

## Modelagem e Simulação

Prof. Luís César da Silva

Email: [silvalc@cca.ufes.br](mailto:silvalc@cca.ufes.br) - Website: [www.agais.com](http://www.agais.com)

Segundo LAW e KELTON (1991), os estudos de sistemas podem ser realizados sob as diferentes formas de abordagem, conforme representado na Figura 1.

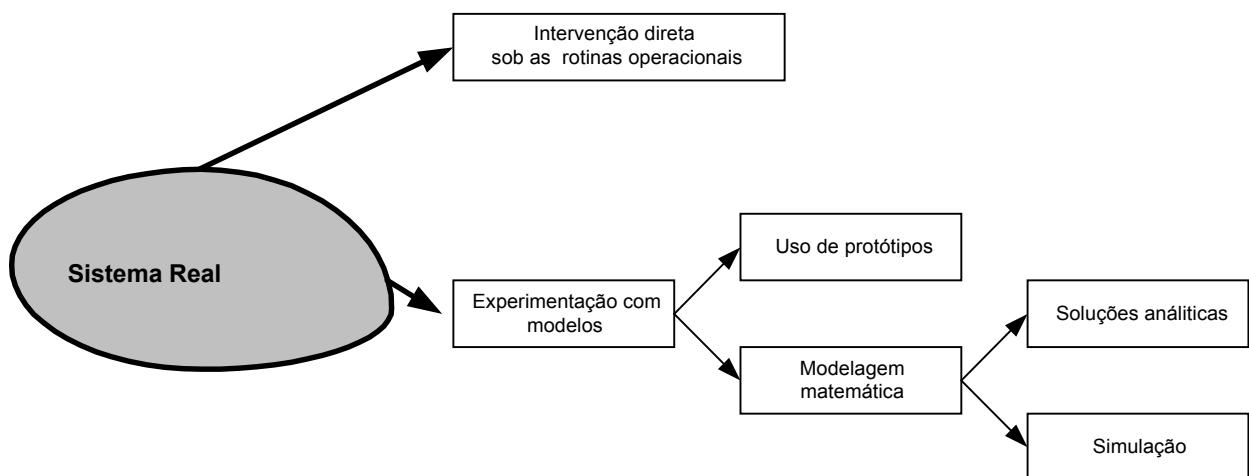


Figura 1 – Formas de estudo de um sistema (LAW e KELTON, 1991).

A intervenção direta sob as rotinas do sistema consiste em implementar e/ou alterar a forma de operação do sistema com o objetivo alcançar uma situação ideal. Este tipo de procedimento requer experiência do profissional de tal forma que as tomadas de decisões não impactem negativamente a performance do sistema.

A experimentação com modelos implica na criação de um modelo que a depender da aplicação deve representar e/ou demonstrar a forma de funcionamento do sistema real. Segundo NEELAMKAVIL (1987) os modelos podem ser classificados em *mental*, *físico*, ou *simbólicos*. Os modelos mentais são heurísticos (baseado em questionamentos mentais) e intuitivos. E estes existem somente na mente do tomador de decisão. Geralmente, os modelos mentais são confusos, complexos e imprecisos e de difícil comunicação. Isto porque a estruturação do modelo está estreitamente vinculada a carga de conhecimento do tomador de decisão sobre o sistema em questão. Atualmente, uma das formas de tentar transcrever os modelos mentais é a estruturação de *Expert Systems*. Estes são programas de computador, formulados com base no conhecimento de um ou mais especialistas (“experts”). Quando o usuário emprega o programas, são apresentadas séries de cenários e perguntas organizados de tal forma induzir o usuário a uma tomada de decisão de acordo com os conhecimentos do especialista ou especialistas.

O modelo físico é uma descrição do sistema real por meio de uma representação análoga ou pela construção de um protótipo. A representação análoga pode ser feita, por exemplo, com o uso de circuitos RCI (resistência, capacitors e indutância). Assim por exemplo, os mecanismos da suspensão de automóveis são analogamente representados com o uso de resistências, capacitores e indutores.

No que se refere aos protótipos, estes são replicas do sistema real, que podem ser construídas em escala real ou reduzidas. Nesses casos, os estudos de avaliação do sistema real ocorrem com realização de vários testes empregando o protótipo.

Quanto aos modelos simbólicos, estes podem ser divididos em não-matemáticos e matemáticos. Os não matemáticos podem ser: (i) a descrição lingüística - exemplo: memorial descritivo de um projeto elétrico; (ii) a elaboração de um gráfico – exemplo os fluxogramas apresentados nas Figuras 2 e 3; e (iii) a representação esquemática do uso de recursos – exemplo uma planilha representando a execução de um cronograma, ou a representação do fluxo de caixa de uma empresa.

Os modelos simbólicos, também denominados modelos conceituais, tratam de uma primeira abordagem para o entendimento de um sistema real. Portanto, esses modelos, normalmente, devem ser elaborados quando da estruturação dos modelos matemáticos.

Os modelos matemáticos, Figura 1, apresentam como: (i) soluções analíticas, ou (ii) soluções numéricas. Os de soluções analíticas constituem na composição de equações matemáticas destinada a solução de uma classe específica de problemas. Exemplos: (1) um modelo de regressão linear;  $y = 2,5x - 4,5$ ; e (2) equação da física, para explicar o movimento

$$\text{uniforme variado;} \quad s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}.$$

Quanto às soluções numéricas resultam no emprego de um conjunto de equações para descrever um determinado processo, o que pode dar origem a um modelo matemático de simulação, que pode ser implementado em computadores utilizando: (i) linguagens de programação, exemplos: FORTRAN, C e PASCAL; (ii) linguagens de simulação, exemplos: SLAM, GPSS, GASP IV, ARENA, POWERSIM e EXTEND, ou (ii) pacotes específicos, exemplo: - @RISK (WINSTON, 1994).

Os modelos matemáticos para simulação são freqüentemente visualizados como sendo uma função  $f$  que produz uma saída  $y$  a partir de entradas de  $x$  e parâmetros do sistema  $p$ , Figura 4. Assim  $y = f(x, p)$ . Os fatores  $y$ ,  $x$  e  $p$  podem ser uma única variável, um vetor, ou uma matriz.

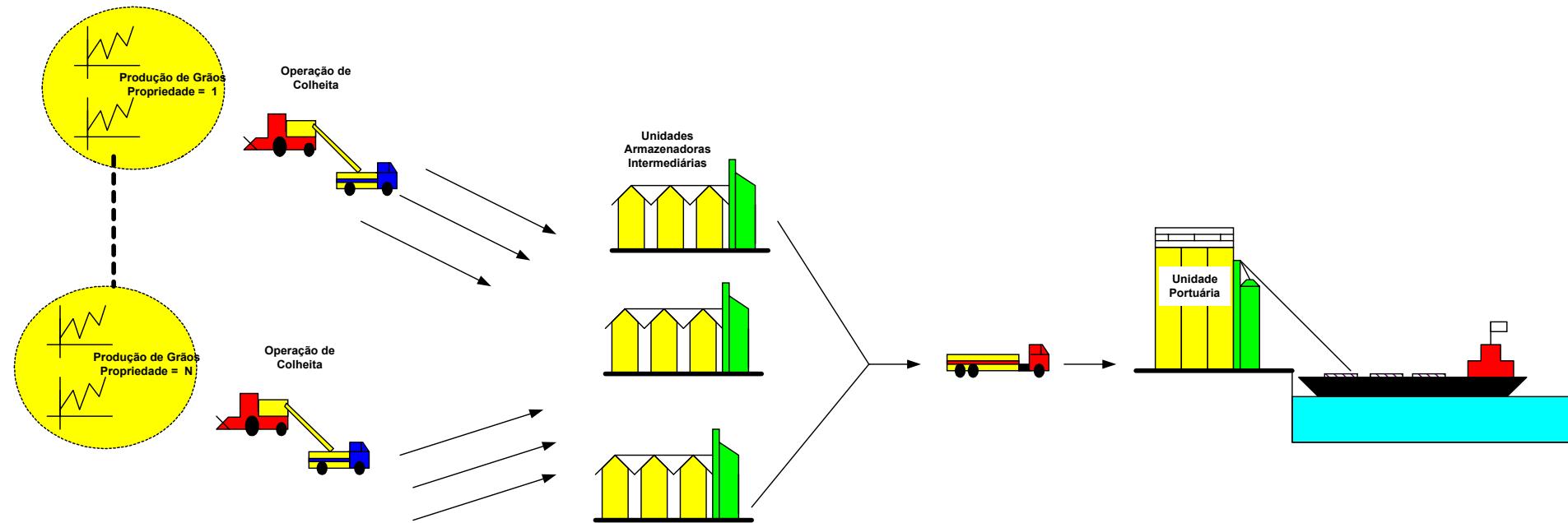


Figura 2 – Modelo conceitual da cadeia produtiva de grãos destinados a exportação.

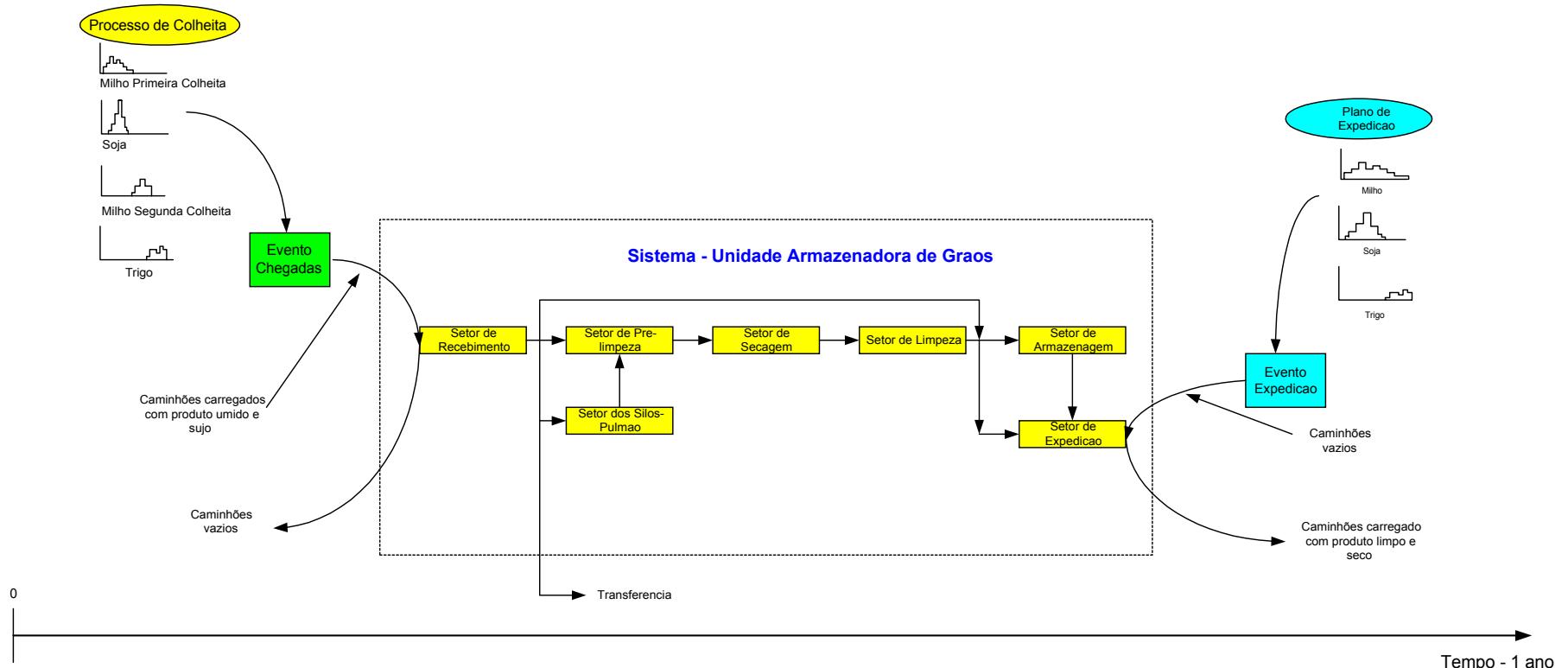


Figura 3 – Modelo conceitual do sistema unidade armazenadora de grãos.

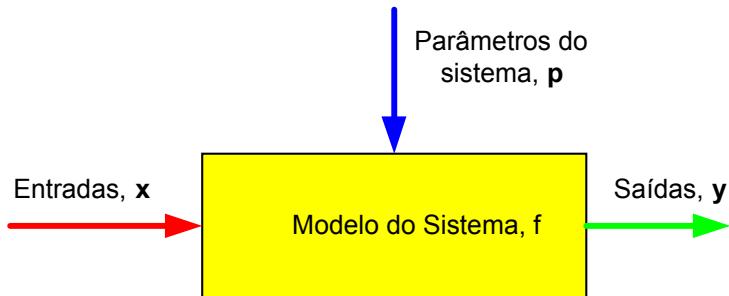


Figura 4 – Visualização de modelos de simulação,  $y = f(x, p)$  (MENNEN, 1995).

Academicamente, modelos matemáticos de simulação podem ser classificados em (LAW e KELTON, 1991; SILVA, 2002):

- **Modelos estáticos ou dinâmicos** - São estáticos aqueles que possibilitam a descrição do estado do sistema somente para dado momento. Desde modo, geralmente estes modelos não envolvem a variável tempo. Enquanto que os modelos dinâmicos são formulados para representar o estado do sistema em função do avanço da variável tempo.
- **Modelos estocásticos ou determinísticos** – Apresentam-se como modelos estocásticos àqueles que possuem pelo menos uma variável de entrada ou parâmetro do sistema tipificado como variável aleatória, enquanto que nos modelos determinísticos não se utilizam variáveis aleatórias.
- **Modelos discretos ou contínuos** - Para os modelos contínuos o avanço de tempo é procedido de forma continua em incrementos de tempo com valores iguais. Exemplo, caso seja desenvolvido um modelo para simular o vôo de uma aeronave em que o objetivo é reportar a cada segundo os valores das variáveis que descrevem o estado do sistema, tipo: latitude, longitude, altitude, e nível atual de combustível. Para os modelos discretos o avanço da variável tempo é procedido quando da ocorrência de um evento. Por exemplo, no caso da modelagem de uma fila única em uma agência bancária, podem ser considerados três eventos: chegada dos clientes, atendimento e saída do cliente. Para este caso, o avanço da variável tempo ocorre conforme apresentado na Tabela 1.

### Estruturação de modelos de simulação

Geralmente os modelos matemáticos de simulação levam em consideração: (i) as características dos elementos do sistema; (ii) as variáveis de entrada; (iii) as medidas de performance do sistema; e (iv) a relação funcional dos elementos dos sistemas e do sistema

com o meio externo. Normalmente, as linguagens e pacotes de simulação permitem levar em conta os parâmetros. Sendo assim, conforme a Figura 5, o desenvolvimento de um modelo segue os seguintes passos (MENNER, 1995; MARIA, 1997; RIVERA 1997):

Tabela 1 – Demonstração do avanço da variável tempo em um modelo discreto que representa uma fila única em um banco.

Valor da Variável Tempo (h)	Eventos	Variáveis para Descrever o Estado do Sistema		
		Nº de clientes:		
		atendidos	na fila	em atendimento
9:00:00	Abertura da agência	0	0	0
9:01:00	Chegada Cliente 1	0	1	0
9:01:15	Em Atendimento Cliente 1	0	0	1
9:03:00	Chegada Cliente 2	0	1	1
9:03:15	Chegada Cliente 3	0	2	1
9:05:00	Chegada Cliente 4	0	3	1
9:06:00	Chegada Cliente 5	0	4	1
9:07:00	Saída do Cliente 1	1	4	0
9:07:08	Em Atendimento Cliente 2	1	3	1
9:12:00	Saída do Cliente 2	2	3	0
9:12:09	Em Atendimento Cliente 3	2	2	1
9:13:00	Saída do Cliente 3	3	2	0
9:13:00	Saída do Cliente 4	4	1	0
9:13:30	Em Atendimento Cliente 5	4	0	1
9:18:30	Saída do Cliente 5	5	0	0

1. Reconhecer do problema - significa identificar todos os fatos e aspectos que é pretendido estudar para que estes sejam considerados na formulação do modelo;
2. Formular o problema – implica em: (i) selecionar os elementos do sistema global de interesse no estudo a ser realizado, (ii) fixar a fronteira do novo sistema o qual engloba os elementos selecionados, (iii) definir os objetivos do estudo, (iv) selecionar o conjunto de parâmetros de medida de performance do sistema, (v) estabelecer o horizonte de tempo, e (vi) identificar os anseios do usuário final;
3. Obter e analisar dados do sistema – isto implica que valores das variáveis de entrada, parâmetros do sistema e medidas de performance devem ser levantados. Por meio da análise estatística, os dados serão caracterizados. E no caso de variáveis aleatórias poderá ser definido tipos de distribuições mais apropriadas para descrever-las;
4. Formular e desenvolver o modelo – nesta fase deverá ser formulado o modelo conceitual por meio de representação gráfica – exemplo fluxogramas; e em sequência o modelo conceitual deverá ser traduzido em relações lógicas e matemáticas para que este venha tomar a forma de modelo computacional (programa de computador).

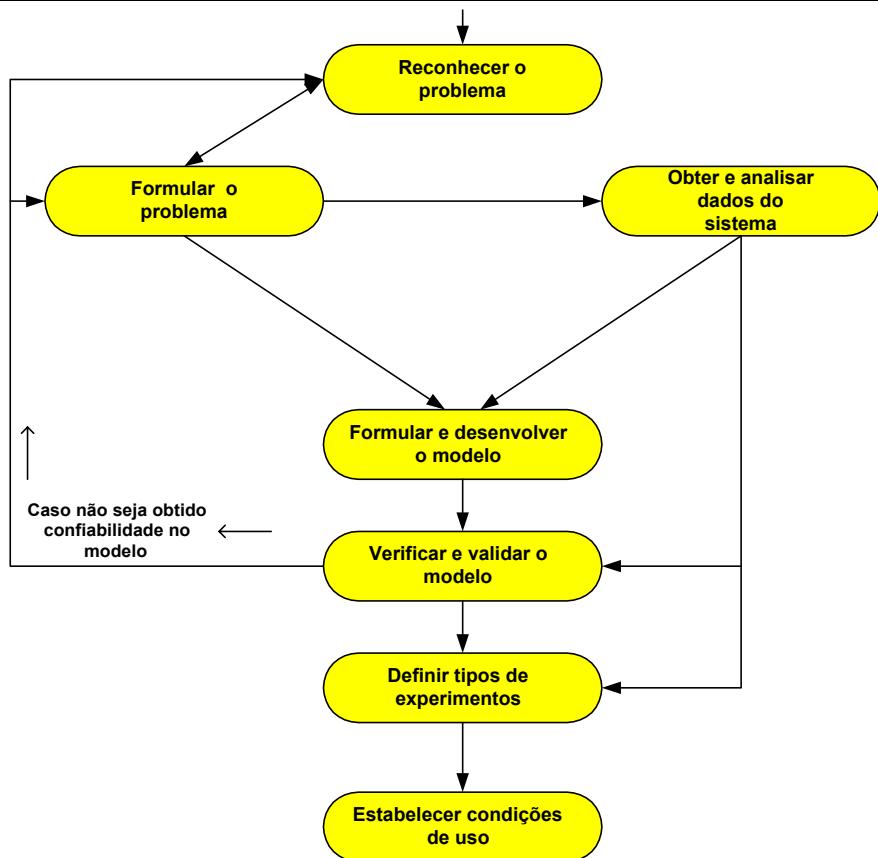


Figura 5 - Processo de implementação de modelos de simulação

5. Verificar e validar o modelo – verificar significa certificar se as rotinas computacionais implementadas geram os valores esperados. Validação consiste na comparação dos dados gerados pelo modelo com os obtidos do sistema real. Para tanto, devem ser utilizados procedimentos estatísticos;
6. Documentar o modelo – durante o desenvolvimento do modelo o programador deve elaborar relatórios que contenha detalhes como: os objetivos, as suposições consideradas, e detalhes do desenvolvimento das rotinas computacionais. Isto facilita procedimentos futuros, quando da necessidade de readequação do modelo;
7. Definir tipos de experimentos – visa estabelecer para quais condições dos valores das variáveis de entrada e parâmetros do sistema os resultados gerados pelo modelo são confiáveis; e
8. Estabelecer as condições de uso – por meio dos experimentos realizados é definida para quais condições é aplicável o uso do modelo.

Uma vez realizados as etapas supra citadas o modelo de simulação pode ser utilizado para condução de experimentações tipo: análise de sensibilidade, comparação de cenários, otimização, ou Simulação de Monte Carlo.

A análise de sensibilidade consiste em alterar o valor de um ou mais parâmetros do modelo e certificar o impacto sobre os valores das variáveis de saída. Por exemplo, no caso uma unidade industrial poderia ser verificado o impacto sobre a performance do sistema ao ser aumentada ou reduzida a produtividade em uma dada operação unitária.

A comparação de cenários é aplicada quando os objetivos são fazer a comparação das diversas possíveis configurações. Nessa comparação é certificada a que melhor atende aos anseios do tomador de decisão.

A otimização tem por objetivo, por meio do modelo, encontrar a configuração e/ou a forma operação do sistema que traz melhor desempenho. O que pode ser dado em termos técnicos e/ou econômicos.

A simulação de Monte Carlo é aplicada a modelos do tipo estocástico. Para tanto, é necessário proceder-se a várias rodadas com o modelo e, em seguida, realizar análises estatísticas dos resultados gerados. Desse modo, para uma dada variável será possível determinar as probabilidades de ocorrência de valores, bem como, o intervalo de confiança.

## Referências

- FERNANDES, Carlos Aparecido, SILVA, Luís César da, PEREIRA, Joaquim Odilon *et al.* **Simulação da Dinâmica Operacional de Uma Linha Industrial de Abate de Suínos.** *Ciência Tecnologia de Alimentos.* [online]. Jan./Mar. 2006, vol.26, no.1 [cited 31 May 2006], p.166-170. Website: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0101-20612006000100027&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-20612006000100027&lng=en&nrm=iso)>. ISSN 0101-2061.
- KRAHL, A. The Extend Simulation Environment. In: The 2000 Winter Simulation Conference. Piscataway: NJ, IEEE, **Proceedings**. 2000. p. 280-289.
- LAW, A. M., KELTON, W. D. **Simulation modeling & analysis**, 2nd Edition, McGraw Hill, Inc: New York. 1991.
- MARIA, A. Introduction to Modeling and Simulation. In: The 1997 Winter Simulation Conference. Piscataway: NJ, IEEE, **Proceedings**. 1997. p. 7-13.
- Menner, W. A. Introduction to modeling and simulation. *Johns Hopkins APL Technical Digest* 16(1): 6:17. 1995
- Neelamkavil, F. **Computer simulation and modeling**. Great Britain: John Wiley & Sons Ltd. 1987.
- RIVERA, J. Modeling with Extend. In: The 1997 Winter Simulation Conference. Association of Computer: New York, **Proceedings**. 1997. p. 674-676
- SILVA, L C. **Stochastic simulation of the dynamic behavior of grain storage facility**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola.) Universidade Federal de Viçosa. Viçosa: MG.
- WINSTON, W. L. **Operations research - applications and algorithms**. In. International Thomson Publishing. Belmont, California. 1994. 1312p.