

**TRABAJO FÍN DE MÁSTER:
OBTENCIÓN Y DIBUJO DE CURVAS
REPRESENTATIVAS DE UN
ECLIPSE SOLAR**

Federico Baeza Richer

XX de junio de 2010

Resumen

Se presenta el trabajo fin de máster de título Obtención y dibujo de las curvas representativas de un eclipse solar, correspondiente al Máster en Modelización Matemática, Estadística y Computación (curso 2009-2010). El trabajo, como su nombre indica, consiste en la obtención de todos los parámetros y elementos característicos de un eclipse solar, y del posterior dibujo sobre la esfera terrestre, de todas las curvas representativas. El trabajo fue dirigido por Teodoro López Moratalla (Jefe de la Sección de Efemérides del Real Instituto y Observatorio de la Armada), como responsable de la empresa; y por Alberto Abad (Profesor de Astrodinámica de la Universidad de Zaragoza) como responsable del máster.

1. Generalidades sobre Eclipses

El término eclipse se aplica indistintamente a dos fenómenos provocados por las posiciones relativas de tres astros, el Sol (emisor luminoso) y la Tierra junto con la Luna (cuerpos opacos que interceptan la luz solar).

Un eclipse de Sol se produce cuando este astro es ocultado por el globo de la Luna, interponiéndose entre la Tierra y el Sol. Un eclipse de Sol tiene lugar siempre en fase de Luna Nueva siendo ésta una condición necesaria pero no suficiente para que se produzca el fenómeno.

La condición de Luna Nueva sería suficiente si las órbitas del Sol y de la Luna fueran coplanarias, hecho que no ocurre al ser su inclinación relativa próxima a los 5° , por lo tanto la Luna se encuentra en la mayoría de las ocasiones por debajo o encima de la eclíptica.

Para que se produzca un eclipse de Sol, la Luna debe hallarse en el plano de la eclíptica o en uno muy cercano, en fase de Luna Nueva. Es decir la Luna debe encontrarse en las proximidades de un nodo.

Los eclipses de Luna están determinados por el paso de nuestro satélite por la sombra de la Tierra y siempre suceden en fase de Luna Llena y al igual que en los eclipses solares cuando la Luna se encuentra en el nodo o en sus proximidades.

2. Tipos de Eclipses de Sol

Definición: Se llama cono de sombra al cono formado por las tangentes exteriores del Sol y la Luna y cono de penumbra al formado por las tangentes interiores. El eje común a ambos conos, materializado por la línea que une los centros ópticos de Sol y Luna, se denomina eje de la sombra.

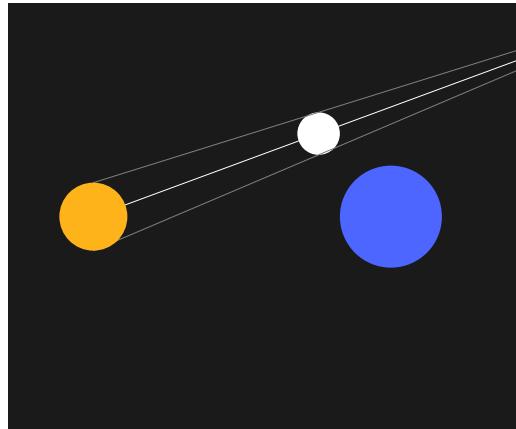


Figura 1: Cono de Sombra

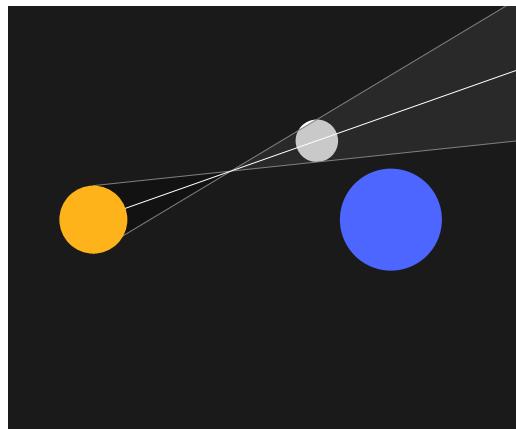


Figura 2: Cono de Penumbra

Se produce un eclipse de Sol cuando el cono de penumbra alcanza algún punto de la superficie terrestre. Según la parte de la Tierra que quede inmersa dentro de los respectivos conos, los eclipses se dividen tradicionalmente en parciales, no centrales y centrales.

Eclipses Parciales son aquellos en los que el cono de sombra no alcanza ningún punto de la superficie terrestre. Estos eclipses siempre se producen en latitudes altas (norte o sur).

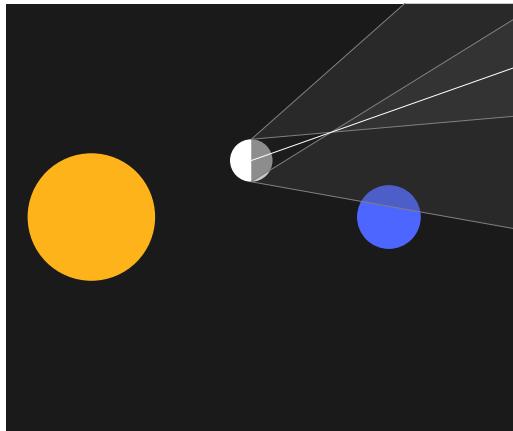


Figura 3: Eclipse Parcial

Eclipses no Centrales son aquellos en los que el cono de sombra sí alcanza algún punto de la superficies terrestre, pero no así el eje de la sombra. Este tipo de eclipses afecta siempre a regiones polares.

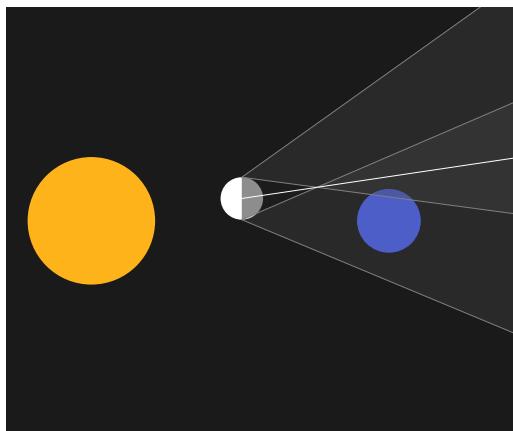


Figura 4: Eclipse no Central

Eclipses Centrales son aquellos en los que el cono de sombra sí alcanza algún punto de la superficies terrestre.

Para este trabajo, y por las implicaciones geométricas y de programación que veremos más adelante, distinguiremos además tres tipos distintos dentro de los Eclipses Centrales.

Eclipses centrales con una sola curva de totalidad, cuando el cono de sombra nunca está totalmente inmerso en la superficie terrestre.

Eclipses centrales con una sola curva de parcialidad, cuando el cono de som-

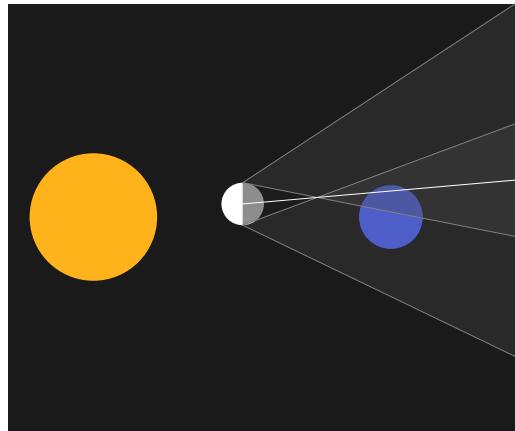


Figura 5: Eclipse Central con una sola curva de totalidad

bra sí llega a estar totalmente inmerso en la superficie terrestre, pero no así el de penumbra.

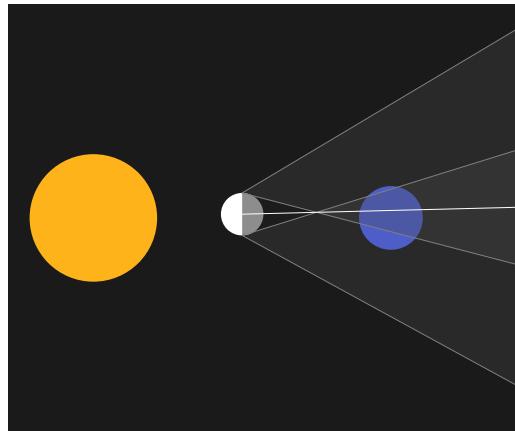


Figura 6: Eclipse Central con una sola curva de parcialidad

Eclipses centrales con ambas curvas de parcialidad, cuando el cono de penumbra, en algún momento sí llega a estar totalmente inmerso en la superficie terrestre.

Dentro de los eclipses centrales, a su vez se subdividen en anulares, totales y totales-anulares.

Cuando el diámetro lunar es menor que el solar, esto ocurre cuando la Luna se encuentra en las proximidades del apogeo, ésta no cubre totalmente el disco solar y el eclipse se llama anular.

Cuando, por el contrario, el diámetro lunar es mayor que el solar, el eclipse

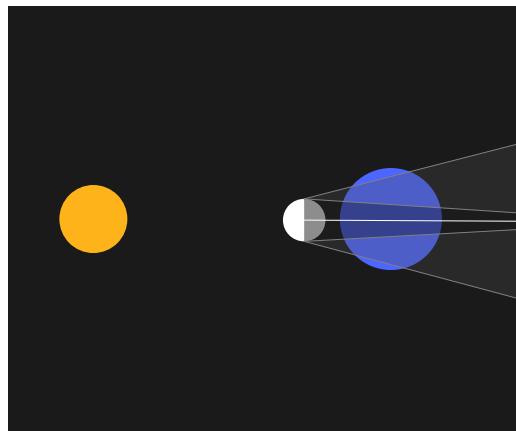


Figura 7: Eclipse Central con ambas curvas de parcialidad

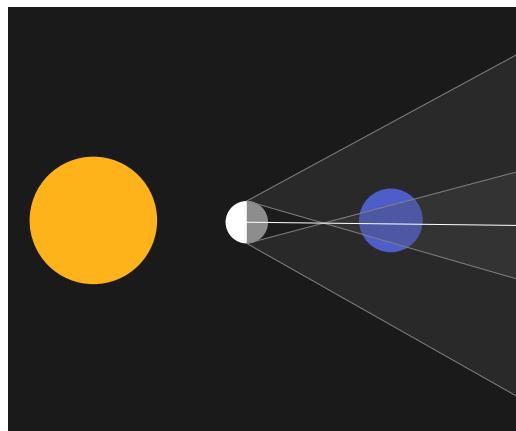


Figura 8: Eclipse Anular

se llama total. Esto ocurre cuando la Luna se encuentra en las proximidades del perigeo y no cubre totalmente el disco solar.

Cuando en el algún punto de la Tierra el eclipse se ve como anular y en algún otro como total, se le llama total-anular.

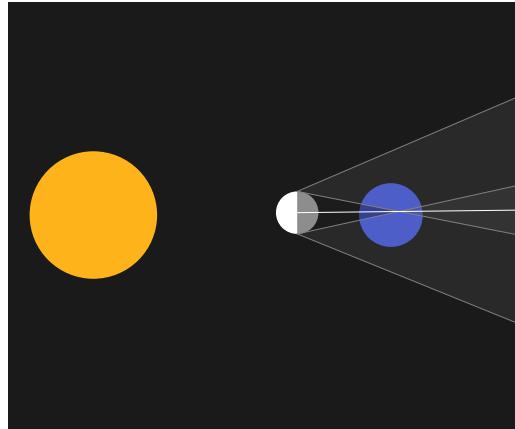


Figura 9: Eclipse Total

3. Parámetros y curvas características de los eclipses solares

3.1. Datos y parámetros descriptivos del eclipse

- Tipo de eclipse según la parte de la Tierra que queda en los distintos conos: Parcial, no Central, Central una sola curva de totalidad, Central con una sola curva de parcialidad y Central con ambas curvas de parcialidad.
- Para los eclipses centrales distinguir además si son totales, anulares o totales-anulares.
- Magnitud del eclipse. Se mide en el máximo del eclipse. Para los eclipses parciales y totales es la distancia entre el borde del Sol más próximo al centro de la Luna y el borde de la Luna más próximo al centro del Sol, dividido por el diámetro solar. En los anulares es la relación entre los diámetros de la Luna y del Sol.

3.2. Parámetros en conjunción en Ascensión Recta

Son los siguientes datos, para el instante en que el Sol y la Luna tienen la misma ascensión recta.

- Hora de la conjunción.
- Declinación de Sol y Luna.
- Paralaje horizontal ecuatorial de Sol y Luna (hacen referencia a la distancia a la Tierra).
- Semidiámetro verdadero de Sol y Luna (hacen referencia al tamaño visual).

3.3.

3.4. Instantes y puntos característicos

- Principio y fin del eclipse parcial.
- Principio y fin del eclipse total/anular.
- Principio y fin de la curva central del eclipse.
- Contactos interiores del cono de sombra.
- Contactos interiores del cono de penumbra.
- Máximo del eclipse. Es el instante de máxima proximidad del eje de la sombra al centro de la Tierra. Para un eclipse central el punto de máximo es el de corte del eje con la Tierra en ese instante. Para un eclipse no central es el punto de la Tierra más cercano al eje en ese instante (lógicamente es un punto con su máximo de eclipse en el horizonte).
- Eclipse central al mediodía. Punto de la curva central que tiene el máximo del eclipse al Norte o al Sur.
- Coincidencia de las curvas de máximo en el horizonte con las curvas límite Norte/Sur sombra/penumbra.

3.5. Curva de eclipse central

Es el lugar geométrico de los puntos de corte del eje de la sombra con la Tierra.

3.6. Curvas de contacto en el horizonte

Son las cuatro curvas siguientes, formadas por los puntos a los que les ocurre lo que se explica a continuación:

- Fin del eclipse al orto: En el momento en que aparece el Sol por el horizonte finaliza el eclipse. Es el límite occidental del eclipse.
- Inicio del eclipse al orto: En el momento en que aparece el Sol por el horizonte comienza el eclipse. Es el límite occidental de los puntos que pueden ver todo el eclipse por encima del horizonte.
- Fin del eclipse al ocaso: Coincide el ocazo con el fin del eclipse. Es el límite oriental de los puntos que pueden ver todo el eclipse por encima del horizonte.
- Inicio del eclipse ocazo: En el momento del ocazo ocurre el inicio del eclipse. Es el límite oriental de visualización del eclipse.

3.7. Curvas de máximo de eclipse en el horizonte

El instante de máximo del eclipse, máxima occultación del disco solar por parte de la Luna, se produce cuando el Sol está en el horizonte. Lógicamente hay dos curvas:

- Curva de máximo al orto: Al orto es el máximo del eclipse y conforme sale el Sol va disminuyendo el eclipse. Esta curva se encuentra entre las de inicio y fin del eclipse al orto.
- Curva de máximo al ocaso: Comienza el eclipse y va aumentando conforme va bajando el Sol coincidiendo el ocaso con el máximo. De forma análoga esta curva se encuentra entre las de inicio y fin del eclipse al ocaso.

3.8. Curvas límite Norte y Sur

Puntos de la Tierra más al norte y más al sur desde donde se puede ver el eclipse.

3.9. Curvas instantáneas del eclipse

Cortes del cono de penumbra con la Tierra para un instante determinado. Incluye lógicamente los puntos para los que empieza el eclipse en ese momento, para los que termina, así como lo límites Norte y Sur para los que el eclipse consiste en un solo punto instantáneo.

4. Sistema Fundamental de Coordenadas

Es un sistema geocéntrico. El eje z es paralelo al eje de sombra, positivo en el sentido Tierra-Luna. El plano fundamental es el perpendicular al eje z por el origen y en él se sitúan los ejes x e y . El eje x es la intersección del ecuador con el plano fundamental, positivo hacia el Este. El eje y forma un triángulo directo con los otros dos. El plano del observador es el plano paralelo al fundamental que pasa por la situación del observador. Las coordenadas de los puntos en este sistema de referencia se denotarán por ξ , η y ζ .

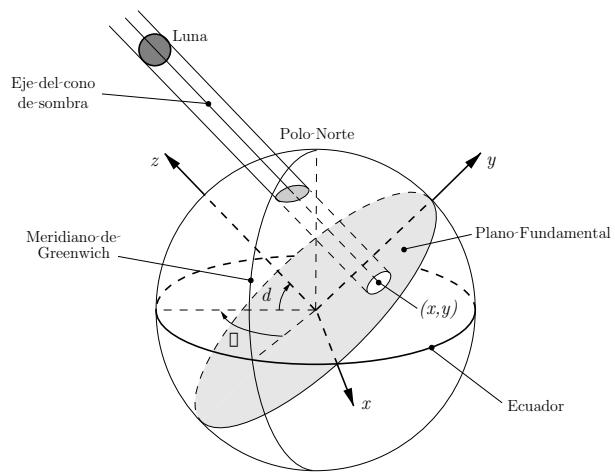


Figura 10: Sistema fundamental de coordenadas

5. Elementos Besselianos

Los elementos besselianos son un conjunto de funciones dependientes del tiempo que describen la geometría del eclipse. Estos elementos son:

- x, y : Coordenadas, en el sistema fundamental, de la intersección del eje de la sombra con el plano fundamental. Se dan en unidades de radio ecuatorial terrestre.
- d, μ : Declinación y ángulo horario en Greenwich del eje de la sombra (y del eje z). Se dan en grados sexagesimales.
- l_p, l_s : Radios, en unidades del radio ecuatorial terrestre, de las respectivas intersecciones de los conos de sombra y penumbra con el plano fundamental. Por convenio, estos radios tienen el mismo signo que la coordenada z del vértice del cono correspondiente. Así, l_p es siempre positivo, mientras que l_s puede ser positivo, negativo o nulo.
- i_p, i_s :

6. Métodos clásicos frente a método utilizado

7. Datos utilizados para los eclipses y su lectura

Datos del JPL

8. Funciones auxiliares utilizadas

8.1. Formatos de horas, grados y radianes

- *hms2h*: Paso de horas, minutos y segundos a horas.
- *h2hms*: Paso de horas a horas, minutos y segundos.
- *gms2rad*: Paso de grados, minutos y segundos a radianes.
- *rad2gms*: Paso de radianes a grados, minutos y segundos.
- *grad2gm*: Paso de grados a grados y minutos.
- *hms2rad*: Paso de horas, minutos y segundos a radianes.
- *rad2hms*: Paso de radianes a horas, minutos y segundos.
- *hms2gms*: Paso de horas, minutos y segundos a grados, minutos y segundos.
- *gms2hms*: Paso de grados, minutos y segundos a horas, minutos y segundos.
- *h2hms*: Paso de horas a minutos y segundos.

8.2. Fechas y tiempos

- *diajuliano*: A partir del día, mes y año se obtiene el día juliano.
- *tsidmedloc*: Da el tiempo sidéreo medio local, a partir del día, mes, año, hora UT y longitud.
- *cormerefe, coramerefe*: Corrección en grados de longitud debido a la diferencia entre el Tiempo Terrestre (en el que figuran los datos) y el Tiempo Universal Coordinado (por el que nos regimos).

8.3. Transformación de coordenadas

- *ecu2cart*: Paso de coordenadas polares a cartesianas en sistema ecuatorial.
- *cart2ecu*: Paso de coordenadas cartesianas a polares en sistema ecuatorial.
- *Rx*: Rotación en torno a *eje x*.
- *Ry*: Rotación en torno a *eje y*.
- *Rz*: Rotación en torno a *eje z*.
- *Matcambcoor*: Matriz de cambio de coordenadas de sistema fundamental a ecuatorial (referido a Greenwich) dados los elementos besselianos d y μ .
- *matcambcoor*: Matriz de cambio de coordenadas de sistema fundamental a ecuatorial (referido a Greenwich) para un instante determinado.
- *cambcoorcart*: Paso de coordenadas cartesianas de sistema fundamental a ecuatorial (referido a Greenwich) para un instante determinado.

- *geodes2geocen*: Paso latitud geodésicas y altura a latitud geocéntrica y distancia radial.
- *latgeocen2latgeode*: Paso de latitud geocéntrica a geodésica.
- *ecu2ecli*: Paso de coordenadas polares de sistema ecuatorial a eclíptico.
- *ecli2ecu*: Paso de coordenadas polares de sistema eclíptico a ecuatorial.
- *correcluna*: Corrección de coordenadas de la Luna por diferencia entre centro de masas y centro geométrico.

8.4. Funciones geométricas del elipsoide

- *radeliphor*: Valor del semieje menor de la elipse fundamental (corte de plano fundamental con elipsoide terrestre) para cada valor del *elemento d*.
- *disEjeElip*: Distancia con signo (positiva exterior, negativa interior) de un punto a una elipse.

8.5. Coordenadas geográficas en cada instante de punto de elipse fundamental más próximo a eje de sombra

- *$\xi\eta$ fun*: Coordenadas fundamentales de punto elipse fundamental más próximo a eje de sombra.
- *$\xi\eta$ fun2xyz*: Coordenadas cartesianas en sistema ecuatorial referido a Greenwich.
- *$\xi\eta$ fun2ecu*: Coordenadas polares en sistema ecuatorial referido a Greenwich.
- *$\xi\eta$ fun2lonlat*: Coordenadas geográficas de dicho punto.

8.6. Coordenadas en sistema fundamental en cada instante, de cualquier punto del elipsoide

- *lonlatt2xyz*, *lonlatth2xyz*: Coordenadas cartesianas ecuatoriales (referidas a Greenwich) de cualquier punto terrestre (sin o con elevación respecto a la superficie).
- *lonlatt2 $\xi\eta\zeta$* , *lonlatth2 $\xi\eta\zeta$* : Idem pero ya en coordenadas fundamentales.

8.7. Funciones corte eje de sombra con elipsoide y duración totalidad en eje

- *corteejeelip2 $\xi\eta\zeta$* : Coordenadas en sistema fundamental del punto de corte de eje de sombra con elipsoide, dados los elementos besselianos.
- *corteejeelip2xyz*: Coordenadas en sistema ecuatorial referido a Greenwich del punto de corte.
- *corteejeelip2lonlat*: Coordenadas geográficas del punto de corte.

- *corteelip*: Coordenadas geográficas del punto de corte para un instante determinado.
- *deltamenosL*: Da la distancia de un punto al borde del cono de sombra para un instante determinado.
- *deltamenosLt*: Igual que la anterior pero los valores para un intervalo de tiempos en torno al instante actual.
- *duraciontoteje*: Da el tiempo (en minutos y segundos) de totalidad de un punto en torno a un instante determinado.
- *puntoejedur*: Igual que el anterior pero devolviendo además la hora y la posición.

8.8. Funciones corte cono de penumbra con elipse fundamental

- *cortehor*: Coordenadas en sistema fundamental de los puntos de corte del cono de penumbra con elipse fundamental, dados los elementos besselianos.
- *cortehor2xyz*: Coordenadas en sistema eucatorial referido a Greenwich de los puntos de corte.
- *cortehor2lonlat*: Coordenadas geográficas de los puntos de corte.
- *cortehor2lonlatt*: Coordenadas geográficas de los puntos de corte para un instante determinado.

8.9. Funciones corte cono de penumbra con elipsoide

- *corteconopelip2ξηζ*: Coordenadas en sistema fundamental de los puntos de corte del cono de penumbra con elipsoide, dados los elementos besselianos.
- *corteconopelip2xyz*: Coordenadas en sistema eucatorial referido a Greenwich de los puntos de corte.
- *corteconopelip2lonlat*: Coordenadas geográficas de los puntos de corte.
- *corteconopelip*: Coordenadas geográficas de los puntos de corte para un instante determinado.

8.10. Funciones curvas límite Norte y Sur por tangentear cono

- *elxelylpipdμ2ζQ*: Coordenadas en sistema fundamental de los puntos límite, dados los elementos besselianos.
- *elxelylpipdμ2xyz*: Coordenadas en sistema eucatorial referido a Greenwich de los puntos límite.
- *elxelylpipdμ2lonlat*: Coordenadas geográficas de los puntos de límite.
- *puntoslimitep*: Coordenadas geográficas de los puntos límite del cono de penumbra para un instante determinado.

- *puntoslimites*: Coordenadas geográficas de los puntos límite del cono de sombra para un instante determinado.

8.11. Funciones curvas límite Norte y Sur por estar el eclipse bajo el horizonte

- *climite2ξηζ*: Coordenadas en sistema fundamental de los puntos límite, dados los elementos besselianos.
- *climite2xyz*: Coordenadas en sistema eucatorial referido a Greenwich de los puntos límite.
- *climite2lonlat*: Coordenadas geográficas de los puntos de límite.
- *climite*: Coordenadas geográficas de los puntos límite para un instante determinado.

8.12. Funciones curvas de máximo de eclipse al orto/ocaso

- *maxhor2ξηζ*: Coordenadas en sistema fundamental de los puntos de máximo en el horizonte, dados los elementos besselianos.
- *maxhor2xyz*: Coordenadas en sistema eucatorial referido a Greenwich de los puntos de máximo en el horizonte.
- *maxhor2lonlat*: Coordenadas geográficas de los puntos de límite.
- *maxhor*: Coordenadas geográficas de los puntos de máximo en el horizonte para un instante determinado.

8.13. Funciones para hallar los puntos de corte de las curvas de máximo en el horizonte con las límites Norte y Sur de conos de penumbra y de sombra

-
-
-
-
-

9. Simplificaciones utilizadas

10. Algoritmos obtención de puntos y curvas

10.1. Distancias del eje de sombra a la elipse fundamental

Se calcula para cada instante, la distancia de eje de sombra a la elipse fundamental, considerándola positiva si el eje está fuera de la eclipse y negativa si se encuentra en el interior. Este valor, por sí mismo, o comparado con el radio de los conos de sombra/penumbra, permiten saber si hay curva central y si hay contactos exteriores o interiores.

10.2. Instantes y Puntos de contacto con elipsoide

Se calcula el instante para el cual la distancia desde el eje de sombra a la elipse del plano fundamental, coincide con el radio del cono de sombra/penumbra en el plano fundamental. Se calcula para dichos instantes los puntos de tangencia y se obtiene posición geográfica.

10.3. Curva central del Eclipse

Se calcula para distintos instantes el punto de corte del eje de sombra con el elipsoide. Se obtienen lógicamente dos puntos y se desecha el de $seta < 0$.

10.4. Curva de contacto en el horizonte

Son, para cada instante, los puntos de la elipse fundamental, para los cuales la distancia al eje de sombra coincide con el radio del cono en el plano fundamental. Se desechan las soluciones no reales.

10.5. Curva de máximo en el horizonte

Son los puntos de la elipse fundamental, para los cuales la función $l - delta$ tiene un máximo. De las soluciones obtenidas se mantienen exclusivamente las de puntos reales y que además $l - delta > 0$.

10.6. Curvas límite Norte y Sur

Se distinguen dos casos distintos, por un lado los puntos, que estando sobre el horizonte, sólo alcanzan a ver la tangencia de Sol y Luna, y por otro los puntos que estando inmersos en el cono de sombra/penumbra, tienen el eclipse por debajo del horizonte y sólo alcanzan a llegar a $seta = 0$. Los primeros son puntos a la vez del elipsoide y del cono ($delta = L$), para los cuales la función $L - delta$ tiene un máximo. Por facilidad computacional y por ser equivalente en este caso, se maximiza la función $L^2 - delta^2$. Se eliminan las soluciones imaginarias y las que dan un valor de $seta < 0$. Para el segundo caso se calculan los puntos que maximizan la función $seta$ y que además cumplen $seta = 0$. Se mantienen sólo las soluciones reales y para las que $l - delta > 0$.

10.7. Curvas instantáneas del eclipse

Son los puntos, para cada instante, de corte del cono de penumbra con el elipsoide terrestre. Lo que se hace es para distintos $seta > 0$, los puntos de corte del cono con la elipse de cada plano. Se mantienen sólo las soluciones reales.

11. Dibujo en Planisferio

Referencias

- [1] W. M. SMART, (1977): Textbook on Spherical Astronomy.
- [2] F. JAVIER GIL CHICA (1996): Teoría de eclipses, occultaciones y tránsitos.
- [3] JEAN MEEUS, (1989): Elements of Solar Eclipses 1951-2200.
- [4] BAO-LIN LIU, ALAN D. FIALA (1992): Canon of Lunar Eclipses 1500 B.C.- A.D. 3000.
- [5] ORUS, J.J., CATALA, M.A., (1987) Apuntes de Astronomía Tomo I.
- [6] F. ESPENAK, (1997): Total Solar Eclipse of 1999 August 11. ed. NASA (RP1398).
- [7] DWIGHT ENNIS, (2000): Eclipses and the Moon's Nodes.
<http://www.astrologyclub.org/articles/nodes/nodes.htm>
- [8] JUAN CARLOS C., MIQUEL S.-R.(2003): Unidad Didáctica Eclipses.
<http://www.fecyt.es/semanadelaciencia2003/eclipse/pdf/UDA.pdf>