TRACKING ERROR

Alberto Bernat

28/11/2020

59. Si una cartera tiene una volatilidad del 25% y la covarianza que hay entre ella y su mercado es de 0,022, siendo la volatilidad de éste último de un 20%. Si las rentabilidades de la cartera y del mercado son 5,2% y 7% respectivamente, siendo la rentabilidad del activo libre del riesgo un 3%. Calcular el tracking-error de la cartera.

a. 20,12%.

b. 22,45%.

c. 5,04%.

d. 20,37%

La respuesta **correcta es la b**.

- **Datos**:

Volatilidad de la cartera p:

$\sigma_p = 0.25$

Varianaza de la cartera p:

$\sigma_p^2 = 0.25^2$

Covarianza entre la cartera p y el mercado:

$\sigma_{p\ m} = 0.022$

Volatilidad del mercado:

$\sigma_m = 0.20$

Varianaza del mercado:

$\sigma_m^2 = 0.20^2$

Rentabilidad de la cartera p:

$E_p = 0.052$

Rentabilidad del mercado:

$E_m = 0.07$

- Rentabilidad del activo libre del riesgo:

$R_f = 0.03$

En primer lugar, recordamos una de las dos la fórmulas que tenemos para calcular el tracking-error de una cartera,

$$\sigma_{\alpha,p} = \sqrt{\sigma_p^2 - \beta_p^2 \cdot \sigma_m^2}$$

Donde,

- $\sigma_{\alpha,p}$, es la desviación típica (volatilidad o riesgo) del alpha de Jensen respecto de la cartera p.
- σ_p^2, es la varianza de la cartera p.
- β_p^2, es la beta al cuadrado de la cartera p.
- σ_m, es la varianza de la cartera de mercado (o *benchmark*) m.

Podemos observar, que para poder **calcular el tracking error** con los datos que hemos extraido del enunciado, necesitamos **conocer** primero **el valor de la beta** de la cartera p. Para hallar la beta, lo haremos **a través** del modelo de valoración de activos **CAPM**, concretamente con la **ecuación Security Market Line (SML)**:

$$E_{\ p} \ = \ R_{\ f} \ + \left(\frac{E_{\ m} \ - \ R_{\ f}}{\sigma^{\ 2_m}} \right) \sigma_{p,\ m}$$

De forma, que si estas dos ecuaciones son análogas

$$E_p = R_f + (E_m - R_f) \cdot \beta_p$$

es porque beta, es el resultado de dividir la covarianza (entre la cartera p y el mercado) entre la varianza (del mercado):

$$\beta_p = \frac{\sigma_{p,\ m}}{\sigma^{2_m}}$$

donde, al sustituir y calcular tenemos que la beta de la cartera toma un valor de 0.55:

$$\beta_p = \frac{0.022}{0.20^2} = 0.55$$

Nótese que igualmente **podríamos haber despejado la beta, directamente de la SML** para conocer su valor

$$0.052 = \ 0.03 + (0.07 - \ 0.03) \cdot \ \beta_p => \beta_p = 0.55$$

Una vez que tenemos todos los datos, aplicando la fórmula del TE

$$\sigma_{\alpha,\ p} = \sqrt{\sigma_p^2 - \beta_p^2 \cdot \sigma_m^2}$$

al sustituir y calcular

$$\sigma_{\alpha,\ p} \sqrt{0.25^2 - 0.55^2 \cdot 0.20^2}$$

tenemos que el TE es:

$$\sigma_{\alpha,\ p} = 0.22449 (\approx 22,45\%)$$