Sesión 5: Gestión de carteras

Profesor Alberto Bernat

13/05/2025

Repaso previo: rentabilidad

- **Rentabilidad simple de un activo**:
  $$R = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$
- **Rentabilidad esperada**:
  $$E(R) = \sum p_i R_i$$
- **Rentabilidad histórica media**:
  $$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum R_t$$
- **Rentabilidad anualizada** (si hay capitalización):
  $$R_{\text{anual}} = (1 + R_{\text{acum}})^{1/n} - 1$$
- **Rentabilidad de una cartera**:
  $$R_p = \sum w_i R_i$$

Repaso previo: riesgo y volatilidad

- **Volatilidad de un activo** (escenarios):
  $\sigma = \sqrt{\sum p_i (R_i - E(R))^2}$
- **Volatilidad histórica**:
  Desviación típica de los rendimientos.
- **Volatilidad anualizada**:
  $\sigma_{\text{anual}} = \sigma_{\text{mensual}} \cdot \sqrt{12}$
- **Volatilidad de una cartera (2 activos)**:

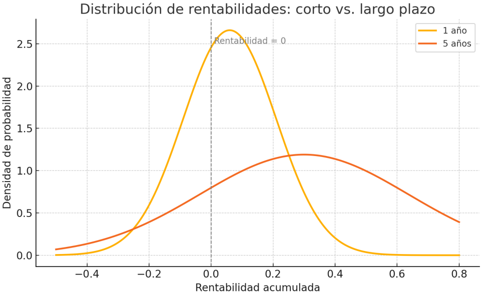
$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}$$

- **Peso de un activo en cartera**:
  $w_i = \frac{V_i}{\sum V_j}$

Repaso previo: diversificación y normalidad

- **Diversificación**:
  - El riesgo de cartera se reduce si $\rho < 1$
  - No es necesario tener muchos títulos para diversificar
  - Incluso con dos activos arriesgados puede lograrse una cartera sin riesgo en condiciones específicas
- **Hipótesis de normalidad**:
  - 68 % de probabilidades: $R \pm \sigma$
  - 95 % de probabilidades: $R \pm 2\sigma$
  - A mayor horizonte temporal, menor probabilidad de rentabilidad negativa si se mantienen R y σ

Riesgo y rentabilidad: visión a largo plazo



- Con $R > 0$ y riesgo estable, la rentabilidad acumulada tiende a ser positiva.
- A más años, menor probabilidad de pérdidas.
- El tiempo y la diversificación ayudan a controlar el riesgo sin sacrificar rentabilidad.

Objetivos de la sesión

- Comprender los principios de la teoría moderna de carteras.
- Analizar la frontera eficiente y la diversificación.
- Explicar el teorema de Tobin y su aplicación práctica.
- Evaluar carteras mediante las métricas Sharpe, Treynor y Jensen.
- Entender el modelo CAPM, la beta y la SML.
- Identificar las tres decisiones clave en la gestión de carteras.

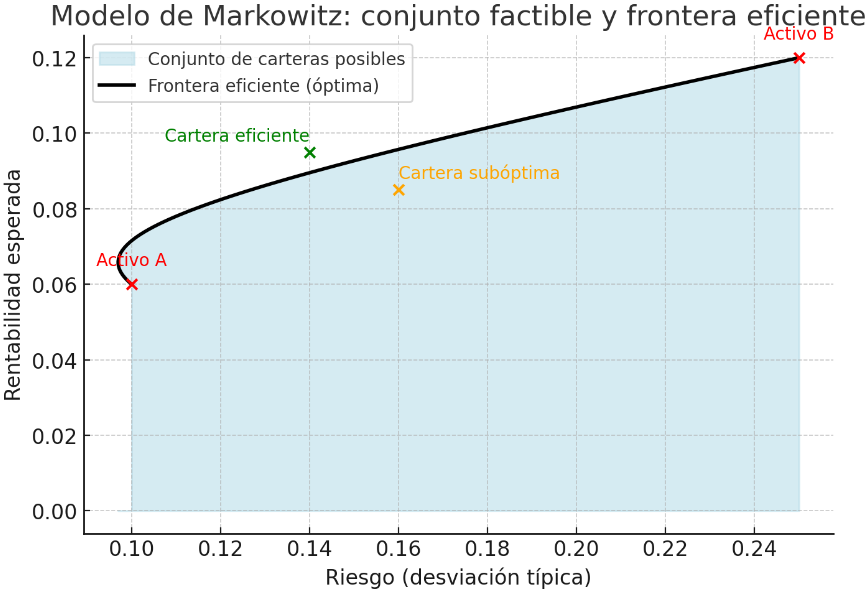
Frontera eficiente: introducción

- La teoría moderna de carteras (Markowitz, 1952) plantea que el riesgo de una cartera depende no solo del riesgo individual de los activos, sino también de su **correlación**.
- Una combinación óptima de activos mejora la relación rentabilidad/riesgo.

Frontera eficiente: fórmula del riesgo conjunto

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}$$

- Si $\rho_{12} < 1$, se logra **diversificación**: riesgo conjunto inferior a la media ponderada de riesgos individuales.


Modelo de Markowitz: conjunto factible y frontera eficiente
Conjunto de carteras posibles
Frontera eficiente (óptima)
Activo B
Cartera eficiente
Cartera subóptima
Activo A
Rentabilidad esperada
0.12
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
0.10
0.12
0.14
0.16
0.18
0.20
0.22
0.24
Riesgo (desviación típica)

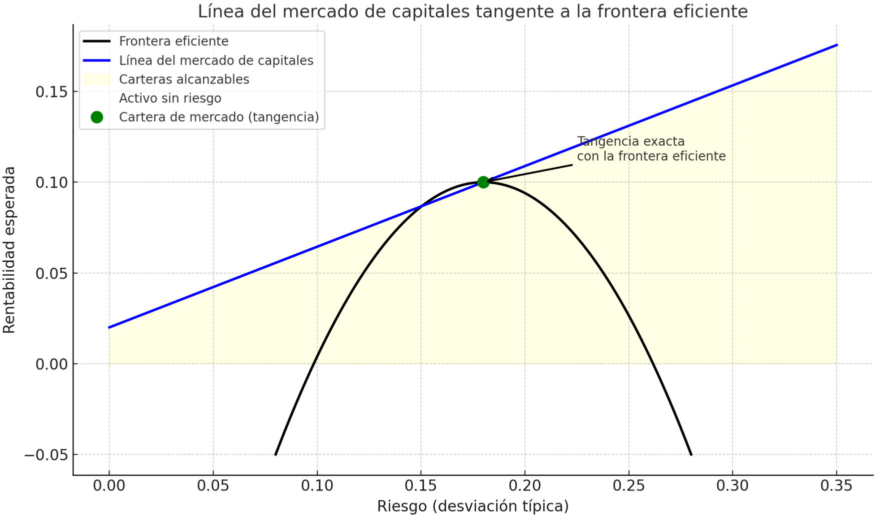
Teorema de separación de Tobin: visión general

- Introduce el **activo sin riesgo**.
- Todos los inversores combinarán dicho activo con la **cartera de mercado**, ajustando el nivel de riesgo según sus preferencias.

Teorema de Tobin: fórmula de la CML

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \cdot \sigma_p$$

- CML: recta tangente a la frontera eficiente desde R_f.
- Aplica solo a **carteras eficientes** (no a activos individuales).


Línea del mercado de capitales tangente a la frontera eficiente
Frontera eficiente
Línea del mercado de capitales
Carteras alcanzables
Activo sin riesgo
Cartera de mercado (tangencia)
Tangencia exacta
con la frontera eficiente
Rentabilidad esperada
0.15
0.10
0.05
0.00
−0.05
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
Riesgo (desviación típica)

SML vs CML: diferencias clave

- CML: relación entre riesgo total (σ) y retorno de carteras eficientes.
- SML: relación entre **riesgo sistemático** (β) y retorno de cualquier activo o cartera.

Medidas de performance: Sharpe

$$S = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

- Rentabilidad en exceso por unidad de riesgo total.
- Cuanto mayor, mejor compensación por riesgo asumido.

Medidas de performance: Treynor

$$T = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}$$

- Mide rentabilidad en exceso por unidad de **riesgo sistemático**.
- Se usa para comparar carteras diversificadas.

Medidas de performance: Jensen (alfa)

$$\alpha_p = R_p - \left[R_f + \beta_p(R_m - R_f)\right]$$

- Mide si el gestor ha aportado valor respecto al CAPM.
- Alfa positivo = rentabilidad superior a la esperada por riesgo.

La beta: sensibilidad al mercado

Dos formas de cálculo:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\sigma_m^2} \quad \text{o} \quad \beta_i = \rho_{i,m} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

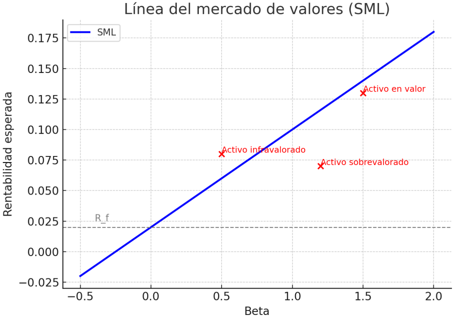
- Si $\beta = 1$, se mueve igual que el mercado.
- Si $\beta > 1$, más volátil.
- Si $\beta < 1$, más defensivo.

CAPM y SML

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f)$$

- Modelo fundamental para valorar activos financieros.
- Establece una relación **lineal** entre riesgo sistemático y retorno.

SML: interpretación gráfica



- Eje X: β
- Eje Y: $E(R)$
- Pendiente $=$ prima de riesgo de mercado
- Activos **sobre la línea**: correctamente valorados
- Activos **por encima**: infravalorados
- Activos **por debajo**: sobrevalorados

Las tres decisiones de la gestión de carteras

1. Asignación de activos

- ¿Cuánto en renta fija, variable, liquidez...?

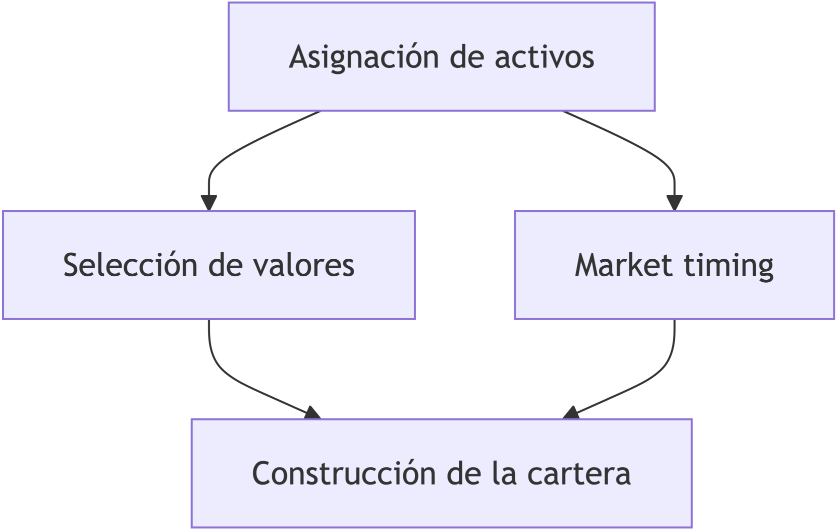
2. Selección de valores (stock picking)

- ¿Qué activos concretos incluir?

3. Market timing

- ¿Cuándo entrar o salir de cada activo o mercado?

Diagrama de fases de la gestión de carteras



Terminología profesional

- Las fases del proceso de gestión de carteras pueden encontrarse tanto en **inglés** como en **español** en la literatura financiera.
- Es habitual hablar de:
  - **Asset allocation** / Asignación de activos
  - **Stock picking** / Selección de valores
  - **Market timing** / Momento de mercado
  - **Portfolio construction** / Construcción de la cartera
- Dominar ambos términos es útil para leer informes, exámenes internacionales y comunicarse en entornos profesionales globales.

Análisis fundamental y técnico

- **Selección de valores**:
  $\rightarrow$ basada en análisis **fundamental** (valor intrínseco, ratios)
  $\rightarrow$ o en análisis **técnico** (precios, patrones, momentum)
- **Market timing**:
  $\rightarrow$ se apoya principalmente en el análisis **técnico**
- Ambos enfoques pueden **complementarse** según el horizonte y estilo de gestión.

Eficiencia del mercado y análisis

- La **hipótesis de eficiencia del mercado** (Fama, 1970) afecta la utilidad del análisis técnico y fundamental.

Tres formas de eficiencia:

- **Débil:** los precios ya reflejan toda la información pasada → el análisis técnico **no es útil**.
- **Semifuerte:** los precios recogen toda la información pública → el análisis fundamental **tampoco aporta ventajas sistemáticas**.
- **Fuerte:** los precios reflejan toda la información pública y privada → **ningún análisis permite batir al mercado**.

- En mercados eficientes, la **asignación estratégica de activos** cobra más importancia que el stock picking o el timing.

Conclusiones

- La diversificación reduce el riesgo y mejora la eficiencia.
- El modelo de Tobin justifica la combinación con el activo sin riesgo.
- CAPM permite estimar la rentabilidad esperada.
- Las métricas Sharpe, Treynor y Jensen ayudan a evaluar al gestor.
- Las decisiones clave de gestión determinan el rendimiento final.

Pregunta para la reflexión

¿Qué influye más en el éxito de una cartera a largo plazo: la asignación entre clases de activos o la selección concreta de títulos?

Ejercicios tipo test

Pregunta 1

A partir de dos títulos con riesgo y utilizando el modelo de Markowitz, ¿es posible formar una cartera con riesgo nulo?

a) No, con 2 títulos con riesgo es imposible formar una cartera sin riesgo.
b) Sí, siempre y cuando las rentabilidades de ambos títulos sean independientes.
c) Sí, siempre y cuando las rentabilidades de ambos títulos estén correlacionadas de forma perfecta y positiva.
d) Sí, siempre y cuando las rentabilidades de ambos títulos estén correlacionadas de forma perfecta y negativa.

Solución 1

La respuesta correcta es la **d**.
Con correlación perfectamente negativa entre dos activos con riesgo, es posible construir una cartera sin riesgo.

Pregunta 2

¿Cuál de las siguientes expresiones se aproxima más al concepto de covarianza?

a) La tendencia de un título a variar su cotización cuando el mercado está en equilibrio.
b) La varianza de un título o de una cartera con respecto al mercado.
c) La probabilidad de que un título sea más volátil que el mercado.
d) La relación estadística existente entre dos variables aleatorias entre sí.

Solución 2

La respuesta correcta es la **d**.
La covarianza mide cómo varían conjuntamente dos variables aleatorias. Es fundamental para calcular la correlación y construir carteras eficientes.

Pregunta 3

Un inversor adquiere una acción con una desviación estándar del 15,05 % y una covarianza con el mercado de 0,025. La rentabilidad del activo sin riesgo es del 1,25 %, y la del mercado del 21 % con desviación estándar del 13,5 %. ¿Cuál será la rentabilidad esperada según el CAPM?

a) 20,54 %
b) 4,91 %
c) 28,34 %
d) 23,05 %

Solución 3

La respuesta correcta es la **c**.
Se aplica la fórmula del CAPM:

$$\beta = \frac{0.025}{0.135^2} = 1.372$$

$$E[R] = 0.0125 + (0.21 - 0.0125) \cdot 1.372 = 0.2834 \rightarrow 28,34\,\%$$

Pregunta 4

Dada una cartera con una rentabilidad esperada del 12 %, volatilidad del 3 % y una beta igual a 0,5. La rentabilidad del mercado es del 18 % y su volatilidad del 25 %. Asumiendo un tipo de interés libre de riesgo del 1,75 %, ¿cuál sería el Alfa de Jensen de la cartera?

a) 18,38 %
b) -2,13 %
c) -18,38 %
d) 2,13 %

Solución 4

La respuesta correcta es la **d**.
Aplicamos la fórmula del Alfa de Jensen:
$\alpha = 0.12 - [0.0175 + (0.18 - 0.0175) \cdot 0.5] = 0.02125 = 2,13\,\%$

Pregunta 5

La Capital Market Line (CML):

a) Depende de la tasa libre de riesgo y de la rentabilidad histórica del mercado.
b) Depende de la tasa libre de riesgo y de la rentabilidad esperada de la cartera de mercado.
c) Es un segmento de la frontera eficiente.
d) Relaciona la rentabilidad esperada del activo con la beta del activo.

Solución 5

La respuesta correcta es la **b**.
La CML relaciona el rendimiento esperado de una cartera eficiente con su riesgo (volatilidad) y depende del activo sin riesgo y de la cartera de mercado.

Pregunta 6

La asignación estratégica de activos es importante para determinar la rentabilidad de las inversiones porque:

a) Ayuda a determinar el rendimiento actual de la cartera.
b) Determina la mayoría de los retornos de la cartera a lo largo del tiempo.
c) Ayuda a determinar la desviación estándar de la cartera.
d) Ayuda a determinar la covarianza de la cartera.

Solución 6

La respuesta correcta es la **b**.
Numerosos estudios concluyen que la asignación estratégica explica la mayor parte del rendimiento de una cartera a largo plazo.

Pregunta 7

¿Cuál de los siguientes fondos se ha comportado mejor que el mercado en términos de ratio de Treynor, si la rentabilidad del activo sin riesgo ha sido de un 1 %?

FONDO A: Rentabilidad 12 %, Volatilidad 8 %, Beta 0,70
FONDO B: Rentabilidad 8 %, Volatilidad 5 %, Beta 0,80
MERCADO: Rentabilidad 10 %, Volatilidad 7 %

a) Fondo A
b) Fondo B
c) Ambos fondos baten al mercado
d) Ninguno de los fondos bate al mercado

Solución 7

La respuesta correcta es la **a**.
Ratio de Treynor:
- Fondo A: $(12\,\% - 1\,\%)/0.70 = 15.71\,\%$
- Fondo B: $(8\,\% - 1\,\%)/0.80 = 8.75\,\%$
- Mercado: $(10\,\% - 1\,\%)/1 = 9\,\%$

Solo el fondo A supera al mercado.

Pregunta 8

Se dispone de 1.000 euros para invertir en dos activos. Un activo con riesgo del que se espera una rentabilidad del 18 % anual con una desviación estándar del 20 %, y un activo sin riesgo que presenta una rentabilidad del 4 % anual. ¿Qué cantidad debería invertirse en el activo con riesgo para que la cartera tenga una volatilidad del 15 %?

a) 750 euros
b) 500 euros
c) 250 euros
d) 150 euros

Solución 8

La respuesta correcta es la **a**.
La proporción a invertir en el activo con riesgo es:
$\dfrac{15\,\%}{20\,\%} = 0.75 \rightarrow 75\,\%$ de 1.000 euros = 750 euros.

Pregunta 9

El fondo tiene una Alfa de Jensen del 2 %, la rentabilidad del fondo del 12 %. Durante el mismo período, la rentabilidad de la cartera de referencia fue del 10 % y la tasa libre de riesgo fue del 3 %. Suponiendo que el CAPM se especifique correctamente y el fondo esté bien diversificado, ¿cuál es la beta del fondo?

a) 0,7
b) 0,8
c) 0,9
d) 1,0

Solución 9

La respuesta correcta es la **d**.
Aplicamos la fórmula del Alfa de Jensen:
$\alpha = E_p - [R_f + (E_m - R_f) \cdot \beta]$
$0.02 = 0.12 - [0.03 + (0.10 - 0.03) \cdot \beta] \Rightarrow \beta = 1$

Pregunta 10

Un asesor financiero dispone de la siguiente hipótesis sobre el mercado y la empresa Beta:

- Tipo de interés libre de riesgo: 0,5 %
- Prima de riesgo del mercado: 5,5 %
- Volatilidad anual de la acción: 45 %
- Volatilidad del mercado: 27 %
- Covarianza: 0,1053

¿Cuál será el coste de capital de la empresa Beta?

a) 7,55 %
b) 9,45 %
c) 8,45 %
d) 4,27 %

Solución 10

La respuesta correcta es la **c**.
Primero calculamos la beta:
$\beta = \dfrac{0.1053}{0.27^2} = 1.444$
Coste de capital:
$E_p = 0.005 + 0.055 \cdot 1.444 = 0.0845 \to 8,45\,\%$