优状态 可行控制输入/可行状态 假设控制输入/假设状态

假设控制输入定义为

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}_{i}^{*}(k+l|k-1), \ l=0,1,\ldots,N-2; \\ \boldsymbol{u}_{i}^{\kappa}(k+N-1|k-1), \ l=N-1; \end{cases}$$
 (7)

其中 $\mathbf{u}_{i}^{\kappa}(k+N-1|k-1)$ 为(k+N-1|k)时刻的可行控制输入. 假设状态为

$$\hat{\boldsymbol{z}}_i(k+l|k) =$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{z}_{i}^{*}(k+l|k-1), \ l=0,1,\ldots,N-1; \\ \boldsymbol{z}_{i}^{\kappa}(k+N|k-1), \ l=N. \end{cases}$$
 (8)

其中 $\mathbf{z}_{i}^{\kappa}(k+N|k-1)$ 是 $\mathbf{z}_{i}^{\kappa}(k+N-1|k-1)$ 在 $\mathbf{u}_{i}^{\kappa}(k+N-1|k-1)$ 作用下的下一个状态.

# 2.1 代价函数

编队的控制目标包括跟踪、编队、避碰、避障(本文将避碰、避障处理为约束),给定权重参数 $\alpha_i$ 、 $\beta_i$ 和 $\rho_i$ ,定义无人机i的代价函数为

$$J_{i}(k, \Delta \boldsymbol{z}_{i}, \boldsymbol{z}_{ij}, \Delta \boldsymbol{u}_{i}) = \sum_{l=0}^{N-1} L_{i}(k+l|k, \Delta \boldsymbol{z}_{i}, \boldsymbol{z}_{ij}, \Delta \boldsymbol{u}_{i}) + L_{if}(k+N|k, \Delta \boldsymbol{z}_{i}).$$

$$(9)$$

其中阶段代价函数和终端代价函数分别为

$$L_i(k+l|k, \Delta \mathbf{z}_i, \mathbf{z}_{ij}, \Delta \mathbf{u}_i) =$$

$$\alpha_i \|\Delta \mathbf{z}_i(k+l|k)\|^2 + \beta_i \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|\mathbf{z}_{ij}(k+l|k)\|^2 +$$

$$\rho_i \|\Delta \boldsymbol{u}_i(k+l|k)\|^2, \tag{10}$$

$$L_{if}(k+N|k,\Delta z_i) = \|\Delta z_i(k+N|k)\|_{\boldsymbol{P}_i}^2.$$
(11)  
其中

$$\Delta \boldsymbol{z}_{i}(k+l|k) = \boldsymbol{z}_{i}(k+l|k) - \boldsymbol{z}_{ir}(k+l),$$

$$\boldsymbol{z}_{ir}(k+l) = \boldsymbol{z}_{r}(k+l) + \boldsymbol{d}_{ir}^{\boldsymbol{z}},$$

$$\boldsymbol{z}_{ij}(k+l|k) = \boldsymbol{z}_{i}(k+l|k) - \boldsymbol{z}_{j}(k+l|k) - \boldsymbol{d}_{ij}^{\boldsymbol{z}},$$

$$\Delta \boldsymbol{u}_{i}(k+l|k) = \boldsymbol{u}_{i}(k+l|k) - \boldsymbol{u}_{r}(k+l),$$

$$\boldsymbol{d}_{ir}^{\boldsymbol{z}} = [\boldsymbol{d}_{ir}; \boldsymbol{0}], \ \boldsymbol{d}_{ij}^{\boldsymbol{z}} = [\boldsymbol{d}_{ij}; \boldsymbol{0}].$$

 $\mathbf{z}_r(k) = [\mathbf{p}_r(k); \mathbf{v}_r(k)] \, \mathbf{n} \, \mathbf{u}_r(k) \, \mathbf{\Lambda} \, \mathbf{n} \,$ 

#### 2.2 避碰、避障约束

在滚动时域中,避碰约束(5)应写为

$$\|p_i(k+l|k) - p_j(k+l|k)\| \ge 2R, j \in \mathbb{N}_v \setminus i$$
, (12)  
其中  $l = 0, 1, ..., N - 1$ . 由于无法获取邻居真实位置  $p_j(k+l|k)$ ,需使用假设位置  $\hat{p}_j(k+l|k)$  代替. 为保证安全性,对于各无人机,都要设计位置相容性约束对假设位置的偏差进行约束.即

$$\|p_i(k+l|k) - \hat{p}_i(k+l|k)\| \le \mu_i(k+l|k).$$
 (13)  
其中

$$\begin{split} & \mu_i(k+l|k) = \min_{j \in \mathbb{N}_v \setminus i} \mu_{ij}(k+l|k), \\ & \mu_{ij}(k+l|k) = (\|\hat{\boldsymbol{p}}_i(k+l|k) - \hat{\boldsymbol{p}}_j(k+l|k)\| - 2R)/2, \\ & l = 0, 1, \dots, N-1. \end{split}$$

再给出辅助避碰约束

$$\|\mathbf{p}_{i}(k+l|k) - \hat{\mathbf{p}}_{j}(k+l|k)\| \ge 2R + \mu_{ij}(k+l|k).$$
(14)

结合式(13)和式(14),可得

$$\|\mathbf{p}_{i}(k+l|k) - \mathbf{p}_{j}(k+l|k)\| \geqslant 2R.$$
 (15)

由此,滚动时域中的避碰约束(12)和实际的避碰约束(5)可得到保证.

在滚动时域中,避障约束写为

$$\|\boldsymbol{p}_i(k+l|k) - \boldsymbol{p}_m^{\text{obst}}(k+l)\| \geqslant R + r_m^{\text{obst}}.$$
 (16)

障碍物类型可以是静态的,也可以是动态的.

# 2.3 状态相容性约束

在代价函数中考虑编队保持项的情况下,由于假设状态与真实状态存在不确定偏差,为了保证整个编队的稳定性,通常通过施加额外的相容性约束来对偏差进行限制. 状态相容性约束设计如下:

$$\|z_i(k+l|k) - \hat{z}_i(k+l|k)\| \le \nu_i(k,N-1).$$
 (17)  
其中

$$\begin{split} l &= 0, 1, \dots, N-1; \\ \nu_i(k, N-1) &= \frac{-b_i + \sqrt{b_i^2 - 4a_ic_i}}{2a_i}; \\ a_i &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left(\beta_i + 2\beta_j\right); \\ b_i(k, N-1) &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} 2\beta_j \varphi_{ij}(k, N-1); \\ c_i(k, N-1) &= -\frac{\gamma_i\alpha_i}{N-1} \|\Delta \mathbf{z}_i(k|k)\|^2, \ 0 < \gamma_i < 1; \\ \varphi_{ij}(k, N-1) &= \\ \max_{l=1,\dots,N-1} \|\hat{\mathbf{z}}_i(k+l|k) - \hat{\mathbf{z}}_j(k+l|k) - \mathbf{d}_{ij}^{\mathbf{z}}\|. \end{split}$$

#### 2.4 终端成分

在常规同步 DMPC中,为保证编队的稳定性需要设计终端成分(包括终端控制器、终端集约束、终端代价函数)<sup>[13,15]</sup>. 在此基础上,本文为了能够规避动态障碍物,改变了设计思路,将速度障碍法与避碰、避障和相容性约束融合来设计终端约束,以保证编队的安全性和稳定性.

# 2.4.1 终端约束

当避碰、避障约束与状态相容性约束(13)、(14)、(16)、(17)取l=N时,可得

$$\begin{cases} \|\boldsymbol{p}_{i}(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{p}}_{i}(k+N|k)\| \leqslant \mu_{i}(k+N|k), \\ \|\boldsymbol{p}_{i}(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{p}}_{j}(k+N|k)\| \geqslant 2R + \mu_{ij}(k+N|k), \\ \|\boldsymbol{p}_{i}(k+N|k) - \boldsymbol{p}_{m}^{\text{obst}}(k+N)\| \geqslant R + r_{m}^{\text{obst}}, \\ \|\boldsymbol{z}_{i}(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{z}}_{i}(k+N|k)\| \leqslant \nu_{i}(k,N). \end{cases}$$

(18)

假设无人机速度在l = N时刻不变的情况下,基于速度障碍法(原理可参见文献[19-20]中的预备知识部分),可将l > N时的约束设计为

$$\begin{cases} \|\boldsymbol{p}_{i}(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{p}}_{i}(k+N|k) + \\ t(\boldsymbol{v}_{i}(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{v}}_{i}(k+N|k))\| \leqslant \\ \mu'_{i}(k,N,t), \\ \|\boldsymbol{p}_{i}(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{p}}_{j}(k+N|k) + \\ t(\boldsymbol{v}_{i}(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{v}}_{j}(k+N|k))\| \geqslant \\ 2R + \mu'_{ij}(k,N,t), \\ \|\boldsymbol{p}_{i}(k+N|k) - \boldsymbol{p}_{m}^{\text{obst}}(k+N) + \\ t(\boldsymbol{v}_{i}(k+N|k) - \boldsymbol{v}_{m}^{\text{obst}}(k+N))\| \geqslant \\ R + r_{m}^{\text{obst}}, \\ \|\boldsymbol{G}^{t/T_{s}}(\boldsymbol{z}_{i}(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{z}}_{i}(k+N|k)) + \\ p(t,\boldsymbol{G})\boldsymbol{H}(\boldsymbol{v}_{i}(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{v}}_{i}(k+N|k))\| \leqslant \\ \nu'_{i}(k,N,t). \end{cases}$$

$$(19)$$

其中

$$\begin{split} t &= 1T_{\rm s}, 2T_{\rm s}, \dots, \\ \mu'_i(k,N,t) &= \min_{j \in \mathbb{N}_v \backslash i} \mu'_{ij}(k,N,t), \\ \mu'_{ij}(k,N,t) &= \\ (\|\hat{\boldsymbol{p}}_i(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{p}}_j(k+N|k)) + \\ t(\hat{\boldsymbol{v}}_i(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{v}}_j(k+N|k)) \| - 2R)/2, \\ p(t,\boldsymbol{G}) &= 1 + \boldsymbol{G} + \dots + \boldsymbol{G}^{t/T_{\rm s}-1}, \\ p(1T_{\rm s},\boldsymbol{G}) &= 1, \\ \nu'_i(k,N,t) &= \frac{-b'_i + \sqrt{(b'_i)^2 - 4a'_ic'_i}}{2a'_i}; \\ a'_i &= a_i, \ b'_i(k,N,t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} 2\beta_j \varphi'_{ij}(k,N,t), \\ c'_i(k,N,t) &= -\frac{\gamma_i \alpha_i}{N + t/T_{\rm s}} \|\Delta \boldsymbol{z}_i(k|k)\|^2, \\ \varphi'_{ij}(k,N,t) &= \\ \max_{tt=1,\dots,t} \left\{ \varphi_{ij}(k,N), \ \|[\boldsymbol{G}^{tt/T_{\rm s}}(\boldsymbol{z}_i(k+N|k) - \hat{\boldsymbol{v}}_i(k+N|k))] - \boldsymbol{d}^{\boldsymbol{z}}_{ij} \| \right\}. \end{split}$$

终端约束(18)、(19)使得 $\mathbf{u}_i^{\kappa}(k+N|k) = \mathbf{v}_i(k+N|k)$ 是终端时刻的可行控制量,即假设无人机与障碍物速度均保持不变.

**注1** 本文与参考文献[19-20]在此处的处理略有不同,文献[19-20]建模时将加速度取为控制量,在速度保持不变的情况下,  $\boldsymbol{u}_{i}^{\kappa}(k+N|k)=0$ 为其终

端可行控制量;本文的控制量是期望速度,根据动态方程式(2),可得 $\mathbf{u}_{i}^{\kappa}(k+N|k) = \mathbf{v}_{i}(k+N|k)$ 为终端可行控制量.另一方面,文献[19-20]所设计的约束以及终端条件仅能保证参考轨迹为固定的期望位置[20](或者固定的期望速度[19]),且障碍物为静态时编队的安全性和稳定性存在一定局限.

# 2.4.2 终端控制器与终端代价函数

基于2.4.1节设计的终端约束,本小节以编队稳定为原则,设计终端控制器和终端代价函数,并给出适配的在线确定终端成分关键参数的新方法.

终端控制器设计为

$$\boldsymbol{u}_{i}^{\kappa}(k+l|k) = \boldsymbol{K}_{i}(k)\Delta\boldsymbol{z}_{i}(k+l|k) + \boldsymbol{u}_{r}(k+l).$$
(20)

其中:  $l \ge N$ ,  $K_i(k) > 0$  待定. 将式(20)代入编队离散模型(2), 且假设参考轨迹同样满足离散模型(2), 可得误差模型如下:

$$\Delta z_i(k+l+1|k) = (G + HK_i(k))\Delta z_i(k+l|k).$$
(21)

同时,根据终端约束的设计,终端控制器满足

$$\boldsymbol{u}_{i}^{\kappa}(k+N|k) = \boldsymbol{v}_{i}(k+N|k). \tag{22}$$

终端代价函数设计为

$$L_{if}(k+l|k,\Delta z_i) = \|\Delta z_i(k+l|k)\|_{\mathbf{P}_i}^2. \tag{23}$$

其中:  $l \ge N$ ,  $P_i > 0$  待定.

结合式(20)、(21)、(23),可使得

$$\sum_{i \in \mathbb{N}_v} [L_{if}(k+N+1|k,\Delta \boldsymbol{z}_i^{\kappa}) - L_{if}(k+N|k,\Delta \boldsymbol{z}_i) +$$

$$L_i(k+N|k,\Delta z_i,z_{ij},\Delta u_i^{\kappa})] \leqslant$$

$$\sum_{i \in \mathbb{N}_v} \|\Delta \mathbf{z}_i(k+N|k)\|_{A_i(k)}^2 \tag{24}$$

成立,其中

$$\Lambda_i(k) =$$

$$\alpha_i \boldsymbol{I} + 2 \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\beta_i + \beta_j) \boldsymbol{I} + \rho_i \boldsymbol{K}_i^{\mathsf{T}}(k) \boldsymbol{K}_i(k) +$$

$$(\boldsymbol{G} + \boldsymbol{H}\boldsymbol{K}_i(k))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_i(\boldsymbol{G} + \boldsymbol{H}\boldsymbol{K}_i(k)) - \boldsymbol{P}_i.$$

为保证编队系统的稳定性,可通过求解如下优化问题 1来确定终端成分中的关键参数  $K_i(k)$  和  $P_i$ .

优化问题1

$$\min_{\boldsymbol{K}_i(k), \boldsymbol{P}_i} \|\Delta \boldsymbol{z}_i(k+N|k)\|_{\Lambda_i(k)}^2;$$

s.t. 
$$\begin{cases} \boldsymbol{u}_{i}^{\kappa}(k+N|k) = \boldsymbol{v}_{i}(k+N|k), \\ \eta_{i}(k) \leq 0. \end{cases}$$
 (25)

其中

$$\eta_i(k) =$$

$$\|\Delta \mathbf{z}_{i}(k+N|k)\|_{A_{i}(k)}^{2} - (1-\gamma_{i})\alpha_{i}\|\Delta \mathbf{z}_{i}(k|k)\|^{2} - \beta_{i} \sum_{i \in \mathcal{N}_{i}} \|\hat{\mathbf{z}}_{ij}(k|k)\|^{2} - \rho_{i}\|\Delta \mathbf{u}_{i}(k|k)\|^{2}.$$

 $P_i$  是离线选取的,选取原则是当在线求解时尽量让  $\Lambda_i(k)$  的特值趋于零或小于零,这样可以保证每一时 刻总是存在一组  $K_i(k)$ 、 $P_i$  使得  $u_i^{\kappa}(k+N|k)=v_i(k+N|k)$  和  $\eta_i(k) \leq 0$  成立.

#### 2.5 算法实现与稳定性证明

优化问题2

$$J_i^*(k, \Delta \boldsymbol{z}_i^*, \hat{\boldsymbol{z}}_{ij}^*, \Delta \boldsymbol{u}_i^*) =$$

$$\min_{\boldsymbol{u}_i(k+l|k)} J_i(k, \Delta \boldsymbol{z}_i, \hat{\boldsymbol{z}}_{ij}, \Delta \boldsymbol{u}_i).$$

$$s.t. \ \boldsymbol{z}_i(k|k) = \boldsymbol{z}_i(k); \tag{26a}$$

$$\boldsymbol{z}_{i}(k+l+1|k) = \boldsymbol{G}\boldsymbol{z}_{i}(k+l|k) + \boldsymbol{H}\boldsymbol{u}_{i}(k+l|k);$$
(26b)

$$\boldsymbol{z}_i(k+l|k) \in \mathbb{Z}_i; \tag{26c}$$

$$u_i(k+l|k) \in \mathbb{U}_i;$$
 (26d)

$$\|\mathbf{p}_{i}(k+l|k) - \hat{\mathbf{p}}_{j}(k+l|k)\| \ge 2R + \mu_{ij}(k+l|k);$$
(26e)

$$\|\boldsymbol{p}_{i}(k+l|k) - \boldsymbol{p}_{m}^{\text{obst}}\| \geqslant R + r_{m}^{\text{obst}}, \ m \in \mathbb{N}_{\text{obst}};$$
(26f)

$$\|\mathbf{p}_{i}(k+l|k) - \hat{\mathbf{p}}_{i}(k+l|k)\| \le \mu_{i}t(k+l|k);$$
 (26g)  
 $\|\mathbf{z}_{i}(k+l|k) - \hat{\mathbf{z}}_{i}(k+l|k)\| \le \nu_{i}(k,N-1);$ 

(26h)

式
$$(19)$$
.  $(26j)$ 

其中: l = 0, 1, ..., N - 1; 代价函数中 $j \in \mathcal{N}_i$ , 避碰约束中 $j \in \mathbb{N}_v/i$ , 并将约束分别记为式(26a) ~ (26j).

综合以上设计的代价函数、避碰避障约束、状态相容性约束和终端成分,编队中每个无人机的优化问题可描述为优化问题2.

优化问题2的求解步骤如算法1所示.

算法1 离线初始化参数:选定采样周期 $T_s$ 和预测时域N. 对于无人机i,确定邻居集 $\mathcal{N}_i$ ,给定权重参数 $\alpha_i$ 、 $\beta_i$ 、 $\rho_i$ 和收敛速度参数 $\gamma_i$ ,给出期望向量 $d_{ir}^z$ 、 $d_{ij}^z$ ,选定终端代价中的 $P_i$ .

在线求解:

1) k = 0时,给出初始最优解  $u_i^*(l|0)$  和初始最优状态轨迹  $z_i^*(l|0), l = 0, 1, \dots, N-1$ .

2) k > 0时:

① 采样当前本机状态 $z_i(k)$ ,获取假设位置

 $\hat{\boldsymbol{p}}_{j}(k+l|k)(j \in \mathbb{N}_{v}/i)$ 和假设状态  $\hat{\boldsymbol{z}}_{j}(k+l|k)(j \in \mathcal{N}_{i}), l = 0, 1, \dots, N-1.$ 

- ② 求解优化问题 2, 并利用求解过程中的  $\Delta z_i(k+N|k)$ 、 $v_i(k+N|k)$  和  $\eta_i(k)$  等量同时求解优化问题 1, 最终得到最优控制输入序列  $u_i^*(k+l|k)$ , l=0,1, ..., N-1, 并取  $u_i(k)=u_i^*(k|k)$ , 同时还获得最优解对应的  $K_i^*(k)$ .
- ③ 利用式 (8) 和式 (2) 计算假设状态  $\hat{z}_i(k+l+1|k+1), l=0,1,\ldots,N$ ,并将 $\hat{p}_i(k+l+1|k+1)$  和 $\hat{z}_i(k+l+1|k+1)$  分别发送给无人机 $j\in\mathbb{N}_v/i$ 和 $j\in\mathcal{N}_i$ .

④ k = k + 1,返回①.

根据算法1给出如下定理.

定理1 在k时刻,编队中所有无人机按照算法1同步求解各自的优化问题2. 如果在k=0时刻,每个无人机都存在一个可行解,则对于所有的 $k \ge 1$ ,其优化问题2均可行. 进一步地,整个无人机编队系统是渐近稳定的.

证明 1) 递归可行性证明. 在 k 时刻, 若无人机 i 的优化问题 2 是可行的, 则令最优控制输入为  $\boldsymbol{u}_i^*(k+l|k)(l=0,1,\ldots,N-1)$ , 令最优状态轨迹为  $\boldsymbol{z}_i^*(k+l|k)(l=0,1,\ldots,N)$ . 基于式(7)和(8),构造控制输入和状态轨迹

$$U_i^-(k+1) = \{ u_i^*(k+1|k), u_i^*(k+2|k), \dots,$$
  
$$u_i^*(k+N-1|k), v(k+N|k) \},$$

$$Z_i^-(k+1) = \{z_i^*(k+1+l|k)|l=0,1,\ldots,N-1\}.$$

在 k+1 时刻,  $U_i^-(k+1)$  和  $Z_i^-(k+1)$  中的  $\{u_i^*(k+1|k),\ldots,u_i^*(k+N-1|k)\}$  和对应的  $\{z_i^*(k+1|k),\ldots,z_i^*(k+N|k)\}$  显然是满足 k+1 时刻的约束 (26a) ~ (26h); 基于速度障碍法设计的终端约束使得  $u_i^-(k+N|k+1)=v_i(k+N|k)$  可满足 k+1 时刻的约束 (26a) ~ (26h); 且  $u_i^-(k+N|k+1)$  作用下的  $z_i^-(k+N+1|k+1)$  也是满足 k+1 时刻的终端约束 (26i) ~ (26j); 因此,  $U_i^-(k+1)$  是 k+1 时刻优化问题 2 的可行解. 进一步可得, k 时刻有解,则 k+1 时刻必有解; 初始时刻有解,则未来每一时刻都有解.

2) 稳定性证明. 定义Lyapunov 函数为所有无人 机的最优代价之和,即

$$J_{\Sigma}^{*}(k) = \sum_{i=1}^{N_{v}} J_{i}^{*}(k, \Delta z_{i}^{*}, \hat{z}_{ij}^{*}, \Delta u_{i}^{*}).$$
 (27)

取 k+1 时刻的可行控制输入和状态轨迹为  $U_i^-(k+1)$ 、 $Z_i^-(k+1)$ ,并结合式(17)、(24)、(27)可得

$$J_{\Sigma}^{*}(k+1) - J_{\Sigma}^{*}(k) \leqslant \sum_{i=1}^{N_{v}} \eta_{i}^{*}(k).$$
 (28)

其中

$$\eta_i^*(k) =$$

$$\begin{split} & \|\Delta \boldsymbol{z}_{i}^{*}(k+N|k)\|_{A_{i}^{*}(k)}^{2} - (1-\gamma_{i})\alpha_{i}\|\Delta \boldsymbol{z}_{i}^{*}(k|k)\|^{2} - \\ & \beta_{i} \sum_{j \in \mathcal{N}_{i}} \|\hat{\boldsymbol{z}}_{ij}^{*}(k|k)\|^{2} - \rho_{i}\|\Delta \boldsymbol{u}_{i}^{*}(k|k)\|^{2}. \end{split}$$

当
$$\boldsymbol{u}_i(k|k) = \boldsymbol{u}_i^*(k|k), \boldsymbol{z}_i(k+l|k) = \boldsymbol{z}_i^*(k+l|k),$$
  
 $\boldsymbol{K}_i(k) = \boldsymbol{K}_i^*(k)$ 时,  $\eta_i(k) = \eta_i^*(k).$ 

根据式(25),每一时刻总是存在一组 $K_i^*(k)$ 、 $P_i$ 使得 $u_i^{\kappa}(k+N|k)=v_i(k+N|k)$ 和 $\eta_i^*(k)\leqslant 0$ 成立,故 $J_{\Sigma}^*(k+1)-J_{\Sigma}^*(k)\leqslant 0$ ,即整个编队系统是渐近稳定的.  $\square$ 

# 3 仿真结果与分析

针对本文所提出的基于同步DMPC的编队跟踪与避障控制算法进行仿真验证. 设置无障碍的编队跟踪和复杂障碍环境下的编队避障两种场景.

本文考虑三维空间中 $N_v=7$ 个无人机的编队,每个无人机满足动态模型(2),其中 $\tau_v=3$ . 每个无人机状态量中3个速度分量均不超过15 m/s,控制输入中的速度指令也均不超过15 m/s. 仿真中,选取采样时间 $T_s=0.2$ s,取预测时域N=5;给出权重参数 $\alpha_i=1,\beta_i=1,\rho_i=0.1$ 和收敛速度参数 $\gamma_i=0.9$ . 机间通信拓扑和机间邻居关系拓扑分别用邻接矩阵

$$\varepsilon^{1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \ \varepsilon^{2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

表示,  $\varepsilon_{ij}^1=\varepsilon_{ji}^1=1$ 表示 (i,j) 间可相互通信,  $\varepsilon_{ij}^2=\varepsilon_{ii}^2=1$ 表示互为邻居. 安全半径 R=0.5 m.

为了更好地描述编队性能,将机间最小距离、机物最小距离、队形误差、编队跟踪误差分别定义为

$$d_{ij\_\min} = \min_{i,j \in \mathbb{N}_v, i \neq j, k \geqslant 0} \|\boldsymbol{p}_i(k) - \boldsymbol{p}_j(k)\|;$$

$$d_{i, \text{obst}m\_\min} = \min_{i \in \mathbb{N}_{v}, m \in \mathbb{N}_{\text{obst}}, k \geq 0} \| \boldsymbol{p}_{i}(k) - \boldsymbol{p}_{m}^{\text{obst}}(k) \|;$$

$$e_{\mathrm{f}}(k) = \sum_{i=1}^{N_v} \sum_{j=i+1}^{N_v} \| \boldsymbol{p}_i(k) - \boldsymbol{p}_j(k) - \boldsymbol{d}_{ij} \|;$$

$$e_{\mathsf{t}}(k) = \sum_{i=1}^{N_v} \| {m p}_i(k) - {m p}_r(k) - {m d}_{ir} \|.$$

# 3.1 编队跟踪

7架无人机初始位置沿直线排开,期望队形设为 进攻三角形,即取

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}(0) \\ \boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}(0) \\ \vdots \\ \boldsymbol{z}_7^{\mathrm{T}}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, 15, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 10, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 5, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 0, 0, 0 \\ 0, -5, 0, 0, 0, 0 \\ 0, -10, 0, 0, 0, 0 \\ 0, -15, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_{1r}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -20, 15, 0 \\ -10, 10, 0 \\ -20, 5, 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_{1r}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{d}_{2r}^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{d}_{7r}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20, 15, 0 \\ -10, 10, 0 \\ -20, 5, 0 \\ 0, 0, 0 \\ -20, -5, 0 \\ -10, -10, 0 \\ -20, -15, 0 \end{bmatrix},$$

且  $d_{ij} = d_{ir} - d_{jr}$ ,  $i, j \in \mathbb{N}_v$ . 公共参考轨迹满足动态方程(2),这里给出一个带"S"机动的轨迹,取

$$\mathbf{z}_r(0) = [20, 0, 0, 0, 0, 0]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{u}_r(t) = \begin{cases} [10,0,2], \ t \in [0,2]; \\ [10,8\mathrm{e}^{-0.25t}\sin t,0], \ t \in (2,10]; \\ [10,0,0], \ t \in (10,\infty). \end{cases}$$

其中:  $t = kT_s$ , 各机参考状态轨迹为 $z_r(t) + d_{ir}^z$ .

图1为编队跟踪的三维轨迹图和俯视图. 7机的机间距离均大于安全距离. 图2为编队跟踪误差,并将本文算法与文献[8]中的常规人工势场法(APF)进行了对比,误差皆收敛于0,且两算法的跟踪误差曲线基本一致.

结合图1和图2可以看出,本文所提出的控制算 法具有跟踪机动轨迹的功能,且与常规APF算法的 跟踪性能几乎一致.

图 3 为  $\eta^*$  值曲线与代价函数曲线.  $\eta_1^*$  与  $\eta_3^*$  曲线基本重合,  $J_1^*$  与  $J_3^*$  曲线基本重合,  $uav1\sim uav4$  与 uav4 ~ uav7 的  $\eta^*$  值曲线与代价函数曲线基本重合 (按对称位置). 图 3(a) 中  $\eta_i^*$  曲线皆为负, 且  $\eta_{\Sigma}^* = \sum_{i=1}^{N_v} \eta_i^* \leqslant 0$ , 由式 (28) 可知  $J_{\Sigma}^*(k+1) - J_{\Sigma}^*(k) \leqslant 0$ , 与图 3(b) 中  $J_{\Sigma}^*$  递减且趋于 0 相一致, 编队是渐近稳定的.

综上,在将避碰、避障以及跟踪一体考虑的算法中,在跟踪轨迹方面,横向比较,本文的算法与常规APF算法<sup>[8]</sup>的跟踪性能一致;纵向比较,文献[19-20]同样采用速度障碍与DMPC结合的算法,但理论上

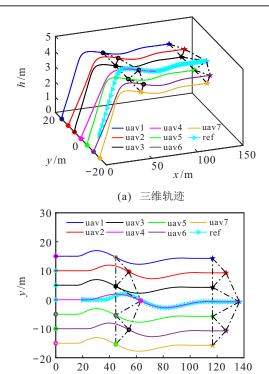


图 1 编队跟踪的三维轨迹和俯视图

x/m

(b) 轨迹俯视图

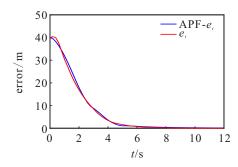
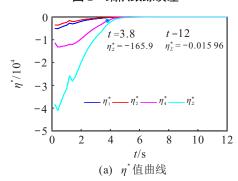


图 2 编队跟踪误差



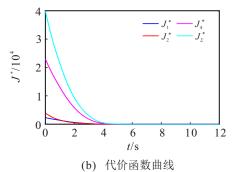


图 3  $\eta^*$  值曲线与代价函数曲线

参考轨迹只能限于固定位置(或者固定速度),而本文 所设计的算法具备跟踪机动轨迹的能力,相较之下, 本文设计的算法适用范围更广.

#### 3.2 编队避障

本小节主要验证所提出算法在复杂障碍环境下 的有效性和优越性.

无人机的初始状态和期望队形分别设为

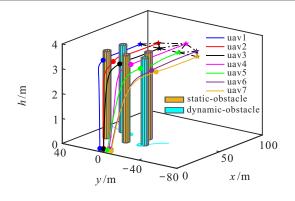
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{z}_1^{\mathsf{T}}(0) \\ \boldsymbol{z}_2^{\mathsf{T}}(0) \\ \vdots \\ \boldsymbol{z}_7^{\mathsf{T}}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6, 6, 0, 0, 0, 0 \\ 8, 4, 0, 0, 0, 0 \\ 6, 2, 0, 0, 0, 0 \\ 10, 0, 0, 0, 0, 0 \\ 6, -2, 0, 0, 0, 0 \\ 8, -4, 0, 0, 0, 0 \\ 6, -6, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix}$$

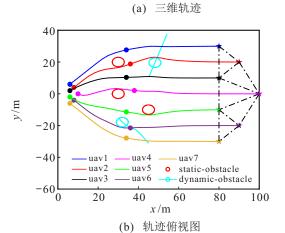
$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_{1r}^{\mathsf{T}} \\ \boldsymbol{d}_{2r}^{\mathsf{T}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{d}_{7r}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20, 30, 0 \\ -10, 20, 0 \\ -20, 10, 0 \\ 0, 0, 0 \\ -20, -10, 0 \\ -10, -20, 0 \\ -20, -30, 0 \end{bmatrix},$$

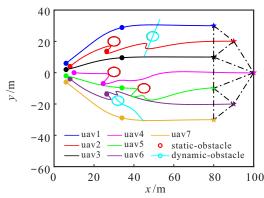
且  $d_{ij} = d_{ir} - d_{jr}, i, j \in \mathbb{N}_v$ ; 公共参考轨迹设为固定点  $z_r = [100, 0, 3, 0, 0, 0]^T$ , 各机参考状态轨迹为  $z_r + d_{ir}^z$ ; 选取  $P_i = \text{diag}([100, 100, 100, 20, 20, 20])$ ; 设置 5 个圆柱形障碍物 (包含 2 个动态的), 分别为  $p_1^{\text{obst}} = (30, 20, h), p_2^{\text{obst}} = (30, 0, h), p_3^{\text{obst}} = (30 + t, -15 - t - \sin(0.5t), h), p_4^{\text{obst}} = (45 + t, 10 + 3t, h), p_5^{\text{obst}} = (45, -10, h); h \in [0, 3.5]$ ; 威胁半径为  $r_m^{\text{obst}} = 6R = 3 \text{ m}, m = 1, 2, \dots, 5$ .

图 4(a) 和 4(b) 为编队在复杂障碍环境下的运动轨迹,可以看出编队从起点起飞,中间穿过障碍,最终抵达了期望位置并形成了期望队形. 最小的机间距离为起点时刻的机间间距  $d_{ij\_min}=2\sqrt{2}$  m,则  $d_{ij}(k) \geq 2R$ ;最小的机物距离为 $d_{i,obstm\_min}=R+r_m^{obst}=3.5$  m,则 $d_{i,obstm}(k) \geq R+r_m^{obst}$ ;显然,编队满足避碰、避障要求. 可以看出,本文算法具有跟踪、避碰、规避静/动态障碍的功能.

图 5 为编队队形误差和跟踪误差曲线,结合图 4(b)和4(c),对比了本文所提出算法与APF 算法<sup>[8]</sup>在 复杂密集障碍环境中的避障性能. 设置编队队形误差带为 $e_f=1\,\mathrm{m}\times21=21\,\mathrm{m};$ 本文所提出算法进入误差带时间为 $t_1=6.4\,\mathrm{s},$ APF 算法进入误差带时间为 $t_2=8\,\mathrm{s};$ 且当 $t=5.4\,\mathrm{s}$ 时,APF 算法的编队误差比本文所提出算法的编队误差大了 321.1329 m;可以看出,







(c) 基于APF避障的轨迹俯视图

图 4 编队避障的三维轨迹和俯视图

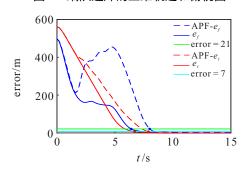


图 5 编队队形误差和跟踪误差

本文所提算法的编队队形形成速度更快. 设置编队跟踪误差带为 $e_t = 1 \,\mathrm{m} \times 7 = 7 \,\mathrm{m}$ ;本文所提算法进入误差带时间为 $t_3 = 6.7 \,\mathrm{s}$ ,APF算法进入误差带时间为 $t_4 = 7.9 \,\mathrm{s}$ ;可以看出,本文所提算法的避障路径更优,跟踪速度更快.

图 6 为  $\eta^*$  值 曲 线 与 代价 函数 曲 线,图 6 (a) 中  $\eta_i^*$  曲 线 皆 为 负,且  $\eta_\Sigma^* = \sum_{i=1}^{N_v} \eta_i^* \le 0$ ,进一步地  $J_\Sigma^*(k+1)$  一  $J_\Sigma^*(k) \le 0$ ;另一方面,图 6 (b) 中  $J_\Sigma^*$  递减且趋于 0;因 此,编队是渐近稳定的. 综上,在将避碰、避障以及跟 踪一体考虑的算法中,在编队避障方面,横向比较,本 文的算法比常规 APF 算法 [8] 避障路径更优,形成队形 更快,跟踪性能更佳;纵向比较,文献 [14,18-21] 皆是基于 DMPC 设计的编队控制器,但是都只能规避静态障碍,而本文的算法可以同时规避静态和动态的障碍物,并能保证编队的稳定性,避障能力更全面.

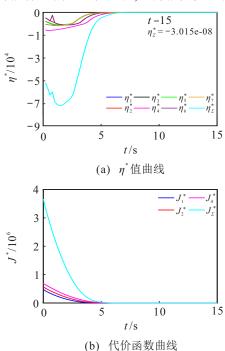


图 6  $\eta^*$  值曲线与代价函数曲线

# 4 结 论

本文针对无人机编队跟踪问题,并考虑对静/动态障碍的规避,提出了一种基于同步 DMPC 的编队跟踪与避障控制算法. 具体结论如下:

- 1) 本文的设计算法将跟踪、避碰、避障功能集于一体,既能跟踪固定轨迹也能跟踪机动轨迹,理论适用范围广.
- 2) 本文将速度障碍法与同步 DMPC 相融合,设计了新的终端约束,使得编队控制算法可以同时规避静态和动态障碍物,经仿真验证,避障效果优良.
- 3) 根据新的终端约束,以编队系统稳定为原则, 基于Lyapunov理论,设计了与之适配的终端成分,编 队系统的稳定性在仿真中得到了验证.

#### 参考文献(References)

[1] Wang Z, Liu L, Long T, et al. Multi-UAV reconnaissance task allocation for heterogeneous

- targets using an opposition-based genetic algorithm with double-chromosome encoding[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2018, 31(2): 339-350.
- [2] Xing L J, Fan X Y, Dong Y X, et al. Multi-UAV cooperative system for search and rescue based on YOLOv5[J]. International Journal of Disaster Risk Reduction, 2022, 76: 102972.
- [3] Wei X Q, Yang J Y, Fan X R. Distributed guidance law design for multi-UAV multi-direction attack based on reducing surrounding area[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 99: 105571.
- [4] Yu Z Q, Zhang Y M, Jiang B, et al. Decentralized fractional-order backstepping fault-tolerant control of multi-UAVs against actuator faults and wind effects[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 104: 105939.
- [5] Park B S, Yoo S J. Connectivity-maintaining obstacle avoidance approach for leader-follower formation tracking of uncertain multiple nonholonomic mobile robots[J]. Expert Systems with Applications, 2021, 171: 114589.
- [6] 刘安东, 秦冬冬. 基于虚拟结构法的多移动机器 人分布式预测控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(5): 1273-1280. (Liu A D, Qin D D. Distributed predictive control of multiple mobile robots based on virtual structure method[J]. Control and Decision, 2021, 36(5):
- [7] Hwang J, Lee J, Park C. Collision avoidance control for formation flying of multiple spacecraft using artificial potential field[J]. Advances in Space Research, 2022, 69(5): 2197-2209.

1273-1280.)

- [8] 张帅. 基于人工势场法的无人机编队关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018: 11-19). (Zhang S. Research on key technologies of UAV formation based on artificial potential field method[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018: 11-19.)
- [9] Summers T H, Yu C B, Dasgupta S, et al. Control of minimally persistent leader-remote-follower and coleader formations in the plane[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(12): 2778-2792.
- [10] Du H B, Wen G H, Wu D, et al. Distributed fixed-time consensus for nonlinear heterogeneous multi-agent systems[J]. Automatica, 2020, 113: 108797.
- [11] Qiu H X, Duan H B. Pigeon interaction mode switch-based UAV distributed flocking control under obstacle environments[J]. ISA Transactions, 2017, 71(Pt 1): 93-102.
- [12] Vargas S, Becerra H M, Hayet J B. MPC-based distributed formation control of multiple quadcopters with obstacle avoidance and connectivity

- maintenance[J]. Control Engineering Practice, 2022, 121: 105054.
- [13] 席裕庚. 预测控制[M]. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 2013: 191-213. (Xi Y G. Predictive control[M]. The 2nd edition. Beijing: National Defense Industry Press, 2013: 191-213.)
- [14] Yang Y Q, Ding B C. Tracking and formation of multi-agent systems with collision and obstacle avoidance based on distributed RHC[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2019, 38(7): 2951-2970.
- [15] Ding B C, Xie L H, Cai W J. Distributed model predictive control for constrained linear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2010, 20(11): 1285-1298.
- [16] 赵超轮, 戴邵武, 赵国荣, 等. 基于分布式模型预测控制的无人机编队控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(7): 1763-1771.

  (Zhao C L, Dai S W, Zhao G R, et al. Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm[J]. Control and Decision, 2022, 37(7): 1763-1771.)
- [17] Wang P, Ding B C. A synthesis approach of distributed model predictive control for homogeneous multi-agent system with collision avoidance[J]. International Journal of Control, 2014, 87(1): 52-63.
- [18] Dai L, Cao Q, Xia Y Q, et al. Distributed MPC for formation of multi-agent systems with collision avoidance and obstacle avoidance[J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(4): 2068-2085.

- [19] 秦明星. 基于分布式模型预测的无人机编队避障控制 [EB/OL]. (2022-08-25)[2022-12-07]. https://doi.org/10. 13700/j.bh.1001-5965.2022.0509. (Qin M X. DMPC for formation of multi-UAV with collision/obstacle avoidance[EB/OL]. (2022-08-25) [2022-12-07]. https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965. 2022. 0509.)
- [20] Guo Y H, Zhou J, Liu Y Y. Distributed Lyapunov-based model predictive control for collision avoidance of multi-agent formation[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(18): 2569-2577.
- [21] Lu M M, Zou Y Y, Li S Y. Multi-agent formation control with obstacle avoidance based on receding horizon strategy[C]. 2019 IEEE 15th International Conference on Control and Automation. Edinburgh, 2019: 1361-1366.
- [22] Quan Q, Fu R, Cai K Y. Practical control for multicopters to avoid non-cooperative moving obstacles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(8): 10839-10857.

#### 作者简介

何云风(1995-), 男, 博士生, 从事无人机编队控制的研究, E-mail: jasperfun@126.com;

史贤俊(1968-), 男, 教授, 博士生导师, 从事编队控制、自动测试与故障诊断等研究, E-mail: sxjaa@sina.com;

卢建华(1970-), 男, 教授, 硕士生导师, 从事飞行器控制的研究, E-mail: Illjjjhua001@sina.com;

赵超轮 (1995-), 男, 博士生, 从事飞行器控制技术、反无人机技术等研究, E-mail: chaolunzhao95@163.com;

赵国荣 (1964-), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器控制、导航技术等研究, E-mail: GRZhao6881@163.com.