

Abbildung 1: Die ersten 3 Chiffrierrunden $(m_0, m_1) \xrightarrow{K_1} \dots \xrightarrow{K_3} (m_3, m_4)$

Entschlüsselung eines Geheimtextes c

$$c \xrightarrow{IP} (m_{17}, m_{16}) \xrightarrow{K_{16}} (m_{16}, m_{15}) \xrightarrow{K_{15}} \dots \xrightarrow{K_9} (m_9, m_8) \rightarrow \dots \xrightarrow{K_1} (m_1, m_0) \xrightarrow{Flip} (m_0, m_1) \xrightarrow{IP^{-1}} p$$

Der Dechiffrier-Prozess verläuft logisch in gleicher Weise wie der Chiffrier-Prozess. Er startet mit Eingabe $c = IP^{-1}(m_{17}, m_{16})$, verwendet jedoch die Rundschlüssel in umgekehrter Reihenfolge $(K_{16}, K_{15}, \dots, K_2, K_1)$, wohingegen die Chiffrier-Reihenfolge $(K_1, K_2, \dots, K_{15}, K_{16})$ ist.

(2) Erzeugung der Rundschlüssel $(K_i)_{i=1,\dots,16}$ aus einem Schlüssel k

	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
K ₁	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
K ₂	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
K ₃	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
K ₄	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0

Abbildung 2: Farbmuster der Rundschlüssel K_1, \dots, K_4 , erzeugt aus $k(9)$.

Jeder Satz $(K_i)_{i=1,\dots,16}$ von Rundschlüsseln wird aus einem Schlüssel $k := (k_i)_{i=1,\dots,64}$ erzeugt und generiert Rundenchiffre mit $m_{i+1} = m_{i-1} \oplus f(m_i, K_i)$.

Wir beschreiben die Erzeugung der $(K_i)_{i=1,\dots,16}$ unter Verwendung von $PC_1 : \{0, 1\}^{64} \rightarrow \{0, 1\}^{28} \times \{0, 1\}^{28}$, $PC_2 : \{0, 1\}^{28} \times \{0, 1\}^{28} \rightarrow \{0, 1\}^{48}$ und $(v_1, \dots, v_{16}) \in \{1, 2\}^{16}$ (komplette Definitionen finden sich in der Literatur).

Darüberhinaus erläutern wir die Rolle der $(C_i, D_i)_{i=0,\dots,16}$, die bei der Erzeugung der Rundschlüssel lediglich Zwischenprodukte darstellen:

- (a) Für $k \in \{0, 1\}^{64}$ sei $(C_0, D_0) := PC_1(k) := \overbrace{k_{57}k_{49} \dots k_{36}}^{C_0}, \overbrace{k_{63}k_{55} \dots k_4}^{D_0}$
- (b) Für $i = 1, \dots, 16$ sei $C_i :=$ zyklische Linksverschiebung von C_{i-1} um v_i Stellen. Analoges gilt für die Erzeugung der (D_i) .

Weil $v_1 + \dots + v_{16} = 28$, erzeugen 16 Linksverschiebungen wieder C_0 (bzw. D_0). Wegen $K_i := PC_2(C_i, D_i)$ selektiert PC_2 spezielle Positionen aus (C_i, D_i) , um K_i zu erzeugen.

Auf Seite 3 sehen wir unter (3), dass jeder Anti-/Fixunkt einem von acht speziellen Schlüsseln zugeordnet werden kann, die als *schwache Schlüssel* $:= \{k(0), k(5), k(10), k(15)\}$ oder als *semi-schwache Schlüssel* $:= \{k(3), k(6), k(9), k(12)\}$ Eingang in die Literatur fanden. Vermöge dieser Zuordnung spielen *semi-/schwache Schlüssel* eine spezielle Rolle unter den Schlüsseln. Die aus ihnen erzeugten Rundschlüssel sowie deren redundante Informationen werden deshalb im Panel "Rundschlüssel K_i " über ein blau-gelbes Farbmuster visualisiert (vgl. Abb. 2). Für alle anderen Schlüssel spielen die Farbmuster keine Rolle, wohl aber deren Bit-Werte.

Abb. 2 zeigt die farbige Matrix M mit Rundschlüssel K_i in Reihe i .

Die Bedeutung der Farbmuster: Innerhalb M spezifizieren wir die 12 Blockmatrizen $[(1, 4k + 1), (16, 4k + 4)]_{k=0,1,\dots,11}$. Für jeden dieser Blöcke gilt (bei Zugrundelegung von *semi-/schwachen Schlüsseln*), dass Vierertupel mit derselben

Farbe identisch sind.

Beispiel: Chiffriere in "Key/Plaintext" die Eingabe $(k(9), p)$ mit beliebigem Klartext p , und beobachte das Panel "Rundenschlüssel K_i ". Die dortige 1. Blockmatrix $[(1, 1), (16, 4)]$ zeigt $(0, 1, 1, 0)$ in blau und $(1, 0, 0, 1)$ in gelb. Dagegen zeigt die 3. Blockmatrix $[(1, 9), (16, 13)]$ das Tupel $(1, 0, 1, 0)$ in blau und $(0, 1, 1, 0)$ in gelb.

(3) Berechnung von Fixpunkten und Anti-Fixpunkten

Die Behandlung der Anti-/Fixpunkte komplettiert die Diskussion des DES. Das Applet berechnet alle bis heute (Dez. 2011) bekannten Anti-/Fixpunkte. Die *schwachen* (bzw. *semi-schwachen*) *Schlüssel* sind zudem die Lösungen der Probleme $DES(k, \cdot) = [DES(k, \cdot)]^{-1}$ (bzw. $DES(k, \cdot) = [DES(k', \cdot)]^{-1}$).

Fixpunkte

Ein Fixpunkt p bzgl. einem Schlüssel k ist definiert durch $DES(k, p) = p$. Bis heute weiß man nicht genau, wie viele Fixpunkte es gibt (bzgl. einem Schlüssel k). Allerdings weiß man, dass es 2^{32} Fixpunkte bzgl. jedem der vier *schwachen Schlüssel* $k(5j)_{j=0,\dots,3}$ gibt. Um die Gründe hierfür zu verstehen, werfen wir einen Blick auf den Chiffrierprozess mit seinen Rundenchiffraten.

$$p \xrightarrow{IP} (m_0, m_1) \xrightarrow{K_1} (m_1, m_2) \xrightarrow{K_2} \dots \xrightarrow{K_8} (m_8, m_9) \rightarrow \dots \xrightarrow{K_{16}} (m_{16}, m_{17}) \xrightarrow{Flip} (m_{17}, m_{16}) \xrightarrow{IP^{-1}} c$$

Wendet man die sequenzerzeugende Gleichungen $m_{i+1} = m_{i-1} \oplus f(m_i, K_i)$, $i = 1, \dots, 16$ auf einen Fixpunkt (p, k) an, so muss u.a. gelten: $p = c$ und $(m_0, m_1) = (m_{17}, m_{16})$ und $m_{15} = m_{17} \oplus f(m_{16}, K_{16}) = m_0 \oplus f(m_1, K_{16})$. Falls also $K_{16} = K_1$, so folgt $m_{15} = m_0 \oplus f(m_1, K_1) = m_2$. Durchführung des nächsten Schrittes liefert $m_{14} = m_{16} \oplus f(m_{15}, K_{15}) = m_1 \oplus f(m_2, K_{15})$. Annahme der ähnlichen Relation $K_{15} = K_2$ induziert $m_{14} = m_1 \oplus f(m_2, K_2) = m_3$. Wiederholte Anwendung der Annahme $K_{17-i} = K_i$ for $i = 1, \dots, 16$ liefert schließlich die Symmetrie $m_{17-k} = m_k$ for $k = 0, 1, \dots, 17$. Speziell gilt damit $m_8 = m_9$.

m[4]	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	22	
m[5]	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	11	
m[6]	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	16	
m[7]	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	14	
m[8]	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19	
m[9]	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
m[10]	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	19
m[11]	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	14
m[12]	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	16
m[13]	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	11
m[14]	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	22

Abbildung 3: Symmetrie: $m_{17-i} = m_i \iff Color(row[17-i]) = Color(row[i])$

Wir erinnern uns, dass jede einzelne Runde (m_{i0-1}, m_{i0}) alle (m_i) generiert. Also tut dies speziell (m_8, m_9) , wobei $m_8 = m_9$ sein muss im Falle eines Fixpunktes. Wenn wir also ein $m_8 \in \{0, 1\}^{32}$ selektieren und die restlichen (m_i) über $m_9 := m_8$ sowie $m_{i+1} = m_{i-1} \oplus f(m_i, K_i)$ erzeugen, erhalten wir schließlich in c einen Fixpunkt, der die Symmetrie $m_{17-i} = m_i$ aufrechterhält.

Offensichtlich könnten wir auch mit einer anderen Runde (m_{i-1}, m_i) starten, so-

einen Schlüssel k haben, der $K_{16} = \overline{K_1}$ induziert, dann gilt $\overline{m_0} \oplus f(\overline{m_1}, \overline{K_1}) = \overline{m_0} \oplus f(m_1, K_1) = m_0 \oplus f(m_1, K_1) = \overline{m_2}$ und damit $m_{15} = \overline{m_2}$.

Man erkennt, dass die benötigten Relationen zwischen Rundenschlüsseln die Form $K_{17-i} = \overline{K_i}$ ($i = 1, \dots, 16$) haben. Diese erzeugen Rundenchiffre (m_i) mit der Eigenschaft $m_{17-k} = \overline{m_k}$ ($k = 1, \dots, 17$), speziell gilt also $m_8 = \overline{m_9}$.

Schließlich benötigen wir noch die Antwort zur Frage "Welche Schlüssel $k \in \{0, 1\}^{64}$ erzeugen Rundenschlüssel (K_i) s.d. $K_{17-i} = \overline{K_i}$?" Analog zu Fixpunkten kann man beweisen, dass diese Schlüssel $k(3), k(6), k(9), k(12)$ sind.

Die beiden sich anschließenden Behauptungen beenden die Diskussion über Fixpunkte (FP) und Anti-Fixpunkte (AFP). Beide ergeben sich aus der Beziehung $DES(\bar{k}, \bar{p}) = \overline{DES(k, p)}$ und dienen der Erzeugung neuer Anti-/Fixpunkte aus bereits bekannten.

$$(1) \quad FP(k, m_8) = \eta \iff FP(\bar{k}, \overline{m_8}) = \bar{\eta}$$

$$(2) \quad AFP(k, m_8) = \eta \iff AFP(\bar{k}, \overline{m_8}) = \bar{\eta}$$

Zusammenfassung: Die Erzeugung von Fixpunkten und Anti-Fixpunkten verläuft ähnlich, allerdings findet bei Anti-Fixpunkten zusätzlich die Operation "Komplementbildung" (bitweise Komplementierung) Verwendung. Es bestehen die Symmetrien $m_{17-i} = m_i$ für Fixpunkte sowie $m_{17-i} = \overline{m_i}$ für Anti-Fixpunkte. Bis heute kennt man Anti-/Fixpunkte nur bzgl. den *semi-/schwachen Schlüsseln*. Jeder dieser acht Schlüssel sollte wegen der von ihnen hervorgerufenen Beziehung zwischen Klartext und Geheimtext vermieden werden.

(4) Der interne Avalanche Effekt bzgl. Eingabedifferenzen Δp

[illegible]

Abbildung 5: Zelle $(i, j) = \text{GELB} \iff$ In Runde i erhält S-Box j die gleichen Eingaben

Wir verschlüsseln zwei Klartexte $p, p + \Delta p$ mit einem Schlüssel k und erhalten $DES(k, p)$ und $DES(k, p + \Delta p)$. Da S-Boxen (aufgrund ihrer Nicht-Linearität) das Herz des DES darstellen, ist eine naheliegende Frage (speziell für $\Delta p = e_i := i$ -ter Einheitsvektor oder $\Delta p = e_i + e_j$): "Welche S-Boxen erhalten verschiedene Eingaben, wenn man parallel (k, p) und $(k, p + \Delta p)$ verschlüsselt?". Die Antwort hierzu wird pro Runde und pro S-Box durch eine gelb-rot gefärbte Matrix (Abb. 5) gegeben. Deren Farben bedeuten:

- Zelle (i, j) ist ROT \iff In Runde i , S-Box j erhält verschiedene Eingaben
- Zelle (i, j) ist GELB \iff In Runde i , S-Box j erhält gleiche Eingaben

Da die Eingaben, welche die Farbgebung definieren, nicht unmittelbar offensichtlich sind, erläutern wir deren Bestimmung unter Verwendung von Abb. 6, 7, die dadurch letztendlich auf die Zeilen im Panel " $m_0 - m_{17}$ " verweisen.

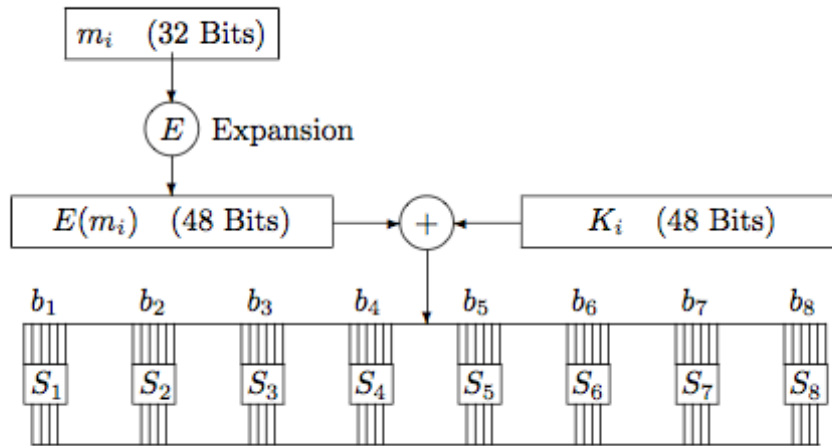


Abbildung 6: Eingabe $E(m_i) \oplus K_i$ für alle acht S-Boxen

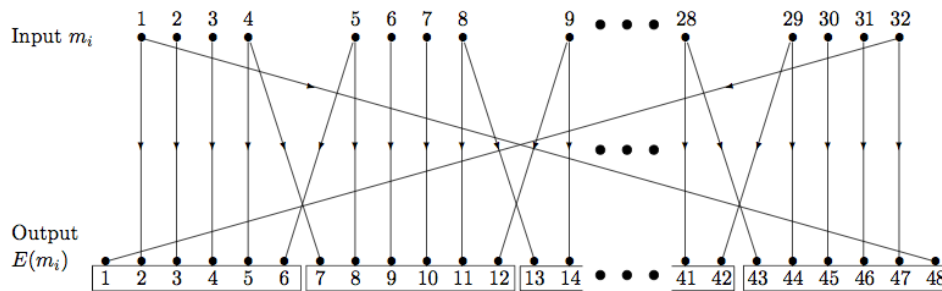
Abb. 6: Wir sehen, dass (in Runde i) die acht S-Boxen als Eingaben $E(m_i) \oplus K_i$ und $E(m'_i) \oplus K_i$ erhalten. Da hierbei K redundant ist, liefert es keinen Beitrag zur Eingabe-Differenz und kann vernachlässigt werden. Deshalb arbeiten wir nur mit $E(m_i), E(m'_i)$. Und da die Panels im Applet lediglich die m_i , aber nicht die benötigten $E(m_i)$ zeigen, ist unser Problem: "Wie können wir $E(m_i)$ aus m_i bestimmen?" Die Antwort hierzu kann in Abb. 7 abgelesen werden, die die Eigenschaften der Expansionsfunktion E visualisiert.

Abb. 7: Offensichtlich erhält S-Box j von $E(m_j)$ Eingabebits von den Bit-Positionen $6(j-1)+1, 6(j-1)+1, \dots, 6j$ (in Abb. 7 die eingerahmten 6 Zahlen der niedrigsten Zeile). Diese stammen von m_i 's Bit-Positionen $4(j-1) \pmod{32}, 4(j-1)+1 \pmod{32}, \dots, 4j \pmod{32}, 4j+1 \pmod{32}$ (mit $\mathbb{Z}/32\mathbb{Z} := \{\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \dots, \bar{32}\}$, dadurch werden z.B. die Bit-Positionen 0, 33 durch die Zahlen 32, 1 repräsentiert).

Beispiele:

- In Runde i , S-Box 1 erhält Eingaben von m_i 's Bit-Positionen 32, 1, 2, 3, 4, 5.
- In Runde i , S-Box 2 erhält Eingaben von m_i 's Bit-Positionen 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- In Runde i , S-Box 8 erhält Eingaben von m_i 's Bit-Positionen 28, 29, 30, 31, 32, 1.

Um also in Abb. 5 die Farbe für die Zelle (i, j) zu bestimmen, müssen wir nacheinander (k, p) und $(k, p + \Delta p)$ ins Panel "Key/Plaintext" kopieren und dann dort verschlüsseln. Danach vergleichen wir im Panel " $m_1 - m_{17}$ " die jeweiligen Strings auf m_i 's Bit-Positionen $4(j-1) \pmod{32}, 4(j-1)+1 \pmod{32}, \dots, 4j \pmod{32}, 4j+1 \pmod{32}$.

Abbildung 7: Die Wirkung der Expansionsfunktion E

Tests zeigten, dass die Farbmuster "fast unabhängig" von (k, p) und also mehr oder weniger nur abhängig von Δp waren. Genauer gesagt bedeutet dies, dass die meisten Farben invariant unter Eingaben (k, p) waren solange nur $\Delta p \equiv \text{const.}$. Nur wenige Zellen waren abhängig von (k, p) . Mehrfaches Verschlüsseln mit randomisierten Eingaben (k, p) und konstantem Δp zeigt, wie sich Farbmuster minimal bei jedem Versuch ändern. Da das Gesamt-Farbmuster darlegt wie sich Eingabedifferenzen über den gesamten Chiffrierprozess ausbreiten, kann es als Maß für die Avalanche-Fähigkeiten des DES verwendet werden.

Grob kann man also sagen, dass sich – aufgrund der (vier) Überkreuz-Ausbreitungen in der Expansionsfunktion E (vgl. Abb. 7) – mit Beginn der vierten Runde selbst geringe Eingabedifferenzen (i.e. $\text{dist}(\Delta p, 0) \leq 2$) über alle S-Boxen ausbreiten und vom DES dann völlig unterschiedliche Chiffre erzeugt werden.

(5) Literatur für ein vertiefendes Verständnis der DES-Eigenschaften

- [Ba09] W. Baltes: *Charakteristika des DES und deren programmiertechnische Visualisierung*, Masterarbeit in Computer Science bei Prof. Dr. Jörg Keller, Fern-Universität in Hagen (GER), Februar 2009
- [Bi88] E. Biham and A. Shamir: *Differential Cryptanalysis of DES-like Cryptosystems*, (Extended Abstract), 1988, Springer, pp. 2-21, Advances in Cryptology: Proceedings of CRYPTO '88, Springer, 1990, pp. 450-468
- [Bi91] E. Biham and A. Shamir: *Differential Cryptanalysis of DES-like Cryptosystems*, CRYPTO '90 & Journal of Cryptology, Vol. 4, No. 1, pp. 3-72, 1991
- [Bi92] E. Biham and A. Shamir: *Differential Cryptanalysis of the Full 16-Round DES*, Advances in Cryptology: Proceedings of CRYPTO '92, Springer, 1993, pp. 487-496
- [Bu04] Johannes Buchmann, *Einführung in die Kryptographie*, Springer, 2004, ISBN 3-540-40508-9
- [Br86] E.F. Brickell, J.H. Moore, and M.R. Purtill, *Structure in the S-Boxes of the DES*, Advances in Cryptology: Proceedings of CRYPTO '86, Springer, 1987, pp. 3-8

- [Co94] D. Coppersmith, *The Data Encryption Standard (DES) and its strength against attacks*, IBM J. Res. Develop., Vol. 38, No. 3, May 1994, pp. 243-250
- [Da82] Donald W. Davies, *Some Regular Properties of the DES Algorithm*, Advances in Cryptology: Proceedings of Crypto '82, Plenum Press, 1983, pp. 89-96
- [Ko82] Matthias König, Elmar Meyer zu Bexten, *DES Data Encryption Standard*, 14. August 1996, <http://www.uni-paderborn.de/fachbereich/AG/agmadh/.../bexten.ps.gz>
- [Ln00] Susan Landau, *Standing the Test of Time: The Data Encryption Standard*, Notices of the AMS, March 2000, pp. 341-349
- [Mo86] J.H. Moore and G.J. Simmons, *Cycle Structure of the DES for Keys Having Palindromic (or Antipalindromic) Sequences of Round Keys*, Proceedings of Eurocrypt '86, Linköping, Sweden, May 20-22, 1986
- [Mo87] J.H. Moore and G.J. Simmons, *Cycle Structure of the DES with Weak and Semi-Weak Keys*, Advances in Cryptology: Proceedings of CRYPTO '86 s, Springer, 1987, pp. 9-32