经济增长理论

目录

1 索洛模型: 稳态和收入分配

- 本章讨论 (新古典) 增长模型, 我们的主要工具是生产函数 $Y = F(K, L)$
  - K 表示资本, L 表示劳动[1]
  - 经济体的产出 (Y) 取决于生产要素（资本 K 与劳动 L）和技术.
- 本章介绍的增长模型被称为索洛模型 (Solow model), 它由诺贝尔经济学奖得主罗伯特 · 索洛提出.
- 我们先讨论最简单的增长模型, 然后再分析人口增长和技术进步对长期中经济增长率的影响.

1.1 生产函数: 规模报酬不变

- 通常假设生产函数 $F(K, L)$ 是**规模报酬不变**的 (constant returns to scale):

$$tY = F(tK, tL), \quad \forall t > 0$$

  - 规模报酬不变的经济学涵义: 将所有的资本（厂房、土地、生产设备等）和劳动翻一倍, 产出也会翻一倍.
- 令 $t = 1/L$, 则

$$\frac{Y}{L} = F(\frac{K}{L}, 1) \tag{1}$$

  - 方程（1）表示, 人均产出 $y \equiv Y/L$ 是人均资本 $k \equiv K/L$ 的函数.
  - 我们用大写字母 (如 Y, K) 表示总量, 小写字母 (如 y, k) 表示人均量. [2]
- 定义 $f(k) = F(k, 1)$, 生产函数可重新表示为

$$y = f(k) \tag{1}$$

  方程 (1) 表示 “人均形式” 的生产函数, 有时也被称为 “紧凑型” 生产函数.
- 之后的分析主要讨论人均情形. 为避免啰嗦, 我们一般仍称 k 为资本存量, 省略 “人均” 二字. 大家心里清楚小写字母表示的是人均量就好.
- 生产函数 $f(k)$ 导数的含义：增加一单位额外资本所带来的额外产出.
  - $f'(k)$ 被称为资本的边际产量 (MPK, Marginal Product of Capital).
- 计算题中, 一般都将生产函数设定为 $F(K, L) = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$, 即 $f(k) = k^{\alpha}$.

1.2 资本存量的变动方程

- 产出 y 用于消费 c 和投资 i:

$$y = c + i$$

  这个方程对应计算 GDP 的支出法（不考虑政府购买 G 和净出口 NX）

[1] 我们用 L 表示劳动 (Labor). 马工程教材一般会用 N 表示劳动.

[2] 有的同学可能会问, L 不是表示就业人数么, 这里怎么成了总人口? 我们这门课在讨论增长时, 一般默认就业率是常数, 一般也不区分人口数和就业人数: 它们永远相差一个恒定的倍数. 后面的分析都会将 L 视作总人口数.

- 假设储蓄率为某个外生给定的常数, s. (人均) 消费可表示为: $c = (1-s)y$
- 由储蓄—投资恒等式可知: $i = sy = sf(k)$.
- 储蓄率 s 代表了现在和未来的权衡取舍: 较高的储蓄率会导致**当期消费**较低, 但积累了更多的资本, 从而导致**未来较高的产出**
- 以上的分析没有考虑资本的折旧. 如果资本存量每年的磨损为固定比率 δ (小写希腊字母 delta), 我们称 δ 为折旧率 (depreciation rate).
- 资本存量的变化由投资和折旧共同决定:

$$\text{资本存量的变动} = \text{投资} - \text{折旧}$$
$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

  – 上式中符号 Δ 表示变量的变化, 它读作 Delta, 是 δ 的大写形式.

1.3 稳定状态 (稳态)

- 资本存量的变动由两种力量决定:
  1. 资本的折旧, 它表示资本的损耗, 其大小和资本的存量成正比 (δk)
  2. 投资, 它表示资本的增量, 其大小和投资成正比 ($sf(k)$)
- 如果某个资本存量 k^* 使得折旧等于投资 $sf(k^*) = \delta k^*$, 这两种力量就会抵消. 我们称此时经济体处于**稳定状态** (steady-state)
  – 如图 1 所示, 当资本存量为 $k_1 < k^*$ 时, 投资大于折旧, 资本存量会增加; 当资本存量为 $k_2 > k^*$ 时, 投资小于折旧, 资本存量会减少.
  – 也就是说, 资本存量会始终向 k^* 靠近直至稳定.

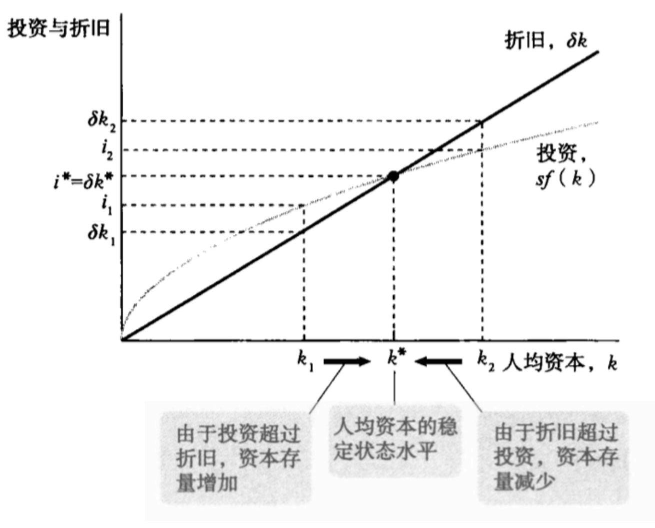

图 1: 稳态时的人均资本存量 k^*

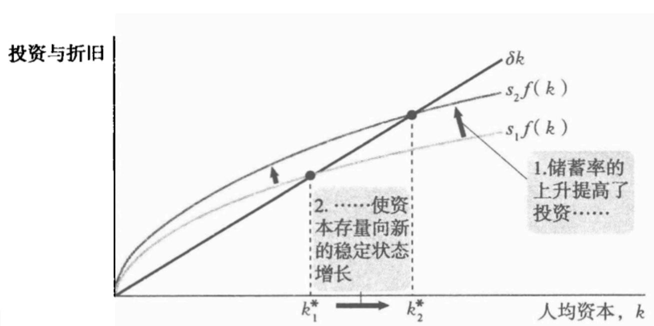

图 2: 储蓄率上升导致稳态时的人均资本存量上升

- 图 2 说明当 (外生) 储蓄率 s 上升时, 稳态时的资本存量上升. 由生产函数 $y = f(k)$, 资本存量上升会使经济体产出短暂上升. 但达到新的稳态时, 产出仍保持不变

1.4 计算题

- 假设生产函数为 $F(K, L) = K^{\alpha} L^{1-\alpha}$ 其中 $\alpha = 1/2$. 两边同除 L, 得到

$$\frac{Y}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^{1/2} \Longrightarrow y = k^{1/2}$$

- 假设储蓄率为 $s = 0.3$, 折旧率 $\delta = 0.1$, 则稳态时的资本存量 $\bar{k}$ 满足:

$$s\bar{k}^{1/2} = \delta\bar{k} \implies \bar{k} = (\frac{s}{\delta})^2 = 9$$

- 上述形式的生产函数被称为 “柯布-道格拉斯型生产函数”: $y = k^{\alpha}$ (总量的形式: $F(K, L) = K^{\alpha} L^{1-\alpha}$)
- 在柯布–道格拉斯生产函数设定下, 资本和劳动的 “收入分配” 比例分别为 α 和 $1 - \alpha$, 具体原因见下文.

注: 下面的 1.5 节和 1.6 节系补充内容, 马工程教材没有涉及. 但是, 如果没有理解柯布-道格拉斯生产函数中系数 α 的含义, 就无法理解后面的增长核算; 增长核算是这一章的重点. 鉴于此, 我们简单介绍新古典收入分配理论.

1.5 收入分配

- 我们学习了一个新的均衡概念 (稳态) 以及如何计算稳态下的产出和资本存量. 可这些产出是如何在资本和劳动之间进行分配的呢?
  - **分配问题:** 假设经济体投入了一单位资本和一单位劳动, 得到了一单位产出. 那么, 这一单位产出会如何在资本所有者和劳动者之间分配呢?
  - 卡尔 · 马克思曾花费大量精力研究收入分配, 这为他之后的《资本论》(*Das Kapital*) 一书奠定了基础.
- 现代经济学家主要通过要素市场的均衡来研究收入分配问题, 这也被称为新古典分配理论.
- 类似资本的边际产量, 我们可以定义劳动的边际产量 (MPL):

$$\text{MPL} = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L}$$

- 生产函数都具有 “边际产量递减” (diminishing marginal product) 的性质. 资本量 K 不变时, 劳动的边际产量 MPL 会随着劳动的上升而下降.
- 假设劳动力市场是完全竞争的, 即企业是价格 (or 工资, W/P) 接受者.
- 这时企业会不断雇佣新劳力, 直到劳动的边际产量 MPL 等于实际工资 W/P 为止.

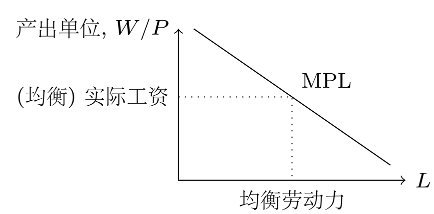

图 3: 劳动力市场均衡:
劳动的边际产出等于实际工资

- 类似的, 假设资本市场是完全竞争的. 企业会一直租用更多的资本, 直到资本的边际产出 MPK 等于资本的实际租赁价格 R/P

- 可以证明, 在规模报酬不变的假设下, 企业支付了生产要素报酬后的利润为零:

$$Y = \mathrm{MPL} \times L + \mathrm{MPK} \times K + 0$$

- 也就是说, 收入分配由每种生产要素的边际产量决定. 总产出被划分为资本报酬和劳动报酬, 两种要素的报酬取决于它们的边际产量.

1.6 柯布–道格拉斯 (Cobb–Douglas) 生产函数

- 道格拉斯是美国的参议员. 他从统计数据发现, 在几乎所有时间里, 美国的总收入在资本和劳动之间的分配比例是不变的: 劳动约占 3/4, 资本约占 1/4.
- 为此, 道格拉斯请教了数学家柯布, 如果生产要素的报酬总是等于边际产量, 那么这个生产函数具体是什么形式呢? 根据我们之前的分析, 这意味着:

$$\mathrm{MPK} \times K = \alpha Y, \quad \mathrm{MPL} \times L = (1-\alpha) Y$$

  - 其中 $\alpha \in (0,1)$ 衡量收入中资本的份额, 统计数据表明它是个常数, 约 1/4.

- 柯布证明了, 满足这种性质的生产函数形式为:

$$F(K, L) = A K^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

  - 其中 A 表示技术水平. 它是我们后面内容的主角, 目前为止我们默认 A 恒为 1.

1.7 练习

请同学们自行完成以下练习.

证明: 当生产函数为柯布-道格拉斯型时,

1. 它满足规模报酬不变的性质;
2. 劳动和资本的收入比率恒为 $(1-\alpha)/\alpha$.

1.8 小结

1. 增长模型中, 经济体的储蓄率决定其资本存量的变动以及其稳态时的产出. 储蓄率越高, 资本存量越多, 产出越多.
2. 高储蓄率会暂时提高人均收入, 但当经济体达到新的稳态后增长率再次变为 0, 因为储蓄本身不能维持持续的经济增长. 也就是说, 储蓄率的提高只有 "水平效应", 没有 "增长效应".
3. 虽然名为 "增长" 模型, 但目前的稳态中经济体并没有增长. 后面我们学习纳入 "人口增长" 和 "技术进步" 的增长模型, 就可以正式讨论长期中经济增长的源泉了.

练习解答:

1. $F(tK,tL)=(tK)^\alpha(tL)^{1-\alpha}=tK^\alpha L^{1-\alpha}=tF(K,L)$
2. $MPL=(1-\alpha)K^\alpha L^{-\alpha}=(1-\alpha)\frac{Y}{L}$, $MPK=\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}=\alpha\frac{Y}{K}$. 劳动和资本的收入比率为
$$\frac{\text{MPL}\cdot L}{\text{MPK}\cdot K}=\frac{1-\alpha}{\alpha}$$

2 人口增长与技术进步、增长核算

- 假设人口（劳动力）增长率为 g_N, 则人均资本 $k(t)$ 的变动方程为:
$$\dot{k}(t)=sf(k)-(\delta+g_N)k(t) \tag{1}$$
- 同上一节的资本变动方程相比, 它多了一项 g_N. 可以看出, 人口增长对 k 变化的影响很像折旧, 因为新增的人口**稀释了人均资本**
- 稳态时的人均资本 k^*:
$$sf(k^*)=(\delta+g_N)k^*$$
其大小由储蓄率 s, 折旧率 δ 和人口增长率 g_N 决定. 见下方图 4
- 图 4 和图 1 的逻辑完全一样. 唯一的不同是此时存在人口增长, 所以直线的斜率是 $g_N+\delta$ 而不是 δ

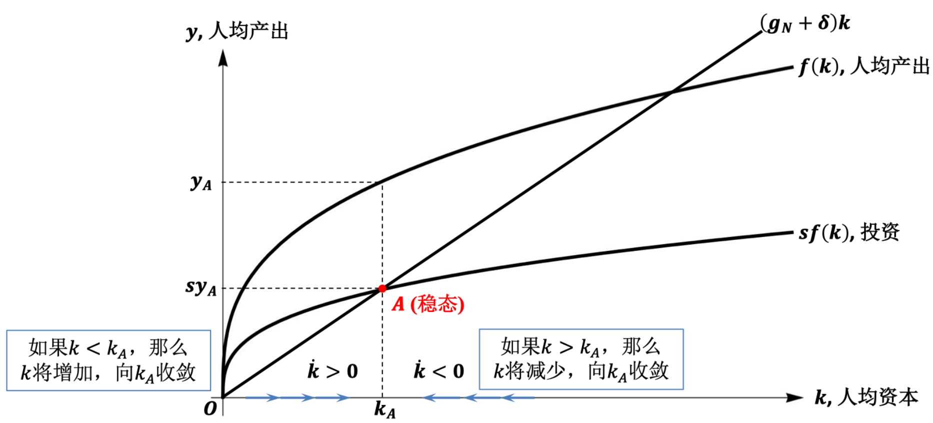

图 4: 考虑人口增长时的稳态人均资本存量

2.1 稳态中的增长率: 人口增长的情形

我们考虑人口增长会如何影响稳态中的增长率.

- 根据稳态定义（$\dot{k}(t)=0$）, 稳态时人均资本增长率和人均产出 $y=f(k^*)$ 增长率均为 0
- 由于总人口 (L) 增长率为 g_N, 故总产出 $(Y=y\times L)$ 增长率为 g_N

储蓄率变动的影响

- 储蓄率 $s\uparrow \Longrightarrow$ 稳态时人均资本和产出均上升 (分析逻辑和图 2 一致)
- 储蓄率的变动不改变长期中的人均产出增长率或总产出增长率.
- 小结: 储蓄率的变动只有**水平效应**, 没有**增长效应**.

人口增长率变动的影响

- $g_N\uparrow \Longrightarrow$ 短期内人均资本和人均产出均下降
- 长期中人均产出增长率不变（仍为 0）, 但总产出增长率上升（等于 g_N）

2.2 资本的黄金律水平

- "黄金律": 最大化人均消费的情形
- 资本的黄金律水平: 最大化人均消费时的资本存量. 稳态时的资本存量主要由 (外生) 储蓄率 s 决定
  - 储蓄率过低时, 资本积累过少, 产出不足
  - 储蓄率过高时, 收入用于消费的部分过少, 资本过度积累
- 稳态时, $c = f(k) - sf(k) = f(k) - (g_N + \delta)k$
- 一阶条件: $f'(k) = g_N + \delta$, 即资本的边际产量 = 人口增长率 + 折旧率
- 见下图, 黄金律水平的资本存量, 可由生产函数 $f(k)$ 做斜率为 $g_N + \delta$ 的切线得到.

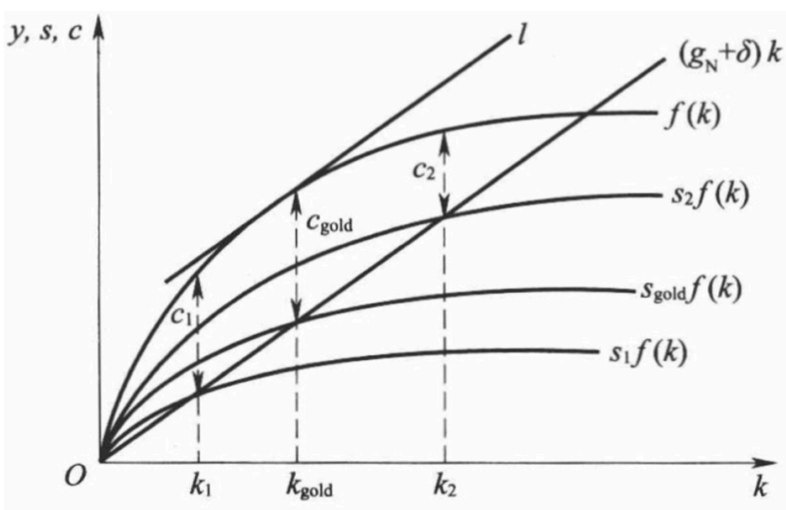

图 5: 资本的黄金律水平 k_{gold}

2.3 技术进步

- 用 $A(t)$ 表示 t 时刻的技术水平, 生产函数为

$$Y(t) = F\Big(A(t)L(t), K(t)\Big) \tag{2}$$

- 假设技术在不断进步, 即 $A(t)$ 递增. 我们用 g_A 表示技术进步率. A 上升在方程 (2) 中表示为劳动效率的提高, 其中 AL 称为有效劳动
- 接下来, 我们定义一种新的 "人均方式", 即按照 "有效劳动人口"(AL) 平均意义下的人均产出和人均资本:

$$k = \frac{K}{AL}, \quad y = \frac{Y}{AL}$$

- 此时的人均生产函数形式仍为 $y = f(k)$, 描述资本变动的方程为:

$$\dot{k} = sy - (\delta + g_N + g_A)k \tag{3}$$

- 和方程 (1) 相比, 方程 (3) 新增了技术进步项 g_A, 它对人均资本变动的影响类似人口增长 g_N
  - 由于技术进步导致有效劳动 AL 上升, 它同样会稀释人均资本
- 稳态时的人均资本 k^*: $sf(k^*) = (\delta + g_A + g_N)k^*$
  - 稳态时在 "有效劳动人口" 意义下的人均资本 ($\frac{K}{AL}$) 和人均产出 ($\frac{Y}{AL}$) 不变
  - 由于技术水平 (A) 的增长率为 g_A, 因此实际人均资本 ($\frac{K}{L}$) 和人均收入 ($\frac{Y}{L}$) 的增长率均为 g_A
- 结论: 长期中人均收入的上升来源于技术进步, 储蓄率和人口增长的变动均不影响稳态时的人均收入增长率

2.4 内生增长理论

- 索洛模型揭示了长期中人均收入的进步来自技术进步
- 但模型中的技术进步率 (g_A) 是外生给定的. 我们仍不知道, 不同国家之间长期经济增长率的差别根源是什么
  - 1820 年, 墨西哥的人均 GDP 高于日本. 当时间来到 2020 年, 这两百年中日本的平均 GDP 增长率为 1.9%, 而墨西哥为 1.3%
  - 今天日本是全世界最发达的国家之一, 人均 GDP 高于绝大多数欧洲发达国家; 而墨西哥是相对贫困的发展中国家
  - 我们的增长模型无法解释为什么日本和墨西哥的 g_A 会存在不同, 因为 g_A 在模型中是外生的
- 所谓 "内生" 增长理论, 就是说技术进步率 (g_A) 是内生的, 它由模型本身决定.
- 马工程教材在 "内生增长理论" 部分简单介绍了最基本的 AK 模型和卢卡斯人力资本模型. 但是, 认真看过教材的同学肯定会有疑问: 这些模型中的增长率 g_A 并不是内生的.
- 这个疑问很正确, 因为教材没有介绍完整的 AK 模型和卢卡斯人力资本模型. 如果考虑居民的最优消费决策问题, 就可以内生 AK 模型中的储蓄率, 从而内生经济增长率.
- 这类模型的求解涉及到动态优化问题. 我们在这门课中暂且放下.

2.5 增长核算

- 增长核算 (growth accounting)：将实际观测到的 GDP 增长率分解成生产要素（劳动和资本）变动贡献的部分和技术进步贡献的部分
  - 增长核算的具体操作系会计内容, 我们这里只讨论它的理论基础, 即索洛增长模型
- 生产函数：$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$
- 将生产函数取对数后再对时间求导, 有

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha\frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L} \quad \Longrightarrow \quad g_Y = g_A + \alpha g_K + (1-\alpha)g_N$$

- 根据上式, 我们可以将总产出的增长 g_Y 分为三部分：生产率增长的贡献 (g_A) + 资本增长的贡献 (αg_K) + 劳动增长的贡献 $((1-\alpha)g_N)$
  - 其中 α, g_Y, g_K 和 g_N 可以直接观测得到, 技术进步率 g_A 不可观测
- 计算 g_A:

$$g_A = g_Y - \alpha g_K - (1-\alpha)g_N$$

  g_A 这个量在很多场合都有用到, 因此它有三个名字. 在我们之前的模型中, g_A 表示**技术进步率**, 而在增长核算中则称 g_A 为**全要素生产率** (Total Factor Productivity, TFP). 此外, 由于增长核算的理论基础是索洛增长模型, 因此很多地方也称 g_A 为**索洛余量** (Solow Residual).

年份	产出的增长 ($\Delta Y/Y$) (1)=(2)+(3)+(4)	增长的源泉		
		资本 ($\Delta K/K$)(2)	劳动 [$(1-\alpha)\Delta L/L$](3)	全要素生产率 ($\Delta A/A$)(4)
1948—2013	3.5	1.3	1.0	1.2
1948—1972	4.1	1.3	0.9	1.8
1972—1995	3.3	1.4	1.4	0.5
1995—2013	2.9	1.1	0.6	1.1

图 6: 美国 1948–2013 年经济增长核算表 (单位为 %)

2.6 小结

1. 使稳态时消费最大化的资本水平, 被称为资本的黄金律水平. 它由方程 $f'(k_{\text{gold}}) = g_N + \delta$ 决定. 可通过调整 (外生) 储蓄率 s 使资本达到黄金律水平.
2. 类似储蓄率 s 的变动, 人口增长率 g_N 的变动不改变稳态中的经济增长率: 它只有水平效应, 没有增长效应.
3. 只有技术进步 $(g_A > 0)$ 才能导致稳态中人均产出的持续上升, 技术进步是经济体长期中增长的源泉.
4. 根据索洛模型, 我们可以把总产出的增长分解为三个部分: **资本增长**的贡献, **劳动增长**的贡献和**技术进步** (**全要素生产率提高**) 的贡献. 相关的会计核算工作被称为增长核算.