ANALISI 2 DELITALA 10 CFU

ESERCITATORE GIANLUCA ZOPPO

CONSULENZA SU APPUNTAMENTO

TUTORAGGIO (BORSISTI) ORARIO DA COMUNICARE

MATERIALE SUL PORTALE

SLIDES LEZIONI / ESERCITAZIONI + REGISTRAZIONI

ALTRO MATERIALE TEMI D'ESAME VECCHI

ESERCIZI AGGIUNTIVI

EXERCISE (IN UN PROSSIMO FUTURO)

Analisi matematica II

26ACIOA

A.A. 2021/22

Lingua dell'insegnamento Italiano

Corsi di studio
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica - Torino

Organizzazione dell'insegnamento

Didattica	Ore
Lezioni	60
Esercitazioni in aula	40

Docenti

Docente	Qualifica	Settore	h.Lez	h.Es	h.Lab	h.Tut	Anni incarico
Delitala Marcello Edoardo - Corso 1	Professore Associato	MAT/07	60	0	0	0	5
Recupero Vincenzo - Corso 2	Professore Associato	MAT/05	60	0	0	0	4
Recupero Vincenzo - Corso 3	Professore Associato	MAT/05	60	0	0	0	4

Collaboratori Espandi

Didattica

SSD	CFU	Attivita' formative	Ambiti disciplinari
MAT/05	10	A - Di base	Matematica, informatica e statistica

Statistiche superamento esami
Valutazione CPD 2020/21

Anno accademico di inizio validità 2021/22

Presentazione

L'insegnamento di Analisi Matematica II completa la teoria delle funzioni di una variabile svolta nell'insegnamento di Analisi Matematica I, sviluppando i concetti di serie numerica, serie di potenze e serie di Fourier. Vengono inoltre fatti alcuni cenni alla trasformata di Laplace e alla teoria delle funzioni di variabile complessa. Sono anche presentati gli argomenti di base dell'analisi delle funzioni di più variabili: il calcolo differenziale per le funzioni di più variabili e le sue applicazioni, l'integrazione multipla, curvilinea e di superficie.

This course first completes the theory of functions of one variable which was developed in Mathematical Analysis I, presenting the basic concepts of numerical series, power series and Fourier series. The basic notions of the Laplace transform and an introduction of the theory of analytic functions are also presented here. Then the course presents the basic topics in the mathematical analysis of functions of several variables. In particular, differential calculus in several variables, the theory of multiple integration, line and surface integration.

Risultati attesi

Comprensione degli argomenti trattati e relativa abilità di calcolo. Capacità di riconoscere ed utilizzare adeguati strumenti matematici nelle discipline ingegneristiche.

Prerequisiti

Gli argomenti trattati negli insegnamenti di Analisi Matematica I e di Algebra Lineare e Geometria. In particolare, limiti, successioni, calcolo differenziale e integrale per funzioni di una variabile, equazioni differenziali, algebra lineare, geometria delle curve.

Programma

Trasformata di Laplace (10 ore)

Calcolo differenziale per funzioni di più variabili (20 ore)
- Richiami sui vettori. - Cenni di topologia di R^n.
- Funzioni di più variabili, campi vettoriali.
- Limiti e continuità.
- Derivate parziali e direzionali, matrice Jacobiana.
- Differenziabilità, gradiente e piano tangente al grafico.
- Derivate seconde, matrice Hessiana.
- Polinomio di Taylor.
- Punti critici, massimi e minimi liberi.

ESTREMI LIBERI

$\boxed{f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m}$

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ SUPERFICIE

$f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ CURVE

Calcolo integrale per funzioni di più variabili (30 ore)
- Integrali doppi e tripli, baricentri.
- Lunghezza di una curva e area di una superficie cartesiana.
- Integrali curvilinei e di superficie (solo superfici cartesiane), circuitazione e flusso di un campo vettoriale.
- Campi conservativi.
- Teoremi di Green, della divergenza (Gauss) e del rotore (Stokes).

SERIE NUMERICHE / DI POTENZE
SERIE DI FOURIER

2CFU

8CFU

Analisi Complessa e Serie (40 ore)
- Funzioni di variabile complessa: derivabilità e condizioni di Cauchy-Riemann.
- Integrali curvilinei complessi, Formula integrale di Cauchy.
- Definizioni e criteri di convergenza per le serie numeriche.
- Serie di potenze reali e complesse.
- Serie di Taylor, serie di Laurent, Teorema dei residui.
- Serie di Fourier.

Note

Sustainable development goals

Organizzazione dell'insegnamento

Il corso consiste di 60 ore di lezione e 40 di esercitazione. Le lezioni sono dedicate alla presentazione degli argomenti del programma del corso con definizioni, proprietà ed alcune dimostrazioni ritenute utili per una migliore comprensione degli argomenti e per fornire gli strumenti necessari per sviluppare capacità di ragionamento logico-deduttivo da parte dello studente. Ogni argomento teorico trattato nelle lezioni viene arricchito da esempi introduttivi. Le ore di esercitazione sono dedicate allo svolgimento di esercizi e di temi d'esame.

Bibliografia

NO TESTO DI RIFERIMENTO

I testi consigliati saranno comunicati a lezione dal docente titolare dell'insegnamento tra quelli elencati:
- D. Bazzanella, P. Boieri, L. Caire, A. Tabacco, Serie di funzioni e trasformate, CLUT, 2001 → TRASF. LAPLACE
- M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, "Analisi matematica 2", Zanichelli, 2009.
- C. Canuto, A. Tabacco, "Analisi Matematica II", Springer, 2014 seconda edizione.
- R.A. Adams, C. Essex, Calcolo differenziale 2, Casa Editrice Ambrosiana, 2014.

→ ZANICHELLI / PEARSON 2021

- S. Salsa, A. Squellati, "Esercizi di Analisi matematica 2", Zanichelli, 2011.

- M. Codegone. Metodi matematici per l'ingegneria. Zanichelli, 1995.
- G.C. Barozzi, Matematica per l'ingegneria dell'informazione, Zanichelli, 2005.

→ ANALISI COMPLESSA

Raccolte di esercizi, per tema, e testi di prove d'esame degli anni precedenti ed ulteriore materiale (appunti e dispense) sarà reso disponibile sulla pagina del Portale della Didattica dedicata all'insegnamento.

Criteri, regole e procedure per l'esame esclusivamente IN PRESENZA

Modalità di esame: Prova scritta (in aula); Prova orale facoltativa;

L'esame è volto ad accertare la conoscenza degli argomenti elencati nel programma ufficiale del corso e la capacità di applicare la teoria ed i relativi metodi di calcolo alla soluzione di esercizi. Le valutazioni sono espresse in trentesimi e l'esame è superato se la votazione riportata è di almeno 18/30. L'esame consiste in una prova scritta e in una prova orale facoltativa. La prova scritta consiste di 10 esercizi a risposta chiusa sugli argomenti contenuti nel programma del corso ed ha lo scopo di verificare il livello di conoscenza e di comprensione degli argomenti trattati. L'esame si pone l'obiettivo di verificare le competenze di cui sopra (vedi Risultati dell'apprendimento attesi): esso, infatti, comprende esercizi di calcolo che necessitano di scegliere ed applicare lo strumento matematico più adeguato per la sua risoluzione, ma anche quesiti di tipo teorico, che richiedono la capacità, da parte dello studente, di costruire un concatenamento logico applicando in sequenza risultati teorici visti a lezione. La durata della prova scritta è di 100 minuti. Ciascun esercizio a risposta chiusa vale: 3 punti se giusto, 0 punti se senza risposta, -1 punto se sbagliato. Il voto finale è la somma dei punteggi ottenuti nei singoli esercizi aumentata di 2 punti. La lode si ottiene rispondendo in modo corretto a tutti i 10 esercizi. Durante lo svolgimento dell'esame scritto non è consentito tenere e consultare quaderni, libri, fogli con esercizi, formulari, calcolatrici. I risultati dell'esame vengono comunicati sul portale della didattica. E' possibile sostenere una prova orale integrativa (su richiesta da parte del docente o dello studente) che può far variare il voto della prova scritta sia in positivo che in negativo. La prova orale integrativa va sostenuta nell'appello in cui si è sostenuto lo scritto ed è possibile solo se il voto conseguito nella prova scritta è di almeno 18/30.

FACOLTATIVO

Criteri, regole e procedure per l'esame esclusivamente IN REMOTO

Modalità di esame: Prova orale facoltativa; Prova scritta a risposta aperta o chiusa tramite PC con l'utilizzo della piattaforma di ateneo Exam integrata con strumenti di proctoring (Respondus);

In caso di esame in modalità da remoto, i criteri, le regole e le procedure sono le stesse di quelle per gli esami in presenza.
L'esame è volto ad accertare la conoscenza degli argomenti elencati nel programma ufficiale del corso e la capacità di applicare la teoria ed i relativi metodi di calcolo alla soluzione di esercizi. Le valutazioni sono espresse in trentesimi e l'esame è superato se la votazione riportata è di almeno 18/30. L'esame consiste in una prova scritta e in una prova orale facoltativa. La prova scritta consiste di 10 esercizi a risposta chiusa sugli argomenti contenuti nel programma del corso ed ha lo scopo di verificare il livello di conoscenza e di comprensione degli argomenti trattati. L'esame si pone l'obiettivo di verificare le competenze di cui sopra (vedi Risultati dell'apprendimento attesi): esso, infatti, comprende esercizi di calcolo che necessitano di scegliere ed applicare lo strumento matematico più adeguato per la sua risoluzione, ma anche quesiti di tipo teorico, che richiedono la capacità, da parte dello studente, di costruire un concatenamento logico applicando in sequenza risultati teorici visti a lezione. La durata della prova scritta è di 100 minuti. Ciascun esercizio a risposta chiusa vale: 3 punti se giusto, 0 punti se senza risposta, -1 punto se sbagliato. Il voto finale è la somma dei punteggi ottenuti nei singoli esercizi aumentata di 2 punti. La lode si ottiene rispondendo in modo corretto a tutti i 10 esercizi. Durante lo svolgimento dell'esame scritto non è consentito tenere e consultare quaderni, libri, fogli con esercizi, formulari, calcolatrici. I risultati dell'esame vengono comunicati sul portale della didattica. E' possibile sostenere una prova orale integrativa (su richiesta da parte del docente o dello studente) che può far variare il voto della prova scritta sia in positivo che in negativo. La prova orale integrativa va sostenuta nell'appello in cui si è sostenuto lo scritto ed è possibile solo se il voto conseguito nella prova scritta è di almeno 18/30.

Criteri, regole e procedure per l'esame IN MODALITA' MISTA (in remoto e in presenza)

Modalità di esame: Prova scritta (in aula); Prova orale facoltativa; Prova scritta a risposta aperta o chiusa tramite PC con l'utilizzo della piattaforma di ateneo Exam integrata con strumenti di proctoring (Respondus);

In caso di esame in modalità mista (da remoto e in presenza), i criteri, le regole e le procedure sono le stesse di quelle per gli esami in presenza.
L'esame è volto ad accertare la conoscenza degli argomenti elencati nel programma ufficiale del corso e la capacità di applicare la teoria ed i relativi metodi di calcolo alla soluzione di esercizi. Le valutazioni sono espresse in trentesimi e l'esame è superato se la votazione riportata è di almeno 18/30. L'esame consiste in una prova scritta e in una prova orale facoltativa. La prova scritta consiste di 10 esercizi a risposta chiusa sugli argomenti contenuti nel programma del corso ed ha lo scopo di verificare il livello di conoscenza e di comprensione degli argomenti trattati. L'esame si pone l'obiettivo di verificare le competenze di cui sopra (vedi Risultati dell'apprendimento attesi): esso, infatti, comprende esercizi di calcolo che necessitano di scegliere ed applicare lo strumento matematico più adeguato per la sua risoluzione, ma anche quesiti di tipo teorico, che richiedono la capacità, da parte dello studente, di costruire un concatenamento logico applicando in sequenza risultati teorici visti a lezione. La durata della prova scritta è di 100 minuti. Ciascun esercizio a risposta chiusa vale: 3 punti se giusto, 0 punti se senza risposta, -1 punto se sbagliato. Il voto finale è la somma dei punteggi ottenuti nei singoli esercizi aumentata di 2 punti. La lode si ottiene rispondendo in modo corretto a tutti i 10 esercizi. Durante lo svolgimento dell'esame scritto non è consentito tenere e consultare quaderni, libri, fogli con esercizi, formulari, calcolatrici. I risultati dell'esame vengono comunicati sul portale della didattica. E' possibile sostenere una prova orale integrativa (su richiesta da parte del docente o dello studente) che può far variare il voto della prova scritta sia in positivo che in negativo. La prova orale integrativa va sostenuta nell'appello in cui si è sostenuto lo scritto ed è possibile solo se il voto conseguito nella prova scritta è di almeno 18/30.

Esporta PDF | Esporta Word

Pannello di proposte scheda insegnamento

© Politecnico di Torino
Corso Duca degli Abruzzi, 24 - 10129 Torino, ITALY

TRASFORMATA DI LAPLACE

TRASFORMATA INTEGRALE

SIA $x(t)$ FUNZIONE CONTINUA A TRATTI DEFINITA ALMENO SU $t \in [0, +\infty)$

SCELTO UN NUMERO REALE s SI HA

$$\int_0^{+\infty} x(t)\, e^{-st}\, dt \overset{\text{def}}{=} \lim_{M \to +\infty} \int_0^{M} x(t)\, e^{-st}\, dt$$

E QUESTO INTEGRALE IMPROPRIO PUÒ ESISTERE OPPURE NO.

L'INSIEME DELLE FREQUENZE s PER CUI TALE INTEGRALE ESISTE FINITO COSTITUISCE IL DOMINIO DELLA TRASFORMATA DI LAPLACE

$$X(s) = \mathcal{L}\left[x(t)\right] \overset{\text{def}}{=} \int_0^{\infty} x(t)\, e^{-st}\, dt$$

$[s] = \dfrac{1}{[t]}$ DIMENSIONI DI $\dfrac{1}{t}$

FREQUENZA

CONSIDERIAMO SOLO FREQUENZE REALI

ES) $x(t) = e^{t}$ DETERMINIAMO IL DOMINIO DELLA TL

$$X(s) \overset{def}{=} \int_0^{\infty} e^{t} e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{(1-s)t} dt =$$

$$= \lim_{M \to \infty} \int_0^{M} e^{(1-s)t} dt$$

CHE ESISTE FINITO $\forall s > 1$

DOMINIO DELLA TL È $(1, +\infty)$

ES) $x(t) = e^{-t^2}$

$$X(s) = \int_0^{+\infty} e^{-t^2} e^{-st} dt$$

ESISTE FINITO $\forall s$ (DOMINA e^{-t^2})

ES) $x(t) = e^{+t^2}$

$$X(s) = \int_0^{\infty} e^{t^2} e^{-st} dt$$

DIVERGE PER QUALUNQUE VALORE DI s

OVVERO IL DOMINIO DELLA TL È L'INSIEME VUOTO

OVVERO NON È DEFINITA LA TL

OSS IN GENERALE SE L'INTEGRALE IMPROPRIO CHE DEFINISCE LA TL ESISTE FINITO PER UNA FREQUENZA s_0 ALLORA ESISTE $\forall s > s_0$

IL VALORE MINIMO s_0 PER CUI TALE INTEGRALE ESISTE È DETTA **ASCISSA DI CONVERGENZA**

E LA TL È DEFINITA SULLA SEMIRETTA $(s_0, +\infty)$ DETTO **DOMINIO DELLA TL**.

DEF DATA UNA FUNZIONE $x(t)$ CONTINUA A TRATTI DEFINITA ALMENO PER $t \geq 0$ SI HA CHE

$s \in D$ (DOMINIO TL) $\iff$ ESISTE FINITO $\int_0^{\infty} x(t)\, e^{-st}\, dt$

OSS SE D NON È L'INSIEME VUOTO $\Rightarrow$ $x(t)$ È TRASFORMABILE SECONDO LAPLACE

OSS CONTANO I TEMPI $t \geq 0$ INFATTI $\int_0^{+\infty}$

$t \longmapsto x(t) \quad t \geq 0$

SEGNALE (FUNZIONE) NELLO SPAZIO DEI TEMPI

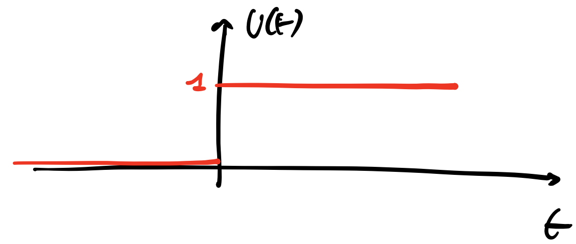
$\xrightarrow{TL}$

$s \longmapsto X(s) = \mathcal{L}[x(t)](s)$

LA TL È NELLO SPAZIO DELLE FREQUENZE

ES) CALCOLARE LA TL DELLA FUNZIONE GRADINO

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t<0 \\ 1 & \text{se } t \geq 0 \end{cases}$$



$$\mathcal{L}[u(t)](s) \stackrel{def}{=} \int_0^{+\infty} u(t)\, e^{-st}\, dt = \int_0^{+\infty} 1\, e^{-st}\, dt =$$

$$= \lim_{M \to \infty} \int_0^M e^{-st}\, dt = \lim_{M \to \infty} -\frac{1}{s}\left(\underbrace{e^{-sM}}_{\to 0} - \underbrace{e^{-s0}}_{\to 1}\right) =$$

se $s>0$

$$= \frac{1}{s} \quad \text{con } s>0$$

ASCISSA DI CONVERGENZA $s_0 = 0$

ES) $x(t) = e^{at}$ con $a \in \mathbb{R}$ CALCOLARE LA TL.

$$\int_0^{\infty} e^{at}\, e^{-st}\, dt = \int_0^{\infty} e^{(a-s)t}\, dt = \frac{1}{s-a} \quad \text{se } s>a$$

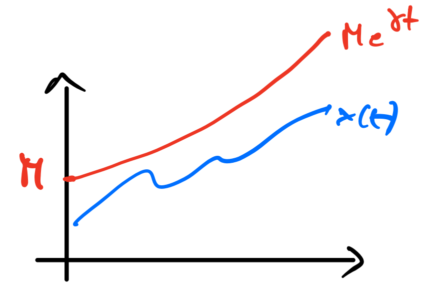
$$\mathcal{L}[e^{at}](s) = \frac{1}{s-a} \quad \text{con } s > s_0 = a$$

ASCISSA DI CONVERG.

OSS Il calcolo della TL attraverso la definizione può non essere sempre agevole → si sfrutteranno proprietà e trasformate notevoli

OSS Si può mostrare che un criterio per conoscere l'esistenza (o meno) della TL è valutare l'ordine di crescita

$$|x(t)| \le M e^{\gamma t} \quad \forall t \ge 0$$



con M e γ costanti e γ è l'estremo inferiore degli esponenziali

L'ascissa di convergenza è legata a γ

$(S_0, +\infty)$

(condizione suff. ma non necessaria)

ES| Funzione costante (limitata)

$$|x(t)| \le M e^{\gamma t}$$

$\gamma = 0$

ordine di crescita $\gamma = 0$

In effetti qualsiasi funzione continua a tratti e limitata è trasformabile secondo Laplace in $(S_0 = 0, +\infty)$

ES) FUNZIONE TRIGONOMETRICA $\sin t$ (LIMITATA)

$$\mathcal{L}[\sin t](s) = \int_0^{+\infty} \sin t \, e^{-st} \, dt = \ldots = \frac{1}{s^2+1} \quad \text{con } s > 0$$

ES)

$$\mathcal{L}[t](s) = \int_0^{\infty} t e^{-st} \, dt = \ldots = \frac{1}{s^2} \quad \text{con } s > 0$$

PER PARTI

$\boxed{\text{TRASFORMATE NOTEVOLI}}$ $\longrightarrow$ FORMULARIO PORTALE E EVENTUALMENTE SU EXAM PER ESAME

ASCISSA CONVERG.

$$\mathcal{L}[u(t)](s) = \frac{1}{s} \quad s > 0$$

$$\mathcal{L}[e^{at}](s) = \frac{1}{s-a} \quad s > a \quad a \in \mathbb{R}$$

$$\mathcal{L}[t^n](s) = \frac{n!}{s^{n+1}} \quad s > 0$$

$$\mathcal{L}[\sin(at)](s) = \frac{a}{s^2+a^2} \quad s > 0$$

$$\mathcal{L}[\cos(at)](s) = \frac{s}{s^2+a^2} \quad s > 0$$

$$\mathcal{L}[\sinh(at)] = \frac{a}{s^2-a^2} \quad s > |a|$$

$$\mathcal{L}[\cosh(at)] = \frac{s}{s^2-a^2} \quad s > |a|$$