

完备信息动态博弈

授课教师: 雷浩然

湖南大学课程

动态博弈 v.s. 同时行动博弈 (or 静态博弈)

动态博弈:

- 行为人的行动有先后之分.

一般情况下, **后动的参与人** (second-mover) 可以观察到**先动的参与人** (first-mover) 选择的行动.

- 完美信息 (Perfect information)
- 即使先动的行为人(张三)使用混合策略, 后动的行为人也可以看到张三最终使用的行动, 而不仅仅只是张三策略的概率分布.

完备且完美信息动态博弈

例子:

- 井字棋, 五子棋, 围棋, ...
- 麻将和扑克是动态博弈, 但它们**不是**完备信息博弈

本章的核心概念:

- **策略**, **逆向归纳**

三个例子:

- 先后行动的石头剪刀布, 饥饿的狮子, **斯塔克博格寡头模型** (古诺模型的动态版本)

例1: 先后行动的石头剪刀布

- 张三和李四玩石头剪刀布. 李四出完后, 张三再出.
- 如果你是张三, **你的策略是什么?**

例1: 先后行动的石头剪刀布

- 张三和李四玩石头剪刀布. 李四出完后, 张三再出.
- 如果你是张三, **你的策略是什么?**

答: 张三的策略是一个函数:

$$s : A \rightarrow A$$

在这个例子里, 张三的最优策略为

- $s(\text{石头}) = \text{布}$, $s(\text{布}) = \text{剪刀}$, $s(\text{剪刀}) = \text{石头}$.

从行动到策略

- 在前一章节的完备信息同时行动博弈中, **行动**和**策略**这两个概念没有区别.
 - 张三的策略 (或行动) 一般是行动集 A 中的某个元素, 或定义在 A 上的某个概率分布.
- 对于本章的动态博弈, 我们需要严格区分**行动**和**策略**.
 - 行动仍然是 A 中的某个元素或某个概率分布
 - 但是, 后手参与人的策略应该表示为一个函数. 这个函数描述了当先手采取某个行动时, 后手参与人使用的行动.

先后行动的石头剪刀布: 数纯策略

- 如果对于所有李四的行动, 张三的行动都是**非随机的**. 我们就称张三的策略为**纯策略**. 否则, 就是**混合策略**.

问: 先后行动的石头剪刀布博弈中, 后手张三有几个纯策略?

先后行动的石头剪刀布: 数纯策略

- 如果对于所有李四的行动, 张三的行动都是**非随机的**. 我们就称张三的策略为**纯策略**. 否则, 就是**混合策略**.

问: 先后行动的石头剪刀布博弈中, 后手张三有几个纯策略?

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

问: 这个博弈有哪些可能的纳什均衡?

先后行动的石头剪刀布: 数纯策略

- 如果对于所有李四的行动, 张三的行动都是**非随机的**. 我们就称张三的策略为**纯策略**. 否则, 就是**混合策略**.

问: 先后行动的石头剪刀布博弈中, 后手张三有几个纯策略?

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

例2: 饥饿的狮子

狮群里有 $n = 2$ 只狮子: $N = \{1, 2\}$.

- 假设1号狮子最强壮, 其次是2号狮子.

张三不幸落入狮群之口. 最强壮的狮子具有优先进食的权力. 但是, 每只狮子进食后会变得十分虚弱, 可能会被其它狮子吃掉.

问: 如果你是2号狮子, 你的策略是什么? 如果你是1号狮子, 你会吃掉张三么?

例2: 饥饿的狮子

狮群里有 $n = 2$ 只狮子: $N = \{1, 2\}$.

- 假设1号狮子最强壮, 其次是2号狮子.

张三不幸落入狮群之口. 最强壮的狮子具有优先进食的权力. 但是, 每只狮子进食后会变得十分虚弱, 可能会被其它狮子吃掉.

问: 如果你是2号狮子, 你的策略是什么? 如果你是1号狮子, 你会吃掉张三么?

如果狮群有三只狮子: $N = \{1, 2, 3\}$, 1号狮子会选择吃掉张三么? 其它狮子的策略是什么?

逆向归纳

1. 如果有 2 只狮子, 张三不会被吃掉.
 - 1号狮子如果吃了张三, 它会变得虚弱并被2号狮子吃掉.
2. 如果有 3 只狮子, 张三是否会被 1 号狮子吃掉?
 - 如果1号狮子吃掉张三, 它可能被2号狮子吃掉.
 - 但是, 如果2号狮子吃了1号狮子, 2 号狮子也会变得虚弱, 并被3号狮子吃掉.
 - 因此, 即使1号狮子吃掉张三, 2号狮子也不会吃1号狮子.
 - 张三会被1号狮子吃掉.
3. 如果有 4 只狮子, 张三是否会被 1 号狮子吃掉?
 - ...

由逆向归纳可知:

- 如果狮子数目 n 为偶数, 张三不会被吃掉. 否则, 张三会被吃掉.

逆向归纳法的特点:

- "以终为始".
 - 先分析博弈最后阶段(2只狮子)的可能结果, 然后再倒推3只狮子, 4只狮子的情形.
- 要求"所有参与人是理性的"是共同知识 (类似重复剔除法)
 - 问: 如果你是1号狮子, 狮群一共有 $n = 11$ 只狮子, 你会吃掉张三吗?