

Programmer som data exam

Albert Ross Johannessen

December 14, 2024

<p>Jeg erklærer hermed at jeg selv har lavet hele denne eksamensbesvarelse uden hjælp fra andre.</p>

1 Test exam 2024

1.1 Opgave 1

Betragt dette regulære udtryk over alfabetet $\{d, ', '\}$, hvor d står for decimalt ciffer og $'$ er komma:

$$d+'?'d* \quad (1)$$

Ved antagelse af, at d svarer til tallene fra 0 til 9 og $'$ er et komma, så beskriver det regulære udtryk kommatal.

1.1.1

Udtrykket kan beskrive tal i sættet \mathbb{R}_0^+ , dette vil altså sige vilkårligt store reelle tal. Følgende eksempler er inkluderet i sættet:

- 0
- 1, 1
- 9, 999999999
- 20
- 123456, 0
- 2,

1.1.2

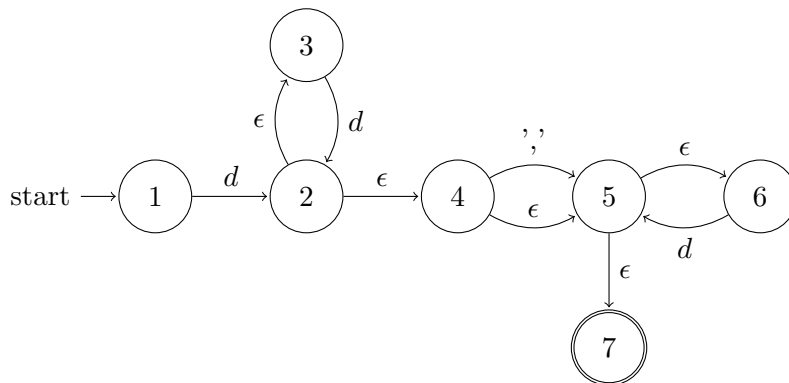


Figure 1: The labeled NFA representing $d+$

1.1.3 Vil tilstandsmaskinen acceptere netop de strenge, som genkendes af det regulære udtryk ovenfor

Ja man kan dele det regulære udtryk op i diskrete dele. Dette kan vi sammenligne med tilstandsmaskinen angivet nedenfor.

Det er åbenlyst at se at disse alle er dele af den tilstandsmaskine angivet.

Tilstandsmaskinen angivet er ikke deterministisk da man kan være i flere knuder på en gang på grund af eksistensen af epsilon kanter.

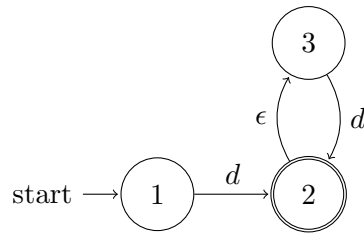


Figure 2: The labeled NFA representing d^+

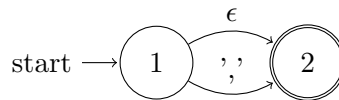


Figure 3: The labeled NFA representing $', '?$

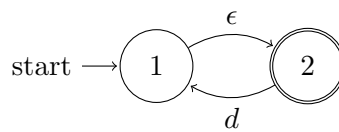


Figure 4: The labeled NFA representing d^*

1.1.4

$$(d+', '?d^*)? \quad (2)$$

1.1.5

Løsningen kan findes i kommatal.fsl

1.2 Opgave 2

```
let exam2_1 = Every(Write(FromTo(1, 6)));
```

```
let exam2_2 = Every(
  Write(
    Prim("+",
      Prim("*", CstI 10, FromTo(3, 6)),
      FromTo(3,4)
    )
  )
)
```

```
let exam2_3 = Every(Write(FromToBy(1, 10, 3)))
```

```
let exam2_4 = Every(
  Write(
    Prim("+",
      FromToBy(30, 60, 10),
      FromTo(3,4)
    )
  )
)
```

```

let exam2_5 = Every(
  Write(
    FromToBy(10, 11, 0)
  )
)

```

1.3 Opgave 3

```

type expr =
  | CstI of int
  | CstB of bool
  | Var of string
  | Let of string * expr * expr
  | Prim of string * expr * expr
  | If of expr * expr * expr
  | Letfun of string * string * expr * expr    (* (f, x, fBody, letBody) *)
  | Call of expr * expr
  | Print of expr

```

```

let keyword s =
  match s with
  | "else"   -> ELSE
  | "end"    -> END
  | "false"  -> CSTBOOL false
  | "if"     -> IF
  | "in"     -> IN
  | "let"    -> LET
  | "not"    -> NOT
  | "then"   -> THEN
  | "true"   -> CSTBOOL true
  | "print"  -> PRINT
  | _       -> NAME s

```

```
%token ELSE END FALSE IF IN LET NOT THEN TRUE PRINT
```

Expr:

AtExpr	{ \$1	}
AppExpr	{ \$1	}
IF Expr THEN Expr ELSE Expr	{ If(\$2, \$4, \$6)	}
MINUS Expr	{ Prim("-", CstI 0, \$2)	}
Expr PLUS Expr	{ Prim("+", \$1, \$3)	}
Expr MINUS Expr	{ Prim("-", \$1, \$3)	}
Expr TIMES Expr	{ Prim("*", \$1, \$3)	}
Expr DIV Expr	{ Prim("/", \$1, \$3)	}
Expr MOD Expr	{ Prim("%", \$1, \$3)	}
Expr EQ Expr	{ Prim("=", \$1, \$3)	}
Expr NE Expr	{ Prim("<>", \$1, \$3)	}
Expr GT Expr	{ Prim(">", \$1, \$3)	}
Expr LT Expr	{ Prim("<", \$1, \$3)	}
Expr GE Expr	{ Prim(">=", \$1, \$3)	}
Expr LE Expr	{ Prim("<=", \$1, \$3)	}

```

| PRINT      Expr      { Print($2)      }
;

| Print(ex) ->
let evaluated = eval ex env
printfn "%A" evaluated
evaluated;;

```

2 Januar 2019

2.1 Opgave 3

$$\frac{e_6 \frac{e_{10} \frac{e_1 \overline{\rho \vdash 32 \Rightarrow 32}}{\rho \vdash \{\text{field1} = 32\} \Rightarrow \{\text{field1}; 32\}} \quad \frac{e_{10} \frac{e_3 \overline{\rho(x) = \{\text{field1}; 32\}}}{\rho \vdash x \Rightarrow \{\text{field1}; 32\}}}{\rho[x \mapsto \{\text{field1}; 32\}] \vdash \text{x.field1} \Rightarrow 32} \quad e_{11}}{\boxed{\vdash} \text{let x= \{\text{field1}=32\} in x.field1 end} \Rightarrow 32}$$

2.2 Opgave 5

2.2.1 Opgave 5.1

På toppen af stakken bliver der allokeret 5 elementer til a

```

[
-----main-----
4          ret addr
-999       old bp
42 42 42 42 42  a[0]-a[4]
2          ref a
5          i
-----printArray-----
125        ret addr
2          old bp
2          arg a
0          i
]

```

2.2.2 Opgave 5.2

Der er en bug i den måde vi håndtere halekald. Da printarray bliver til den sidste funktion kaldt af main så fjerner den alle de lokale variable oprettet af main. Hvilket gør at printarray læser "tilfældige" værdier fra stakken alt efter hvad der ligger på toppen af stakken når der bliver lavet LDI kald.

3 December 2019

3.1 Opgave 1

Betragt den ikke-deterministiske endelige automat ("nondeterministic finite automaton", NFA) nedenfor. Det anvendte alfabet er $\{a, b\}$. Der er i alt 5 tilstande, hvor tilstand 5 er den eneste accepttilstand.

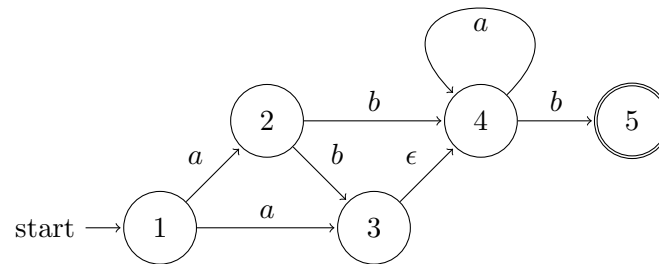


Figure 5: The labeled NFA

3.1.1 Angiv alle årsager til at automaten er ikke-deterministisk

- Fra knude 1 er der 2 a kanter.
- Fra knude 2 er der 2 b kanter.
- Fra knude 3 er der en ϵ kant.

3.1.2 Giv tre eksempler på strenge der genkendes af automaten

- abb
- abaaaab
- aaaaaab

3.1.3 Giv en uformel beskrivelse af sproget (mængden af alle strenge) der beskrives af automaten

- Der er to måder at starte på denne automat.
 1. Ét a og herefter ét b .
 2. Ét eller flere a .

Herefter er slutningen ens man kan vælge et vilkårligt antal a og herefter **skal** man slutte af på ét b . Kanten fra 2 til 3 er overflødig og det samme er knude 3, hvis man sætter en kant mellem 1 og 4.

3.1.4 Konstruer og tegn en deterministisk endelig automat

Konstruer og tegn en deterministisk endelig automat ("deterministic finite automaton", DFA) der svarer til automaten ovenfor. Husk at angive starttilstand og accepttilstand (e). Du skal enten bruge en systematisk konstruktion svarende til den i forelæsningsen eller som i Introduction to Compiler Design (ICD), eller Basics of Compiler Design (BCD), eller forklare hvorfor den resulterende automat er korrekt.

Vi starter med at konstruere vores subset.

	a	b	NFA State
S_1	$\{2, 3, 4\}^{S_2}$	$\{\}$	$\{1\}$
S_2	$\{4\}^{S_3}$	$\{3, 4, 5\}^{S_4}$	$\{2, 3, 4\}$
S_3	$\{\}^{S_3}$	$\{5\}^{S_5}$	$\{4\}$
S_4	$\{\}^{S_3}$	$\{5\}^{S_5}$	$\{3, 4, 5\}$
S_5	$\{\}$	$\{\}$	$\{5\}$

Dette giver følgende DFA, vi skal dog verificere at den er minimal.

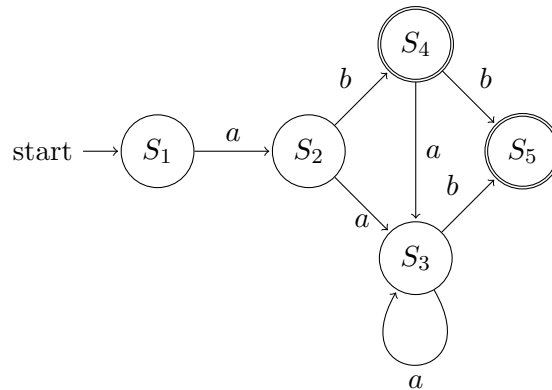


Figure 6: The labeled DFA

Vi starter med at tjekke om grupperne er konsistente.

$$\begin{array}{c|c} G_1 & \{S_1, S_2, S_3\} \\ G_2 & \{S_4, S_5\} \end{array}$$

G_1	a	b
S_1	$\{G_1\}$	-
S_2	$\{G_1\}$	$\{G_2\}$
S_3	$\{G_1\}$	$\{G_2\}$

G_1 er ikke konsistent så vi opretter 2 nye grupper.

$$\begin{array}{c|c} G_2 & \{S_4, S_5\} \\ G_3 & \{S_1\} \\ G_4 & \{S_2, S_3\} \end{array}$$

G_2	a	b
S_4	$\{G_4\}$	$\{G_2\}$
S_5	-	-

$$\begin{array}{c|c} G_3 & \{S_1\} \\ G_4 & \{S_2, S_3\} \\ G_5 & \{S_4\} \\ G_6 & \{S_5\} \end{array}$$

G_3	a	b
S_1	$\{G_4\}$	-

G_4	a	b
S_2	$\{G_4\}$	$\{G_5\}$
S_3	$\{G_4\}$	$\{G_6\}$

G_3	$\{S_1\}$
G_5	$\{S_4\}$
G_6	$\{S_5\}$
G_7	$\{S_2\}$
G_8	$\{S_3\}$

There are only singletons left, this means that we have a minimal DFA.

3.1.5 Angiv et regulært udtryk

Angiv et regulær udtryk der beskriver mængden af strenge over alfabetet $\{a, b\}$, som beskrives af automaten ovenfor. Check og forklar at det regulære udtryk også beskriver mængden af strenge for din DFA.

$$ab?a * b \quad (3)$$

3.2 Opgave 2

$$\frac{
\begin{array}{c}
p_1 \frac{}{\rho \vdash 21 : \text{int}} \quad
\frac{
p_3 \frac{\rho(x) = \forall \alpha. \alpha \rightarrow \text{int}}{\rho \vdash x : \text{int}} \quad
p_4 \frac{
\frac{
p_1 \frac{}{\rho \vdash 2 : \text{int}} \quad
p_1 \frac{}{\rho \vdash 3 : \text{int}}
}{\rho \vdash 2+3 : \text{int}}
}{\rho \vdash 40 : \text{int}}
}{\rho[f \rightarrow \forall \alpha_1 \dots \alpha_n. t_x \rightarrow t_r] \vdash x \text{ within } [2+3, 40] : \text{bool}}
}{\rho \vdash \text{let } x = 23 \text{ in } x \text{ within } [2+3, 40] \text{ end} : \text{bool}}
\end{array}
\quad
\text{inCheck}
}{p_6}$$

3.3 Opgave 3

3.3.1

Givet følgende kode

Kan vi se at værdien 7 angiver stak dybden.

- a - har et lokalt offset på 6 med typen array af ints som er på to elementer, da der også skal være plads til en header bliver dette til 3 elementer der bliver allokeret til.
- pn - har et lokalt offset på 3 med typen array af pointers til ins på længden 1, igen på grund af header skal der allokeres til 2 elementer.
- p - har et lokalt offset på 1 med typen pointer til int og dertil skal kun allokeret ét element.
- n - har et lokalt offset på 0 med typen int, og skal kun have allokeret ét element.
- g - har en absolut adresse på 0 med typen int.

Dette vil altså sige at den næste variabel der skal allokeres til skal starte på position 7.


```

let exVarEnv : varEnv =
  ([
    ("a", (Locvar 6, TypA(TypI, Some 2)));
    ("pn", (Locvar 3, TypA(TypP TypI, Some 1)));
    ("p", (Locvar 1, TypP TypI));
    ("n", (Locvar 0, TypI));
    ("g", (Glovar 0, TypI))
  ], 7)

```

Figure 7

4 2018

4.1 Opgave 1

Betragt den ikke-deterministiske endelige automat ("nondeterministic finite automaton", NFA) nedenfor. Det anvendte alfabet er $\{a, b\}$. Der er i alt 5 tilstande, hvor 5 er den eneste accept-tilstand.

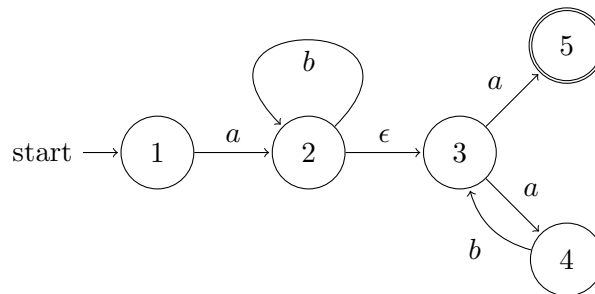


Figure 8: The labeled NFA

4.1.1 Angiv all årsager til at automaten er ikke-deterministisk

1. Der går en epsilon kant fra 2 til 3.
2. Der går 2 a kanter fra 3.

4.1.2 Giv tre eksempler på strenge der genkendes af automaten

1. aa
2. abbba
3. ababa

4.1.3 Giv en uformel beskrivelse af sproget (mængden af alle strenge) der beskrives af automate

Sproget der beskrives af automaten har følgende regler.

- Strenge skal starte og slutte på a
- Det første a kan være efterfulgt af et vilkårligt antal b 'er
- I den efterfølgende streng, hvis man vil have mere end ét a så skal alle a 'er være sepereret af b 'er

4.1.4 Konstruer den tilsvarende DFA

	a	b	NFA State
S_1	$\{2, 3\}^{S_2}$	$\{\}$	$\{1\}$
S_2	$\{4, 5\}^{S_3}$	$\{\}^{S_2}$	$\{2, 3\}$
S_3	$\{\}$	$\{3\}^{S_4}$	$\{4, 5\}$
S_4	$\{4, 5\}^{S_3}$	$\{\}$	$\{3\}$

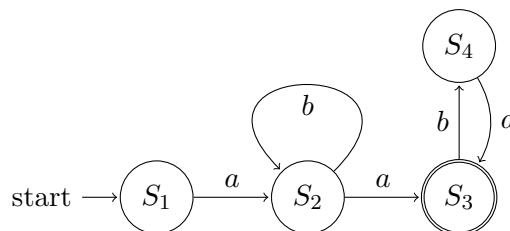


Figure 9: The labeled NFA

G_1	$\{S_1, S_2, S_4\}$
G_2	$\{S_3\}$

G_1	a	b
S_1	G_1	-
S_2	G_2	G_1
S_4	G_2	-

G_2	$\{S_3\}$
G_3	$\{S_1\}$
G_4	$\{S_2\}$
G_5	$\{S_4\}$

Siden der er én gruppe pr knude så er vores DFA så lille som den kan være.

4.1.5 Angiv et regulært udtryk for automaten

Hvis vi kigger på NFA'en som vi får givet i opgave beskrivelsen så kan vi splitte den op.

$$\begin{aligned}
 1 &\xrightarrow{a} 2 = a \\
 2 &\xrightarrow{b} 2 = b^* \\
 3 &\xrightarrow{a} 4 \xrightarrow{b} 3 = (ab)^* \\
 3 &\xrightarrow{a} 5 = a
 \end{aligned}$$

Hvis vi sætter dem sammen får vi følgende udtryk.

$$ab^*(ab)^*a$$

Det samme kan vi gøre for DFA'en

$$S_1 \xrightarrow{a} S_2 = a$$

$$S_2 \xrightarrow{b} S_2 = b^*$$

$$S_2 \xrightarrow{a} S_3 = a$$

$$S_3 \xrightarrow{b} S_4 \xrightarrow{a} S_3 = (ba)^*$$

Hvilket producerer følgende udtryk.

$$ab^*a(ba)^*$$

Her er det indlysende at se at at det er det samme udtryk men skrevet på en anden måde, der er som udgangspunkt ikke nogen forskel mellem $a(ba)^*$ og $(ab)^*a$.

4.2 Opgave 3

4.2.1 Tegn evalueringstræ

$$\begin{array}{c}
 \frac{e_1 \frac{\rho'(\text{Weekend}) = \text{Enum}\{\text{Sat}_0, \text{Sun}_1\} \text{Sun} = \text{Sun}_i \ i = 1}{\rho \vdash 1 \Rightarrow 1}}{\rho \vdash 1 + \text{Weekend.Sun} \Rightarrow 2} \quad \frac{e_{11} \frac{\rho(r) \Rightarrow 2}{\rho \vdash r \Rightarrow 2} \quad \frac{e_3 \frac{\rho \vdash 1 \Rightarrow 1}{\rho \vdash 1 \Rightarrow 1} \quad e_1 \frac{v = 2 + 1}{v = 2 + 1}}{\rho[r \mapsto 2] \vdash r + 1 \Rightarrow 3} \\
 \frac{e_4 \frac{\rho \vdash 1 + \text{Weekend.Sun} \Rightarrow 2}{\rho \vdash 1 + \text{Weekend.Sun} \Rightarrow 2} \quad e_4}{\rho' = \rho[\text{Weekend} \rightarrow \text{Enum}\{\text{Sat}_0, \text{Sun}_1\}] \vdash \text{let } r = 1 + \text{Weekend.Sun} \text{ in } r + 1 \text{ end}} \\
 \frac{e_6 \frac{\rho' = \rho[\text{Weekend} \rightarrow \text{Enum}\{\text{Sat}_0, \text{Sun}_1\}] \vdash \text{let } r = 1 + \text{Weekend.Sun} \text{ in } r + 1 \text{ end}}{\rho' = \rho[\text{Weekend} \rightarrow \text{Enum}\{\text{Sat}_0, \text{Sun}_1\}] \vdash \text{let } r = 1 + \text{Weekend.Sun} \text{ in } r + 1 \text{ end}} \\
 \frac{e_{10} \frac{\rho' = \rho[\text{Weekend} \rightarrow \text{Enum}\{\text{Sat}_0, \text{Sun}_1\}] \vdash \text{let } r = 1 + \text{Weekend.Sun} \text{ in } r + 1 \text{ end}}{\boxed{} \vdash \text{enum Weekend} = \text{Sat} \mid \text{Sun in let } r = 1 + \text{Weekend.Sun} \text{ in } r + 1 \text{ end end} \Rightarrow 3}
 \end{array}$$

4.3 Opgave 4

4.3.1 Opgave 4.1

```
[
-----main-----
-999  old bp
3      i
-----f-----
24    ret addr PRINTI
1      old bp
3      arg
42     i
]
```

4.3.2 Opgave 4.2

1	LDARGS;	Load args	
2	CALL (0, "main");	Call Main with 0 args	
3	STOP;	Return from Main and end program	
4	Label "main";	Label for Main	[-999]
5	INCSP 1;	Increase stackpointer(sp) with 1 sp = 1	[-999 0]
6	GETBP;	Get base pointer bp = 1	[-999 0 1]
7	CSTI 3;	Put 3 on the stack	[-999 0 1 3]
8	STI;	Store indirect	[-999 3 3]
9	INCSP -1;	Decrease sp with 1	[-999 3]
10	GETBP;	Get bp = 1	[-999 3 1]
11	LDI;	Load indirect	[-999 3 3]
12	CALL (1, "f");	Call function f with 1 argument	[-999 3 13 1 3]
13	PRINTI;	Print integer on top of stack	[-999 3 45]
14	RET 1;	Return and remove vals	[]
15	Label "f";	Label for function f	
16	INCSP 1;	Increase sp with 1 sp = 5	[-999 3 13 1 3 0]
17	GETBP;	Get bp = 4	[-999 3 13 1 3 0 5]
18	CSTI 1;	Push 1 on the stack	[-999 3 13 1 3 0 5 1]
19	ADD;	Add 1 and 4	[-999 3 13 1 3 0 6]
20	CSTI 42;	Push 42 on the stack	[-999 3 13 1 3 0 6 42]
21	STI;	Store indirect	[-999 3 13 1 3 42 42]
22	INCSP -1;	Decrease sp by 1 sp = 5	[-999 3 13 1 3 42]
23	GETBP;	Get bp = 4	[-999 3 13 1 3 42 4]
24	LDI;	Load indirect, gets argument n	[-999 3 13 1 3 42 3]
25	GETBP;	Get bp = 4	[-999 3 13 1 3 42 3 4]
26	CSTI 1;	Push 1 on the stack	[-999 3 13 1 3 42 3 4 1]
27	ADD;	Add 4 and 1	[-999 3 13 1 3 42 3 5]
28	LDI;	Load indirect, gets i	[-999 3 13 1 3 42 3 42]
29	ADD;	Add 42 and 3	[-999 3 13 1 3 42 45]
30	RET 2	Return to instruction 13 and remove args	[-999 3 45]

5 2016

5.1 Opgave 1

Betragt dette regulære udtryk over alfabetet $\{k, l, v, h, s\}$:

$$k(l|v|h|) + s$$

Ved antagelse, at

k svarer til	<i>kør</i>
l svarer til	<i>ligeud</i>
v svarer til	<i>venstre</i>
h svarer til	<i>højre</i>
s svarer til	<i>slut</i>

så beskriver det regulære udtryk strenge, der symboliserer køreture, eksempelvis turen fra hjem til ITU.

5.1.1 Giv nogle eksempler på strenge der genkendes af det regulære udtryk samt en uformel beskrivelse

Nogle eksempler på strenge der genkendes af det regulære udtryk er.

- kls
- klllllllls
- klvhs
- khhhhs

Sproget beskriver en mængde handlinger man skal tage på en køretur, man kan enten køre ligeud til venstre eller højre, der er følgende krav til en streng.

- Man skal starte med k og slutte med s
- Mellem k og s skal man *mindst* een gang enten dreje eller køre ligeud.

5.1.2 Lav udtrykket om til en NFA

Vi kan starte med at dele udtrykket op i mindre dele og repræsentere dem via en graf visning.

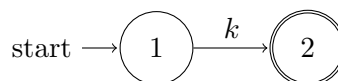


Figure 10: k

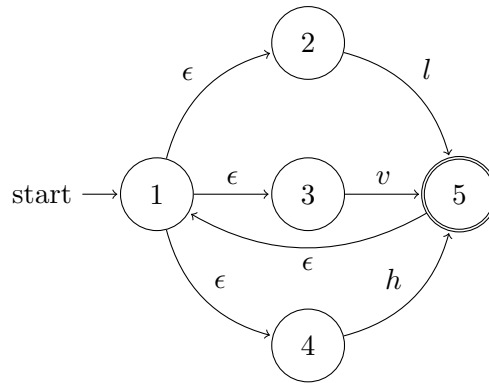


Figure 11: $(l|v|h)^+$

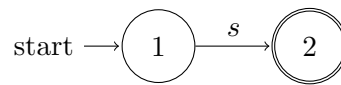


Figure 12: s

Hvis vi sætter figure ?? ?? ?? sammen så får vi følgende graf.

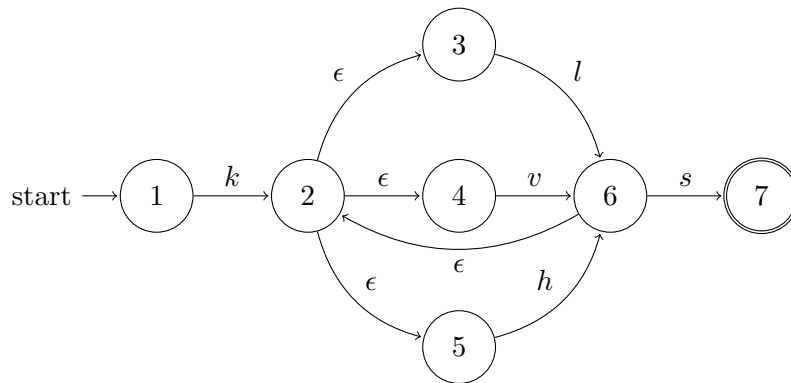


Figure 13: The labeled NFA, representing $k(l|v|h)^+ + s$

5.1.3 Lav udtrykket om til en DFA

For at konstruerer en DFA fra NFA'en skal vi inddele automaten i subsæt og se hvilke sæt referer til andre sæt. Nu kan vi konstruerer DFA'en. Grunden til at automaten er deterministisk er at

	k	l	v	h	s	NFA state
S_1	$\{2\}^{S_2}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{1\}$
S_2	$\{\}$	$\{6\}^{S_3}$	$\{6\}^{S_3}$	$\{6\}^{S_3}$	$\{\}$	$\{2,3,4,5\}$
S_3	$\{\}$	$\{\}^{S_3}$	$\{\}^{S_3}$	$\{\}^{S_3}$	$\{7\}^{S_4}$	$\{6\}$
S_4	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{7\}$

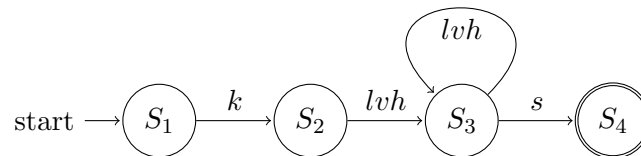


Figure 14: The labeled DFA, representing $k(l|v|h|) + s$

der ikke går to ens kanter fra een knude til to forskellige, der eksisterer heller ikke epsilon kanter i automaten angivet i figur ??.

5.1.4 Wtf

$$(l + (vl) * (hl)*)|(l * (vl) + (hl)*)|(l * (vl) * (hl) +)$$

5.2 Opgave 2

5.2.1 Udvid typen expr

```

type expr =
  ...
  | Ref of expr
  | Deref of expr
  | UpdRef of expr * expr

```

5.2.2 Udvid typen value

```

type value =
  | Int of int
  | Closure of string * string * expr * value env
  | RefVal of value ref

```


5.2.3 Udvid eval i higherfun

Jeg har lavet følgende udvidelse til eval

```
let rec eval (e : expr) (env : value env) : value =
  match e with
  |> ...
  | Ref e ->
    eval e env |> ref |> RefVal
  | Deref e ->
    match eval e env with
    | RefVal v -> v.Value
    | _ -> failwith "You can only dereference reference types"
  | UpdRef(e1, e2) ->
    match eval e1 env with
    | RefVal v ->
      let other = eval e2 env
      v.Value <- other
      other
    | _ -> failwith "You you tried to update a non reference type"
```

beskrivelsen af koden følger:

- Ref - Vi evaluerer først udtrykket så vi får en værdi som vi kan putte ind i vores ref celle herefter putter vi den ind i en ref celle så vi ikke længere passerer selve værdien rundt men ene reference til den og til sidst pakker vi den i vore "RefVal" type.
- Deref - Da vi kun kan hente værdien fra en reference værdi skal vi tjekke om den rent faktisk har den rigtige type, hvis den har det returnere vi værdien, ellers fejler vi.
- Updref - Samme som "Deref" da vi teknisk set skal "dereference" den så vi kan få værdien, forskellen er at vi herefter opdaterer værdien inde i ref cellen, samt returnerer den nye værdi.

```
let exam2_1 =
  Let("x", Ref(CstI 2),
    Let("y", Var "x",
      Let("z", UpdRef(Var "y", CstI 42),
        Deref(Var "x")
      )
    )
  )
```

Figure 15: Eksempel 1

```
let exam2_2 =
  Let("x", Ref(CstB true),
    Deref(Var "x")
  )
```

Figure 16: Eksempel 2

```

let exam2_3 =
  Let("x", Ref(CstI 10),
    Let("y", Ref(CstI 32),
      Letfun("loop", "i",
        If(
          Prim("=", Deref(Var "x"), CstI 0),
          Deref(Var "y"),
          Let("z",
            UpdRef(Var "y",
              Prim("+",
                Deref(Var "y"),
                CstI 1)
            ),
            Call(Var "loop", UpdRef(Var "x", Prim("-", Deref(Var "x"), CstI 1)))
          ),
          ),
        Call(Var "loop", Deref(Var "x"))
      )
    )
  )
)

```

Figure 17: Eksempel 3

```

let exam2_4 =
  Let("x", Ref(CstI 1),
    Let("y", Ref(CstI 1),
      UpdRef(Var "x", Prim("+", Deref(Var "x"), Deref(Var "y"))))
    )
  )
)

```

Figure 18: Eksempel 4

5.2.4 Udvid lexer og parser

```

{
  let keyword s =
    match s with
    ...
    | "ref" -> REF
    ...
}

rule Token = parse
  ...
  | ":@" { UPD }
  | '!' { Deref }
  ...

```

Figure 19: Funlex opdateringer

```

%token REF UPD Deref
%left REF          // lowest precedence
%left ELSE
%left EQ NE UPD
%left GT LT GE LE
%left PLUS MINUS
%left TIMES DIV MOD
%nonassoc NOT Deref // highest precedence

Expr :
    ...
    | Deref Expr      { Deref($2)      }
    | REF Expr        { Ref($2)        }
    | Expr UPD Expr   { UpdRef($1, $3) }
;

```

Figure 20: Funpar opdateringer

I lexeren “FunLex” bliver der tilføjet 3 nye tokens, hhv. REF, UPD samt Deref. I parseren “FunPar” bliver de definerede tokens tilføjet samt vurderet præcedens mæssigt. Her har jeg valgt at give REF den laveste præcedens da vi skal kunne definere en værdi med et hvert slags udtryk. Jeg vurderer at Deref skal have højeste præcedens da man typisk binder den direkte til en variabel, og til sidst har jeg valgt at UPD skal have samme præcedens som EQ.

5.2.5 Omskriv eksemplerne

```

let x = ref 2 in
  let y = x in
    let z = y := 42 in
      !x
    end
  end
end

```

Figure 21: Implementation af figur ??

```

let x = ref 2 in
  (x := 3) + !x
end

```

Figure 22: Implementation af figur ??

```
let x = ref 10 in
  let y = ref 32 in
    let loop i =
      if !x = 0 then !y
      else
        let z = y := !y+1 in
        loop (x:=!x-1)
      end
    in loop (!x)
  end
end
end
```

Figure 23: Implementation af figur ??

```
let x = ref 1 in
  let y = ref 1 in
    x := !x+!y
  end
end
```

Figure 24: Implementation af figur ??

5.2.6 Lav typeinferens for udtryk

$$\begin{array}{c}
 \text{ref} \frac{\rho \vdash 2 : \text{int}}{\rho \vdash \text{ref } 2 : \text{int ref}} \quad \frac{\begin{array}{c} t_3 \frac{\rho(x) = \text{int ref}}{\rho \vdash x : \text{int ref}} \quad \frac{}{\rho \vdash 3 : \text{int}} t_1 \quad \frac{\rho(x) = \text{int ref}}{\rho \vdash x : \text{int ref}} t_3 \\ (\text{:=}) \frac{}{\rho \vdash x := 3 : \text{int}} \quad \frac{}{\rho \vdash !x : \text{int}} (!) \end{array}}{\rho[x \mapsto \text{int ref}] \vdash (x := 3) + !x : \text{int}} t_4 \\
 t_6 \frac{}{\rho \vdash \text{let } x = \text{ref } 2 \text{ in } (x := 3) + !x \text{ end} : \text{int}}
 \end{array}$$

Figure 25: Typeinferens af udtrykket `let x = ref 2 in (x := 3) + !x end`

5.3 Opgave 3