

# Esame di Linguaggi e Paradigmi di Programmazione (6 CFU)

## Regolamento

- Il tempo a disposizione per la risoluzione degli esercizi di laboratorio è di **20 minuti**.
- Non è consentita la consultazione di appunti, dispense, libri o l'uso di laptop, tablet, ecc.
- Per la risoluzione degli esercizi 1 e 2 è possibile usare un editor a scelta, l'ambiente interattivo GHCi e Hoogle sulla postazione di laboratorio occupata.
- Il tempo a disposizione per la risoluzione degli esercizi 3 e 4 è di **40 minuti**.

## 1 Laboratorio

**Esercizio 1** (7 punti). *Dato il tipo algebrico*

```
data Tree a = Empty | Node a [Tree a]
```

*per rappresentare alberi n-ari, definire una funzione `elements :: Tree a → [a]` che calcola la lista di tutti gli elementi contenuti nell'albero in un ordine a scelta. Usare la ricorsione solo laddove necessario, sfruttando il più possibile le funzioni del modulo `Prelude`. Se opportuno, è ammessa la definizione di funzioni ausiliarie.*

**Esercizio 2** (7 punti). *In riferimento al tipo algebrico `Tree` dell'esercizio precedente, diciamo che un albero è in forma normale se è `Empty` oppure se è costruito senza usare `Empty`. Definire una funzione `normalize :: Tree a → Tree a` che trasforma un albero in forma normale, usando la ricorsione solo laddove è necessario e sfruttando il più possibile le funzioni del modulo `Prelude`. Se opportuno, è ammessa la definizione di funzioni ausiliarie.*

## 2 Teoria

**Esercizio 3** (8 punti). Applicare l'algoritmo di inferenza all'espressione

```
foldr (.) (\x → x)
```

per determinarne il tipo più generale, dove

```
foldr :: (a → b → b) → b → [a] → b  
(.)   :: (b → c) → (a → b) → a → c
```

**Esercizio 4** (8 punti). Dimostrare la proprietà

```
sorted xs == all (uncurry (<=)) (zip xs (tail xs))
```

dove

```
sorted :: Ord a ⇒ [a] → Bool  
sorted [] = True  
sorted [_] = True  
sorted (x : y : xs) = x <= y && sorted (y : xs)
```

Indicare i principi di dimostrazione applicati e giustificare ogni passaggio della dimostrazione:

- proprietà note delle operazioni aritmetiche (es. commutatività e associatività di  $+$  e  $*$ ) possono essere assunte ma vanno comunque **menzionate**;
- eventuali riferimenti a funzioni di libreria (es. con `foldr.1`) vanno accompagnati dalla definizione **completa** della funzione (es. di `foldr`);
- eventuali altre proprietà utilizzate vanno **dimostrate** esplicitamente.