PRÁCTICA 1 TEORÍA DE AUTÓMATAS Y LENGUAJES FORMALES

Alberto Trigueros Postigo

12/19/2022

1 ENUNCIADO

Se pide encontrar el "power set" o potencia de una relación de la relación: $R = \{(1,1),(1,2),(2,3),(3,4)\}$, Seguidamente que comparemos nuestra respuesta con la generada en el script powerrelation.m.

2 RESOLUCIÓN

Primero veamos la definición de potencia de una relación; se dice que dado
$R \subseteq A \times A$
(relación de un conjunto en sí mismo)

$$R^n = \begin{cases} R & si \quad n = 1 \\ \\ \{(a,b) : \exists x \in A, (a,x) \in R^{n-1} \wedge (x,b) \in R\} & si \quad n > 1 \end{cases}$$

En nuestro caso particular, A = {1,2,3,4} y por ello R tiene sentido.
$R = \{(1,1),(1,2),(2,3),(3,4)\}$ Veamos primero R^2:

$(a,b) \in R^2 \iff \exists x \in A, (a,x) \in R \wedge (x,b) \in R.$
Un número de la forma (y,y) $\in R$ con $y \in A$ siempre va a pertenecer a R^2 ya que podemos encontrar dicho x para el cual (y,x) y (x,y) están en R, en concreto dicho (y,y). De esta forma afirmamos que (1,1) $\in R^2$
Para los elementos (a,b) con $a \neq b$ la idea matemática en este caso es que (a,b) está en R^2 si podemos encontrar los elementos (a,x) y (x, b) en R con x cualquier elemento de A. De esta forma $\{(1,2),(1,3),(2,4)\} \in R^2$
Desarrollando para (1,2), tenemos que (1,1) y (1,2) pertenecen a la relación, el x buscado es el 1 y por ello, (1,2) pertenece a R^2. Los demás son análogos.

CONCLUSION: $R^2 = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,4)\}$

Para ver R^3 podemos razonar de forma:
$(a,b) \in R^2 \iff \exists x \in A, (a,x) \in R^2 \wedge (x,b) \in R.$

De nuevo, un número de la forma (y,y) $\in R$ con $y \in A$ siempre va a pertenecer a R^3 ya que pertenece siempre a R^2 por lo visto antes y también a R, lo que nos dan los dos elementos que buscamos para que exista dicho x con $(a, x) \in R^2 \wedge (x, b) \in R$. (Así podemos razonar mediante inducción que (y,y)$\in R$ está en R^n $\forall$ n natural).
Por otro lado, para ver que (a,b) con $a \neq b$ pertenezca a R^3 buscamos (a,x) en R^2 y (x, b) en R (para cualquier x $\in$ A). Así, $R^3 = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4)\}$ Es igual que para R^2 pero buscando el (a,x) en R^2 en vez de en R.

CONCLUSION: $R^3 = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4)\}$

3 COMPROBACION

Meidante octave y la función proporcionada en el campus podemos ver que efectivamente, tenemos razón pues,
powerrelation($\{['1','1'],['1','2'],['2','3'],['3','4']\}$,3)
ans =
{
$[1,1] = 11$
$[1,2] = 12$
$[1,3] = 13$
$[1,4] = 14$
}