

TEORÍA COMBINATORIA

Adrian Hernández

Teoría Combinatoria. Sin repetición.

- Permutaciones, (Agrupaciones de n elementos en n casillas)

$$P_n = n!$$

- Variaciones, (Agrupaciones de m elementos en n casillas, existiendo diferenciación en los elementos (jerarquía))

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

- Combinaciones, (Agrupaciones de m elementos en n casillas, no existiendo diferenciación en los elementos (sin jerarquía))

$$C_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)! n!}$$

Ejemplos.

1. Se tienen 7 galones de pintura de diferentes colores. ¿Cuántos colores distintos pueden obtenerse mezclando partes iguales de 3 de esas pinturas?
2. Se dispone de 8 franjas de tela de distintos colores. ¿Cuántas banderas distintas de tres franjas horizontales se pueden hacer con ellas?
3. Se tienen 10 galones de pintura de distintos colores. ¿Cuántos colores nuevos se pueden obtener mezclando partes iguales de tres de ellas?
4. Cinco muchachos hacen una carrera de competencia. ¿De cuántas formas distintas pueden llegar a la meta (suponiendo que no hay empates)?
5. ¿Cuántos números diferentes de cuatro cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6, sin repetir ninguno?

Ejercicios.

1. En un salón de 30 alumnos se solicitan cuatros voluntarios para llevar una mesa. ¿Cuántos equipos distintos de voluntarios se podrían integrar? **Sol.: 27.405**
2. ¿De cuántas formas se pueden ordenar 7 libros en un estante? **Sol.:5.040**
3. ¿Cuántas sumas distintas de tres sumandos cada una pueden obtenerse con los números 1, 4, 8, 16, 32 y 64? **Sol.: 20**
4. Un club tiene 27 miembros. Se desea elegir entre ellos una junta compuesta por presidente, secretario, tesorero y vocal. ¿Cuántas juntas distintas pueden formarse? **Sol.: 421.200**
5. En un juego de lotería hay un poste acumulado de 200.000.000 Bsf. Una persona, para estar segura de ganárselo, decide marcar todos los posibles resultado. ¿Cuánto dinero gastará, sabiendo que para elaborar un billete hay que elegir seis números entre 42 y cada billete vale 300 Bsf.? **Sol.: 1.573.735.800**

Ejercicios.

6. Una muchacha tiene tres anillos diferentes y decide llevarlos cada día en un posición nueva. ¿Durante cuántos días podrá hacerlo sin repetir ninguna de las posiciones anteriores? (Se exceptúan los dedos pulgares y no debe colocarse más de un anillo en un mismo dedo). **Sol.: 336**
7. Con 15 alumnos ¿cuántos equipos distintos de fútbol y cuántos equipos de remo (de 11 alumnos) se pueden formar? Se supone que en el primer caso la efectividad es distinta según el puesto que ocupe cada alumno, y en el segundo caso no. **Sol.: 54.486.432.000; 1.365**
8. Si cada vez que un jugador de dominó, al tomar las 7 fichas que le corresponden, le saliera un juego distinto, ¿después de cuántos juegos le volvería a salir un juego? **Sol.: 1.184.040**
9. Un estudiante desea utilizar 4 colores diferentes para colorear un mapa. ¿De cuántas formas distintas puede hacerlo si tiene 10 colores distintos? **Sol.: 5.040**

Ejemplos.

6. ¿Cuántos números menores de 3.000 se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7? (sin repetir ninguno de ellos)
7. Con los mismos dígitos del ejemplo anterior, ¿cuántos números pares de cinco cifra se pueden formar?(sin repetir ninguno de ellos)
8. Con los mismos dígitos de los ejemplos anteriores, ¿Cuántos números mayores de 500 y menores de 40.000 pueden formarse? (sin repetir ninguno de ellos)
9. Con los mismos dígitos, ¿Cuántos números impares mayores de 500.000 pueden formarse? (sin repetir ninguno de ellos)
10. Con los mismos dígitos, ¿Cuántos números de cuatro cifras pueden formarse si las dos primeras deben ser pares y las dos últimas impares? (sin repetir ninguno de ellos)

Ejercicios

Calcular cuántos números (que satisfagan las condiciones dadas de cada ejercicio) se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, sin repetir ninguno.

- 10. Números pares de tres cifras. **Sol.: 90**
- 11. Números impares de cuatro cifras. **Sol.: 480**
- 12. Números mayores de 5.000. **Sol.: 12.960**
- 13. Números menores de 600. **Sol.: 199**
- 14. Números mayores de 4.000 y menores de 300.000. **Sol.: 4.440**
- 15. Números pares mayores de 60.000. **Sol.: 4.620**
- 16. Números impares menores de 4.000. **Sol.: 348**
- 17. Números pares. **Sol.: 5.871**
- 18. Números impares. **Sol.: 7.828**
- 19. Números de cinco cifras de las cuales las tres primeras sean impares y las dos últimas pares. **Sol.: 144**

Ejemplos.

11. ¿Cuántos números de cinco cifras pueden formarse con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0? (sin repetir ninguno de ellos)
12. Con los mismos dígitos del ejemplo anterior, ¿cuántos números impares de cuatro cifra pueden formarse?(sin repetir ninguno de ellos)
13. Con los mismos dígitos de los ejemplos anteriores, ¿Cuántos números pares mayores de 50.000 pueden formarse? (sin repetir ninguno de ellos)
14. Con los mismos dígitos, ¿Cuántos números pares mayores de 63.000 y menores de 3.420.000 pueden formarse? (sin repetir ninguno de ellos)

Ejercicios

Calcular cuántos números (que satisfagan las condiciones dadas de cada ejercicio) se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 0, sin repetir ninguno de ellos.

20. Números pares de 4 cifras. **Sol.: 750**

21. Números impares de 5 cifras. **Sol.: 2.880**

22. Números mayores de 40.000. **Sol.: 91.560**

23. Números menores de 3.000. **Sol.: 771**

24. Números mayores de 5.000 y menores de 4.000.000. **Sol.: 39.270**

25. Números mayores de 350.000. **Sol.: 81.720**

26. Números pares menores de 5.200. **Sol.: 633**

27. Números pares mayores de 4.750.000. **Sol.: 26.040**

28. Números impares menores de 34.500. **Sol.: 1.924**

29. Números de 6 cifras de las cuales las tres primeras sean pares y las tres últimas impares. **Sol.: 144**

Ejemplos.

15. En una empresa trabajan 40 empleados discriminados así: 18 hombres y 22 mujeres. Se desea formar un comité compuesto por 4 mujeres y 3 hombres. ¿De cuántas formas distintas puede formarse ese comité?
16. El abecedario de un país tiene 6 vocales y 8 consonantes. Las palabras de ese idioma tienen todas 7 letras y tienen la particularidad de que la vocales y las consonantes están siempre alternadas. ¿Cuántas palabras existen en ese idioma?
17. ¿De cuántas formas pueden repartirse 12 libros distintos entre 3 personas si a cada una le debe tocar igual número de libros?
18. Nueve personas se presentan como voluntarios para conformar una junta compuesta por Presidente, Vicepresidente, Secretario, Tesorero y Vocal. Cinco de ellos sólo se postulan si no son elegidos ni el Presidente, ni de Vicepresidente. ¿Cuántas juntas diferentes pueden formarse en esas condiciones?

Ejercicios

21. En un salón de clase hay 15 muchachos y 16 muchachas. Se desea formar una comisión compuesta por 2 muchachas y 3 muchachos. ¿Cuántas comisiones distintas podrían formarse? **Sol.: 54.600**
22. Se tienen 4 vocales y 4 consonantes. ¿Cuántas palabras distintas de 8 letras pueden formarse con ellas con la condición de que las consonantes y las vocales estén alternadas? **Sol.: 1.152**
23. Se tienen 5 vocales y 7 consonantes. ¿Cuántas palabras distintas de 8 letras pueden formarse con la condición de que las consonantes y las vocales estén alternadas? **Sol.: 201.600**
24. Se tienen 4 vocales y 4 consonantes. ¿Cuántas palabras de más de 5 letras pueden formarse con la condición de que las consonantes y las vocales estén alternadas? **Sol.: 3.456**
25. ¿Cuántos grupos diferentes se pueden formar con 9 pintores, 11 albañiles y 7 plomeros si un grupo está formado por 3 pintores, 4 albañiles y 2 plomeros? **Sol.: 582.120**

Teoría Combinatoria. Con repetición.

- Permutaciones, (n elementos entre los que hay p elementos iguales entre sí, q elementos iguales entre sí, t elementos iguales entre sí, etc.,)

$$P_r = \frac{n!}{p! q! t! \dots}$$

- Variaciones, (Agrupaciones de m elementos y estos pueden estar repetidos n veces, existiendo diferenciación en los elementos (jerarquía))

$$V_{m,n}^R = m^n$$

- Combinaciones, (Agrupaciones de m elementos en n casillas, no existiendo diferenciación en los elementos (sin jerarquía))

$$C_{m,n}^R = C_{m+n-1,n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}.$$

Permutaciones circulares

Las permutaciones circulares son las ordenaciones de n elementos dispuestos sobre una línea cerrada.

$$P_n^c = P_{n-1} = (n - 1)!$$

Ejemplos.

- 1) ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse siete personas alrededor de una mesa redonda?
- 2) ¿De cuántas formas distintas pueden colocarse 8 personas alrededor de una mesa si hay tres de ellas que no deben ocupar sitios consecutivos?

Ejemplos.

- ¿Cuántos números de cinco cifras pueden formarse con los dígitos 1,2,3,4,5,6,0? ¿Cuántos números impares de cuatro cifras pueden formarse? ¿Cuántos números pares mayores de 50.000 pueden formarse?
- ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden formar con los dígitos 1,2,3,4,5 y 6?(Los elementos se pueden repetir)
- ¿Cuántas ordenaciones distintas de 4 letras cada una pueden formarse con las letras A, B, C, D, E, F, G, H, I, si en cada ordenación debe haber dos vocales y dos consonantes?
- ¿De cuántas formas pueden repartirse 12 libros distintos entre 3 personas si a cada una le debe tocar igual número de libros?
- Siete amigos, 4 muchachos y 3 muchachas, van a un cine y deciden sentarse en siete puestos consecutivos de una misma hilera de asientos. ¿De cuántas formas distintas pueden hacerlo si las muchachas quieren sentarse juntas?

Ejemplos.

- En una tienda hay estatuillas de vidrio, de porcelana, de madera y de bronce. ¿De cuántas formas distintas pueden elegirse 6 estatuillas ?
- ¿Cuántas ordenaciones distintas e 4 letras cada una pueden formarse con las letras A, B, C, D, E, F, G, H, I, si en cada ordenación debe haber dos vocales y dos consonantes?
- En una montaña rusa tiene un carro de cuatro puestos que solo puede llevar 1 persona adelante y 2 atrás. Si entre 8 personas dos de ellas deben ir atrás siempre, a) De cuantas maneras se puede llenar el carro?
- ¿ De cuántas formas distintas se pueden colocar cuatro personas para jugar domino?
- ¿De cuántas formas distintas pueden colocarse 8 velas de distintos colores en los bordes de una torta redonda?