



Lab. 2, Optimización

Martínez Hernández, Dafne Angélica. angelicam16@ciencias.unam.mx

Olvera Trejo, Alberto. alberto0410@ciencias.unam.mx

8 de noviembre de 2021

Resumen: En este trabajo se muestra el procedimiento y solución de 3 problemas de optimización planteados como problemas de programación lineal. Los temas de estos problemas abarcan la suma de números, dietas de personas y recorridos por los museos de la CDMX.

Palabras clave: optimización, maximizar, minimizar.

1. Introducción

Los problemas de optimización que buscan resolverse son los siguientes:

1. Encuentre dos números x_1 y x_2 tales que su suma se maximice sujeta a las siguientes restricciones:

$$x_1 + x_2 \geq 4$$

$$4x_1 + 2x_2 \geq 12$$

$$-x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$x_1, \geq 0$$

2. La alimentación de una tropa ha sido un problema debatido en todas las esferas del gobierno, dado que es muy costoso alimentar a un soldado en la guerra, teniendo en cuenta los requerimientos nutricionales que implica, según : ha estado en función de dos aspectos fundamentales, la capacidad económica del que lo financiaba y la posibilidad de conseguir alimentos, de este estudio se pueden destacar 4 tipos de alimentos y sus requerimientos (**ver tabla adjunta**).

Diseñe una dieta en la que se minimice el costo.

3. El embajador de Burkina Faso estará de visita en la Ciudad de México, por lo tanto el secretario de relaciones exteriores decidió contratar a dos matemáticos aplicados para que hagan la guía turística de todo el equipo diplomático. El objetivo de la tarea es dar a conocer la mayor cantidad de lugares de la

capital, teniendo en cuenta los lugares mejor rankeados en Google, los cuales se pueden visitar caminando partiendo del Palacio Nacional (PNA, lugar donde se hospedan). Para cada uno se obtuvo la siguiente información, misma que le puede servir al equipo de expertos en la elaboración de sus propuestas:

- a) La duración de una visita (horas).
- b) Apreciación/calificación dadas por Google.
- c) **El precio de la entrada por persona en pesos mexicanos MXN.**
- d) **Distancia entre los museos**

- **Opción 1**, suponiendo que se disponen de solo \$280 MXN por persona, no hay ninguna restricción en el número de sitios y tiempo, ¿cuáles lugares recomendaría?.
- **Elabore tres listas** teniendo en cuenta las siguientes restricciones:
 - a) **Opción 2**, si la distancia entre dos lugares es menor a un 1km el equipo visitará ambos.
 - b) **Opción 3**, el grupo tiene que visitar el Museo Nacional de Antropología e Historia y el Palacio de Bellas Artes.
 - c) **Opción 4**, el grupo tiene que visitar el Monumento de la Revolución y el Castillo de Chapultepec.



- **Opción 5**, suponiendo que no se tienen restricciones de tiempo, dinero y distancia entre sitios, genere una nueva lista maximizando el criterio Calificación y minimizando la Duración y Precio.

2. Metodología

2.1. Problema 1

- Se plantean las variables de decisión:
 x_1 y x_2 , donde ambas son números reales.
- Se plantea la función objetivo

$$\text{Max } z = x_1 + x_2$$

- Se definen las restricciones

$$x_1 + x_2 \geq 4$$

$$4x_1 + 2x_2 \geq 12$$

$$-x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$x_1, \geq 0$$

Para resolver por el método gráfico, se grafica cada una de las restricciones. Para eso, se grafican las rectas (tomando x_1 en el eje X y x_2 en el eje Y):

$$x_1 + x_2 = 4$$

$$4x_1 + 2x_2 = 12$$

$$-x_1 + 2x_2 = 1$$

Posteriormente se ubica en el plano la región de soluciones de cada desigualdad y, por último, la región del plano donde se intersectan todas las regiones de las desigualdades será la región de soluciones factibles.

Ahora, para encontrar el punto óptimo se realiza lo siguiente:

- Se grafica el gradiente del problema, el cual es un vector con coordenadas (a, b) , donde a y b son los coeficientes de x_1 y x_2 , respectivamente, en la función objetivo. Por lo que:

$$\text{Gradiente} = (1, 1)$$

- Se grafica una recta ortogonal al gradiente, la cual pasa por los puntos $(0, 0)$ y $(-b, a) = (-1, 1)$
- El gradiente dará la dirección en que se barre la recta ortogonal

2.2. Problema 2

- Se plantean las variables de decisión:
 A = Porciones de Pan a consumir
 B = Porciones de Carne a consumir
 C = Porciones de Vegetales a consumir
 D = Porciones de Papas a consumir

- Se plantea la función objetivo

Como se busca minimizar el costo de la dieta, la función objetivo se plantea como una combinación lineal de los costos de cada tipo de alimento por la cantidad de porciones que se consumirán de ellos.

$$\text{Min } z = 12 \cdot A + 50 \cdot B + 25 \cdot C + 18 \cdot D$$

- Se definen las restricciones.

Un soldado necesita al día un mínimo de 20 unidades de **carbohidratos**, por lo que la primera restricción se plantea como una combinación lineal de las unidades de carbohidratos que aporta cada tipo de alimento por la cantidad de porciones que se consumirán, donde dicha combinación debe ser mayor o igual a 15:

$$2 \cdot A + B + 8 \cdot C + 4 \cdot D \geq 20$$

Necesita también un mínimo de 15 unidades de **proteínas**, por lo que la segunda restricción se plantea como una combinación lineal de las unidades de proteínas que aporta cada tipo de alimento por la cantidad de porciones que se consumirán de éste, donde dicha combinación debe ser mayor o igual a 15:

$$A + B + 4,8 \cdot C + 4 \cdot D \geq 15$$

Por último, necesita un mínimo de 15 unidades de **grasas**, por lo que la tercera restricción se plantea como una combinación lineal de las unidades de grasas que aporta cada tipo de alimento por la cantidad de porciones que se consumirán, donde dicha combinación debe ser mayor o igual a 15:

$$4 \cdot A + 3 \cdot B + 4 \cdot C + 3 \cdot D \geq 15$$

Además, al ser porciones de comida, necesitamos que A, B, C, D sean enteros mayores o iguales a 0.



Para resolver este problema se hizo uso de la biblioteca **PuLP** de Python.

2.3. Problema 3

Para resolver este problema, se dividió en 5 partes, cada una correspondiente a una de las opciones planteadas.

Cada una de ellas se resolvió haciendo uso de la biblioteca **PuLP** de Python.

Para las primeras 4 opciones se planteó la misma función objetivo, por lo que se tiene lo siguiente:

■ Variables de decisión:

MAH = Museo Nacional de Antropología e Historia

PBA = Palacio de Bellas Artes

MTM = Museo Templo Mayor

MSO = Museo Soumaya

CCH = Castillo de Chapultepec

MNA = Museo Nacional de Arte

MRE = Monumento de la Revolución

MAM = Museo de Arte Moderno

MFM = Museo Franz Mayer

MNC = Museo Nacional de la Cultura

LPI = Los Pinos

Cada una de ellas tendrá un valor de 0 o 1, donde 1 indica si es que el museo se visitará y 0 indica el caso contrario.

■ Función objetivo

Se busca visitar la mayor cantidad de museos, por lo que la función objetivo es la siguiente:

$$\text{Max } z = MAH + PBA + MTM + MSO + CCH + MNA + MRE + MAM + MFM + MNC + LPI$$

■ Restricciones

1. Opción 1

Las personas cuentan con un máximo de 280 pesos cada una, por lo que la cantidad de museos que visiten

dependerá de cuántos puedan pagar, para esto necesitamos la combinación lineal de los precios de los museos multiplicado por el valor de su variable correspondiente, donde dicha combinación es menor o igual que 280:

$$75 \cdot MAH + 30 \cdot PBA + 80 \cdot MTM + 0 \cdot MSO + 80 \cdot CCH + 75 \cdot MNA + 50 \cdot MRE + 70 \cdot MAM + 70 \cdot MFM + 17 \cdot MNC + 0 \cdot LPI \leq 280$$

2. Opción 2

Además de la restricción de la opción 1, como los únicos museos que se encuentran a menos de 1km de distancia entre ellos son Museo Nacional de las Culturas/Templo Mayor y el Museo Franz Mayer/MUNAL; para asegurarnos de que visite ambos o no visite ninguno, la restricción queda de la siguiente manera:

$$MNA = MFM \quad MNC = MTM$$

3. Opción 3

Además de la restricción de la opción 1, se visita el Museo Nacional de Antropología y el Palacio de Bellas Artes.

$$MAH = 1$$

$$PBA = 1$$

4. Opción 4

Además de la restricción de la opción 1, se visita el Monumento a la Revolución y el Castillo de Chapultepec.

$$MRE = 1$$

$$CCH = 1$$

5. Opción 5

El problema pide maximizar la calificación y minimizar el tiempo y el costo, sin embargo no pone ninguna restricción, por lo que si se maximiza la calificación entonces se toma todos los museos y análogamente, si minimiza el costo entonces no visita ningún museo. Dadas estas condiciones, decidimos establecer un criterio de comparación, es decir, cuánto dinero se tiene pensado



gastar, cuanto tiempo y cuál es la calificación mínima que debe de tener cada museo.

Así, se realizó una función llamada *max_apreciacion* la cual toma como parámetros la calificación mínima que debe tener cada museo y regresa una lista con todos los lugares que cumplen esa condición. Por otro lado, se definió un problema de maximizar el número de lugares a visitar con las restricciones de que el tiempo debe ser menor al dado por el usuario y que el dinero debe ser menor del que el usuario dispone. Finalmente, se toma la intersección de la lista obtenida por la función y la lista obtenida por el problema de maximización y el resultado será el recorrido que se realizará

3. Resultados y discusión

3.1. Problema 1

Cada una de las rectas graficadas dividen el plano en 2 partes, para encontrar la región del plano que cumple con la desigualdad de cada una de las restricciones bastó con sustituir el origen en ellas (tomando x_1 como el eje X y x_2 como el eje Y) y ver que esa parte del plano no cumplía, por lo que inmediatamente era la otra parte. Por último, la región de soluciones factibles es aquella donde intersectaron las 3 regiones de las desigualdades.

Concluimos que el problema 1 no tiene solución dado que el gradiente tiene una dirección de 45° , por lo que la ortogonal barrerá en esa misma dirección, sin embargo, la región de soluciones factibles es no acotada en esa dirección, por lo que se puede afirmar que no existe un punto óptimo que solucione dicho problema.

3.2. Problema 2

Se obtuvo que la dieta que minimiza el costo y cumple con requerimientos diarios de cada soldado es la siguiente:

- 1 porción de pan

- 3 porciones de vegetales

- Costo: \$87

3.3. Problema 3

3.3.1. Opción 1

La ruta óptima con únicamente \$280 es:

Museo de Antropología, Bellas Artes, Museo Soumaya, Monumento a la Revolución, Museo Franz Mayer, Museo nacional de la Cultura y los

Pinos. El costo total es de \$242

3.3.2. Opción 2

La ruta óptima con únicamente \$280 y con la restricción que si dos lugares distan a menos de 1km entonces visite ambos es:

Bellas Artes, Templo Mayor, Soumaya, Monumento a la Revolución, Museo de Arte Moderno, Museo Nacional de la Cultura, Los Pinos.

3.3.3. Opción 3

La ruta óptima con únicamente \$280 y con la restricción que se visiten el Museo Nacional de Antropología e Historia y el palacio de Bellas Artes es:

Antropología, Bellas Artes, Soumaya, Monumento a la Revolución, Arte Moderno, Museo Nacional de la Cultura, Los Pinos.

3.3.4. Opción 4

La ruta óptima con únicamente \$280 y con la restricción que se visiten el Monumento a la Revolución y el Castillo de Chapultepec es:

Bellas Artes, Soumaya, Castillo de Chapultepec, Monumento a la Revolución, Museo de Arte Moderno, Museo Nacional de la Cultura y los Pinos. El costo total es de \$247

¿Cuál lista es mejor entre la **Opción 2** y la **Opción 3**?

Para responder esta pregunta necesitamos establecer un criterio de comparación para con ello poder decidir qué opción es mejor. Primero consideremos la suma de las calificaciones de los museos de cada opción:

- Opción 2: 32.6

- Opción 3: 32.6



Posteriormente, consideremos la suma de los precios de los museos de cada opción:

- Opción 2: \$247 MXN.
- Opción 3: \$242 MXN

Después, consideremos la suma de la distancia recorrida (incluyendo su distancia de ida y regreso a Palacio Nacional)

- Opción 2: 54.3 km
- Opción 3: 77 km

Por último, consideremos el tiempo del recorrido en que se estará dentro de un museo:

- Opción 2: 19.35
- Opción 3: 20.35

*¿Cuál lista es mejor entre la **Opción 3** y la **Opción 4**?*

Primero consideremos la suma de las calificaciones de los museos de cada opción:

- Opción 3: 32.6
- Opción 4: 32.6

Posteriormente, consideremos la suma de los precios de los museos de cada opción:

- Opción 3: \$242 MXN.
- Opción 4: \$247 MXN

Después, consideremos la suma de la distancia recorrida:

- Opción 3: 77 km
- Opción 4: 57.2 km

Por último, consideremos el tiempo del recorrido en que se estará dentro de un museo:

- Opción 3: 20.35
- Opción 4: 21.35

3.3.5. Opción 5

- ¿Es diferente a las anteriores opciones?

Para este problema suponemos que se dispone de \$180 y de 8 horas, además de que cada museo posee una calificación superior o igual a 4.7 estrellas. El resultado de la intersección de ambas listas es Bellas Artes y el Monumento a la Revolución

Respondiendo a la pregunta, sí, definitivamente. Esta lista únicamente incluye 2 museos a visitar, de esta manera no se gasta todo el día recorriendo museos.

- ¿Es mejor peor o igual?

Consideramos que es mejor ya que se gasta poco dinero, no será agotador puesto que el tiempo que se pasará en ambos museos no es tan corto ni tan largo (a comparación de las más de 19 horas de las 4 listas anteriores) y además ambos lugares tienen muy buenas clasificaciones, por lo que seguramente será una visita bastante agradable.

- ¿La implementación que realizó puede ser utilizada en otros destinos o problemas?.
- Claro que sí, se puede utilizar en cualquier problema, únicamente se tiene que ajustar los datos de entrada (los precios de los lugares a visitar, el tiempo y las distancias) y el programa correría a la perfección. Además, si se quieren añadir más restricciones, se puede hacer sin problema alguno

4. Conclusión

La librería pulp de python es de gran utilidad a la hora de resolver problemas de optimización ya que se evitan los errores de cuentas y además es mucho más rápido que hacerlo a mano. Por otro lado, es interesante el saber qué procesos de la vida diaria se pueden optimizar y cómo es que se puede hacer.