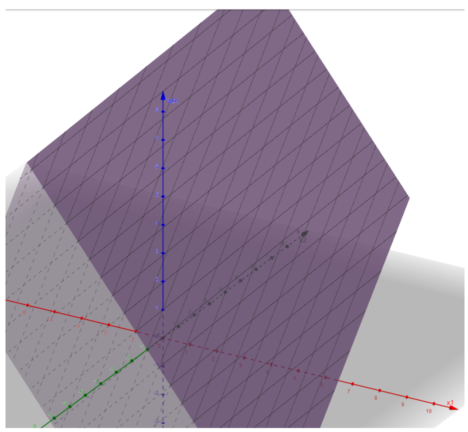
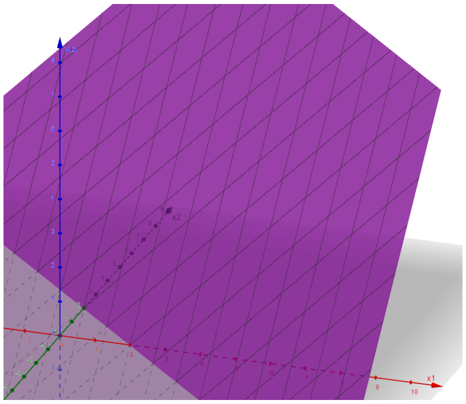
a) $1 + x_1 + x_2$

- Cruce con ejes $(-1, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(0, 0, 1)$, por lo que no cruza con el origen.
- Recta de intersección con el plano x_1x_2: $1 + x_1 + x_2 = 0$.
- La pendiente de la recta de intersección con el plano x_1x_2: -1.
- Región x_1x_2 donde $w^Tx > 0$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_1 + x_2 > 0$ representan la región positiva del plano w^Tx.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_1 + x_2 < 0$ representan la región negativa del plano w^Tx.



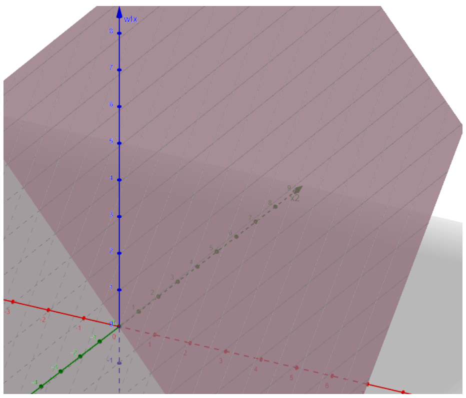
b) $-2 + x_1 + x_2$

- Cruce con ejes $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, -2)$, por lo que no cruza con el origen.
- Recta de intersección con el plano x_1x_2: $-2 + x_1 + x_2 = 0$.
- La pendiente de la recta de intersección con el plano x_1x_2: -1.
- Región x_1x_2 donde $w^Tx > 0$.
- Todos los puntos que satisfacen $-2 + x_1 + x_2 > 0$ representan la región positiva del plano w^Tx.
- Todos los puntos que satisfacen $-2 + x_1 + x_2 < 0$ representan la región negativa del plano w^Tx.



c) $x_1 + x_2$

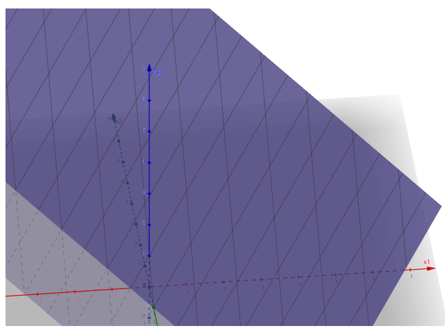
- Cruza con el origen $(0,0,0)$.
- Recta de intersección con el plano x_1x_2: $x_1 + x_2 = 0$.
- La pendiente de la recta de intersección con el plano x_1x_2: -1.
- Región x_1x_2 donde $w^T x > 0$.
- Todos los puntos que satisfacen $x_1 + x_2 > 0$ representan la región positiva del plano $w^T x$.
- Todos los puntos que satisfacen $x_1 + x_2 < 0$ representan la región negativa del plano $w^T x$.



d) $1 + 2x_1 + x_2$

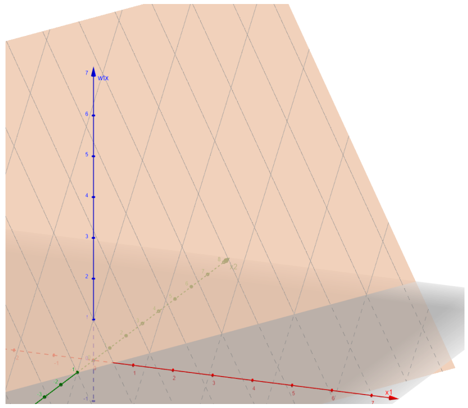
- Cruce con ejes $(-1/2, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(0, 0, 1)$, por lo que no cruza con el origen.

- Recta de intersección con el plano x_1x_2: $1 + 2x_1 + x_2 = 0$.
- La pendiente de la recta de intersección con el plano x_1x_2: $-1/2$.
- Región x_1x_2 donde $w^T x > 0$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + 2x_1 + x_2 > 0$ representan la región positiva del plano $w^T x$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + 2x_1 + x_2 < 0$ representan la región negativa del plano $w^T x$.



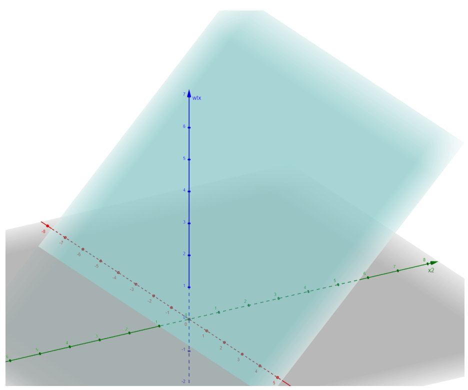
e) $1 - 2x_1 + x_2$

- Cruce con ejes $(1/2, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(0, 0, 1)$, por lo que no cruza con el origen.
- Recta de intersección con el plano x_1x_2: $1 - 2x_1 + x_2 = 0$.
- La pendiente de la recta de intersección con el plano x_1x_2: 2.
- Región x_1x_2 donde $w^T x > 0$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 - 2x_1 + x_2 > 0$ representan la región positiva del plano $w^T x$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 - 2x_1 + x_2 < 0$ representan la región negativa del plano $w^T x$.



f) $1 + x_2$

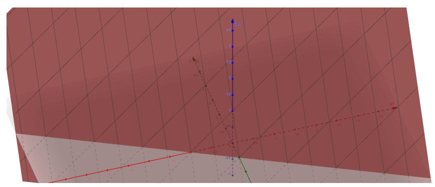
- Cruza con ejes $(0, -1, 0)$, $(0, 0, 1)$, por lo que **no cruza con el eje** x_1.
- Recta de intersección con el plano x_1x_2: $1 + x_2 = 0$.
- La pendiente de la recta de intersección con el plano x_1x_2: 0.
- Región x_1x_2 donde $w^Tx > 0$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_2 > 0$ representan la región positiva del plano w^Tx.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_2 < 0$ representan la región negativa del plano w^Tx.



g) $1 + x_1 + 2x_2$

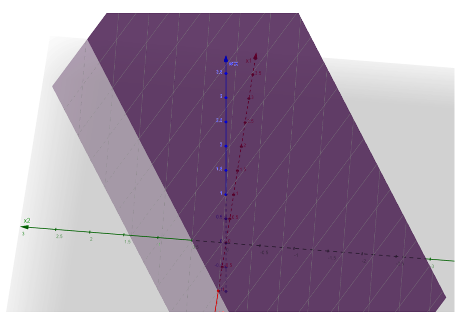
- Cruce con ejes $(-1, 0, 0)$, $(0, -1/2, 0)$, $(0, 0, 1)$, por lo que no cruza con el origen.
- Recta de intersección con el plano x_1x_2: $1 + x_1 + 2x_2 = 0$.

- La pendiente de la recta de intersección con el plano x_1x_2: $-1/2$.
- Región x_1x_2 donde $w^Tx > 0$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_1 + 2x_2 > 0$ representan la región positiva del plano w^Tx.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_1 + 2x_2 < 0$ representan la región negativa del plano w^Tx.



h) $1 + x_1 - 2x_2$

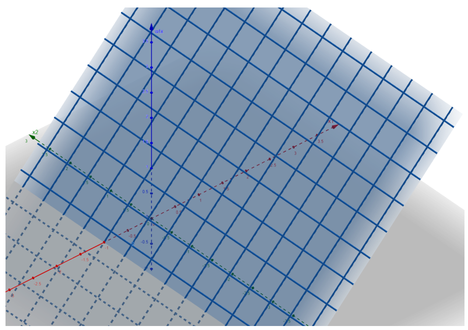
- Cruce con ejes $(-1, 0, 0)$, $(0, 1/2, 0)$, $(0, 0, 1)$, por lo que no cruza con el origen.
- Recta de intersección con el plano x_1x_2: $1 + x_1 - 2x_2 = 0$.
- La pendiente de la recta de intersección con el plano x_1x_2: 2.
- Región x_1x_2 donde $w^Tx > 0$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_1 - 2x_2 > 0$ representan la región positiva del plano w^Tx.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_1 - 2x_2 < 0$ representan la región negativa del plano w^Tx.



i) $1 + x_1$

- Cruza con ejes $(-1, 0, 0)$ $(0, 0, 1)$, por lo que no cruza con el origen.

- Recta de intersección con el plano x_1x_2: $1 + x_1 = 0$.
- La pendiente de la recta de intersección con el plano x_1x_2: 0.
- Región x_1x_2 donde $w^T x > 0$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_1 > 0$ representan la región positiva del plano $w^T x$.
- Todos los puntos que satisfacen $1 + x_1 < 0$ representan la región negativa del plano $w^T x$.



1 Cálculo de los vectores normales

Dado que las expresiones representan ecuaciones de planos en la forma:

$$z = f(x, y) \tag{1}$$

para encontrar el vector normal a cada plano, seguimos estos pasos:

1. Elegimos tres puntos en el plano.
2. Formamos dos vectores a partir de estos puntos.
3. Calculamos el producto cruzado de estos vectores para obtener el vector normal.

1.1 Para $z = 1 + x + y$

Puntos elegidos:
$P_1 = (0, 0, 1)$, $P_2 = (1, 0, 2)$, $P_3 = (0, 1, 2)$
Vectores:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (1, 0, 1), \quad \overrightarrow{P_1P_3} = (0, 1, 1)$$

Cálculo del producto cruzado:

$$\mathbf{N} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1, -1, 1)$$

1.2 Para $z = -2 + x + y$

Puntos elegidos:
$P_1 = (0, 0, -2)$, $P_2 = (1, 0, -1)$, $P_3 = (0, 1, -1)$
Vectores:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (1, 0, 1), \quad \overrightarrow{P_1P_3} = (0, 1, 1)$$

Cálculo del producto cruzado:

$$\mathbf{N} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1, -1, 1)$$

1.3 Para $z = x + y$

Puntos elegidos:
$P_1 = (0, 0, 0)$, $P_2 = (1, 0, 1)$, $P_3 = (0, 1, 1)$
Vectores:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (1, 0, 1), \quad \overrightarrow{P_1P_3} = (0, 1, 1)$$

Cálculo del producto cruzado:

$$\mathbf{N} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1, -1, 1)$$

1.4 Para $z = 1 + 2x + y$

Puntos elegidos:
$P_1 = (0, 0, 1)$, $P_2 = (1, 0, 3)$, $P_3 = (0, 1, 2)$
Vectores:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (1, 0, 2), \quad \overrightarrow{P_1P_3} = (0, 1, 1)$$

Cálculo del producto cruzado:

$$\mathbf{N} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (-1, 0, 1)$$

1.5 Para $z = 1 - 2x + y$

Puntos elegidos:
$P_1 = (0, 0, 1)$, $P_2 = (1, 0, -1)$, $P_3 = (0, 1, 2)$
Vectores:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (1, 0, -2), \quad \overrightarrow{P_1P_3} = (0, 1, 1)$$

Cálculo del producto cruzado:

$$\mathbf{N} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (2, 0, 1)$$

1.6 Para $z = 1 + y$

Puntos elegidos:
$P_1 = (0, 0, 1)$, $P_2 = (1, 0, 1)$, $P_3 = (0, 1, 2)$
Vectores:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (1, 0, 0), \quad \overrightarrow{P_1P_3} = (0, 1, 1)$$

Cálculo del producto cruzado:

$$\mathbf{N} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (0, -1, 1)$$

1.7 Para $z = 1 + x + 2y$

Puntos elegidos:
$P_1 = (0, 0, 1)$, $P_2 = (1, 0, 2)$, $P_3 = (0, 1, 3)$
Vectores:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (1, 0, 1), \quad \overrightarrow{P_1P_3} = (0, 1, 2)$$

Cálculo del producto cruzado:

$$\mathbf{N} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-1, -2, 1)$$

1.8 Para $z = 1 + x - 2y$

Puntos elegidos:
$P_1 = (0, 0, 1)$, $P_2 = (1, 0, 2)$, $P_3 = (0, 1, -1)$
Vectores:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (1, 0, 1), \quad \overrightarrow{P_1P_3} = (0, 1, -2)$$

Cálculo del producto cruzado:

$$\mathbf{N} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = (-1, 2, 1)$$

1.9 Para $z = 1 + x$

Puntos elegidos:
$P_1 = (0, 0, 1)$, $P_2 = (1, 0, 2)$, $P_3 = (0, 1, 1)$
Vectores:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = (1, 0, 1), \quad \overrightarrow{P_1P_3} = (0, 1, 0)$$

Cálculo del producto cruzado:

$$\mathbf{N} = \overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1, 0, 1)$$

2 Resumen de los vectores normales

Expresión $z = f(x, y)$	**Vector normal N**
$1 + x + y$	$(-1, -1, 1)$
$-2 + x + y$	$(-1, -1, 1)$
$x + y$	$(-1, -1, 1)$
$1 + 2x + y$	$(-1, 0, 1)$
$1 - 2x + y$	$(2, 0, 1)$