Eclipses

T.N. Héctor Esteban Pinillos

Real Instituto y Observatorio de la Armada
29 de Noviembre de 2004

1. Introducción

El término eclipse se aplica indistintamente a dos fenómenos provocados por las posiciones relativas de tres astros, el Sol (emisor luminoso) y la Tierra junto con la Luna (cuerpos opacos que interceptan la luz solar).

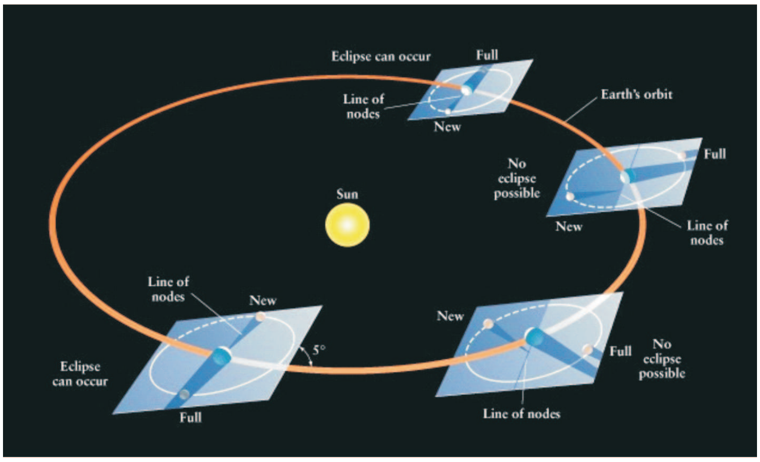

Figura 1: Posiciones relativas de Sol, Tierra y Luna y de los conos de sombra en distintas configuraciones.

2. Eclipses de Sol

Un eclipse de Sol se produce cuando este astro es ocultado por el globo de la Luna, interponiéndose entre la Tierra y el Sol. Un eclipse de Sol tiene lugar siempre en fase de Luna Nueva siendo ésta una condición necesaria pero no suficiente para que se produzca el fenómeno.

La condición de Luna Nueva sería suficiente si las órbitas del Sol y de la Luna fueran coplanarias, hecho que no ocurre al ser su inclinación relativa próxima a los 5°, por lo tanto la Luna se encuentra en la mayoría de las ocasiones por debajo o encima de la eclíptica.

Para que se produzca un eclipse de Sol, la Luna debe hallarse en el plano de la eclíptica o en uno muy cercano, en fase de Luna Nueva. Es decir la Luna debe encontrarse en las proximidades de un nodo.

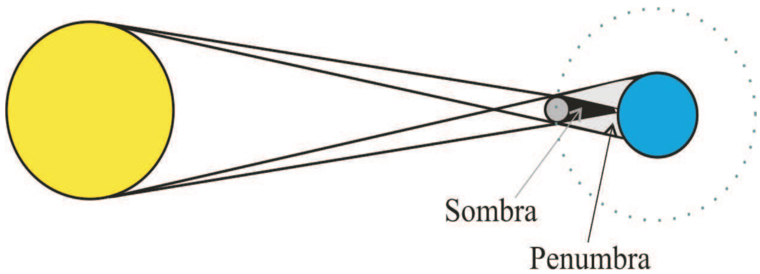

Figura 2: Eclipse de Sol.

Cuando el diámetro lunar es menor que el solar, esto ocurre cuando la Luna se encuentra en las proximidades del apogeo, ésta no cubre totalmente el disco solar y el eclipse se llama anular.

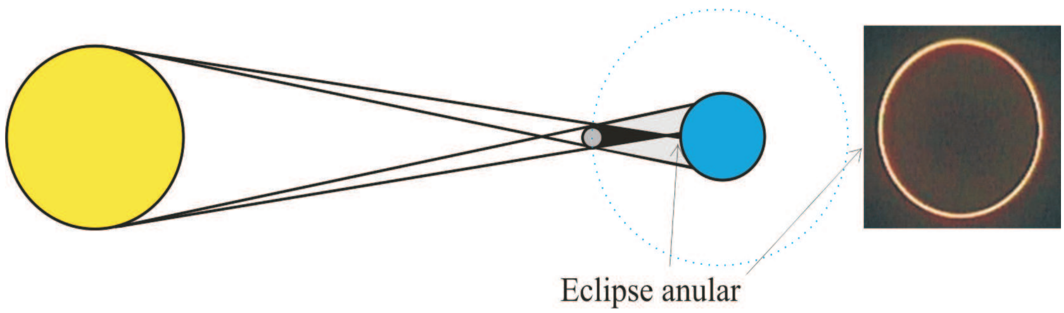

Figura 3: Eclipse anular de Sol.

2.1. Límites eclípticos para un eclipse de Sol

Para el cálculo de los límites eclípticos me baso en la figura 4, donde S y M son las posiciones del Sol y de la Luna Nueva en el instante de conjunción en ascensión recta y $S1, M1$ las posiciones de estos dos astros un tiempo después. Durante el desarrollo matemático posterior se va a utilizar la siguiente nomenclatura: $MM1 = y$, $SN1 = x$, $M1S1 = D$, $MS = B$ y $SS1 = my\cos i$.

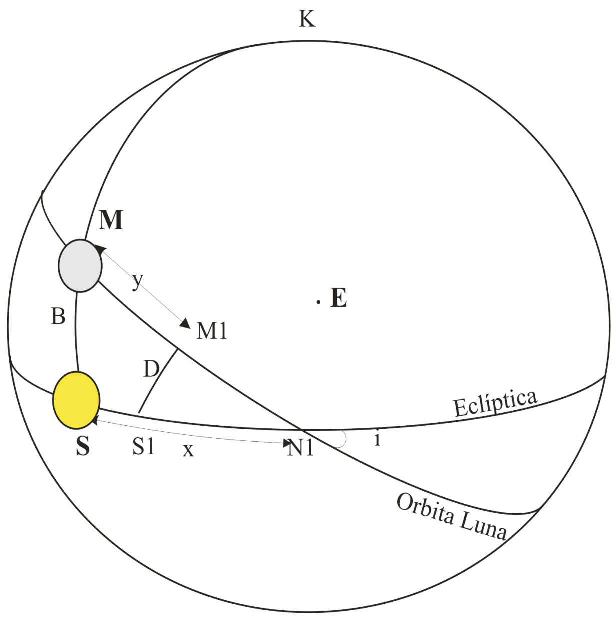

Figura 4: Posiciones relativas del Sol, Tierra y Luna instantes antes de un eclipse.

Trabajando en el triángulo esférico $MN1S$ como si fuese plano, se obtiene:

$$S1N1 = B\cot i - my\cos i,$$
$$M1N1 = B\csc i - y.$$

Ahora aplicando el teorema del coseno en el triángulo $M1N1S1$, considerándolo plano:

Pudiéndose escribir también como:

$$D^2 = \left(1 - 2\,m\cos^2 i + m^2\cos^2 i\right)^2 \left(y - \frac{B\sin i}{1 - 2\,m\cos^2 i + m^2\cos^2 i}\right)^2 + \frac{B^2(1-m)^2\cos^2 i}{1 - 2\,m\cos^2 i + m^2\cos^2 i}.$$

Cuyo valor mínimo es directamente su tercer término, al ser los dos primeros intrínsecamente positivos y anularse el segundo para un determinado valor de y:

$$D^2 = \frac{B^2(1-m)^2\cos^2 i}{1 - 2\,m\cos^2 i + m^2\cos^2 i};$$

o también:

$$D = \frac{B(1-m)\cos i}{(1-2\,m\cos^2 i + m^2\cos^2 i)^{1/2}}.$$

Si ahora se introduce una nueva variable j definida mediante la ecuación:

$$tanj = \frac{tani}{1-m}$$

donde $m = \frac{1 \text{ ciclo}/365 \text{ días}}{1\text{ciclo}/27{,}2 \text{ días}}$ e i (inclinación) $\simeq 5\overset{\circ}{,}15$, la expresión anterior queda simplificada significativamente:

$$D = Bcosj$$

Los posibles valores de D, para un eclipse de Sol parcial, se calculan gracias a la figura 5:

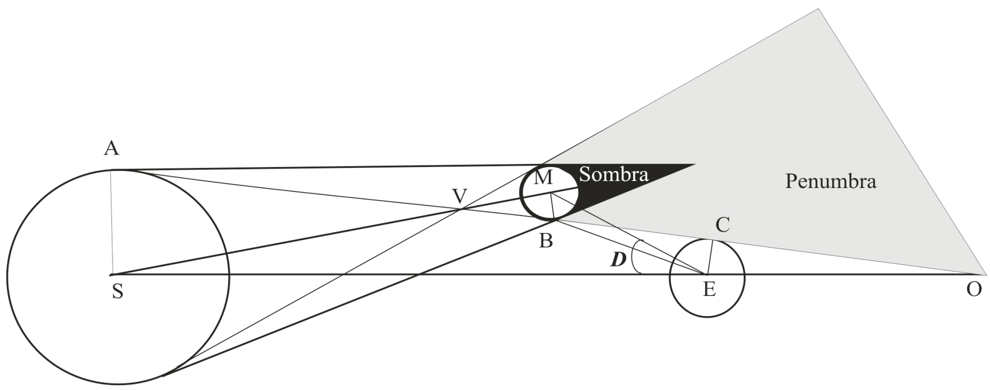

Figura 5: Máximo valor del ángulo subtendido por el Sol y la Luna para un eclipse de Sol parcial.

$D = B\hat{E}S + M\hat{E}B$, como MB es casi perpendicular a EB se puede aproximar $M\hat{E}B$ a $S1$ (Semidiámetro Aparente de la Luna). $B\hat{E}S = O\hat{B}E + E\hat{O}B$ y $O\hat{B}E = C\hat{B}E =$ paralaje horizontal de B, que se puede aproximar a $P1$ (Paralaje Horizontal de la Luna). S (Semidiámetro Aparente del Sol) $-$ P (Paralaje Horizontal del Sol). Finalmente se obtiene que $D = S + S1 + P1 - P$.

Operando del mismo modo en la figura 6, para un eclipse de Sol total, tenemos que el ángulo $D = B\hat{E}S + M\hat{E}B = B\hat{E}S + S1$; en el triángulo AEV el ángulo restante es $180° - (S+P)$ y en el triángulo EVB el ángulo $B\hat{E}S = 180° - ((S+P) + 180° - P1) = -S - P + P1$ obteniéndose finalmente un valor de $D = -S + S1 + P1 - P$.

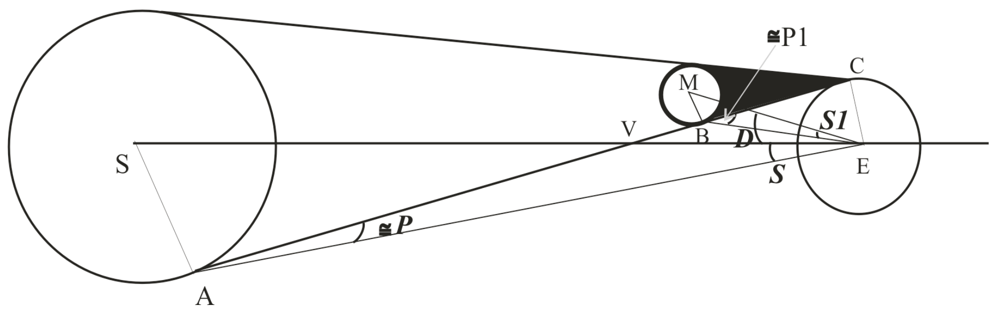

Figura 6: Máximo valor del ángulo subtendido por el Sol y la Luna para un eclipse de Sol total.

	S	$S1$	P	$P1$	i
Máximo	$16',3$	$16',8$	$0',1$	$61',5$	$5^\circ 18',6$
Mínimo	$15',8$	$14',7$	$0',1$	$53',9$	$4^\circ 58',8$

Cuadro 1: Valores de los parámetros para el cálculo de los límites eclípticos

Para que un eclipse tenga lugar $B < D \sec i$. El valor de x en la figura 4, se obtiene mediante el triángulo esférico $MNS1$, utilizando la expresión $\sin x = \tan B \cot i$. Como los valores de $i, S, S1, P$ y $P1$ no son fijos, se suelen tomar los valores máximos y mínimos de estas cantidades para obtener el máximo y mínimo valor de x, o lo que es lo mismo, el límite eclíptico superior e inferior.

Límite eclíptico superior: máxima distancia del Sol al nodo en el instante de conjunción en ascensión recta Sol-Luna Nueva, para que pueda existir un eclipse.

Límite eclíptico inferior: mínima distancia del Sol al nodo en el instante

	D	i	x arcsin(tan B cot i)
Parcial	$(S + S1 + P1 - P)$ Valores Máximos	$4^\circ 58',8$	$18^\circ,4$
	$(S + S1 + P1 - P)$ Valores Mínimos	$5^\circ 18',6$	$15^\circ,4$
Total	$(-S + S1 + P1 - P)$ Valores Máximos	$4^\circ 58',8$	$11^\circ,8$
	$(-S + S1 + P1 - P)$ Valores Mínimos	$5^\circ 18',6$	$9^\circ,4$

Cuadro 2: Límites eclípticos para un eclipse de Sol

de conjunción en ascensión recta Sol-Luna Nueva, para asegurar que exista un eclipse.

3. Eclipses de Luna

Los eclipses de Luna están determinados por el paso de nuestro satélite por la sombra de la Tierra y siempre suceden en fase de Luna Llena y al igual que en los eclipses solares cuando la Luna se encuentra en el nodo o en sus proximidades.

Dentro de los eclipses de Luna se pueden clasificar en totales, parciales, penumbral total y penumbral parcial, como se muestra en la siguiente figura:

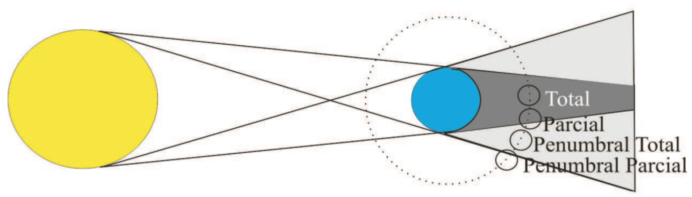

Figura 7: Tipos de eclipse de Luna.

3.1. Límites eclípticos para un eclipse de Luna

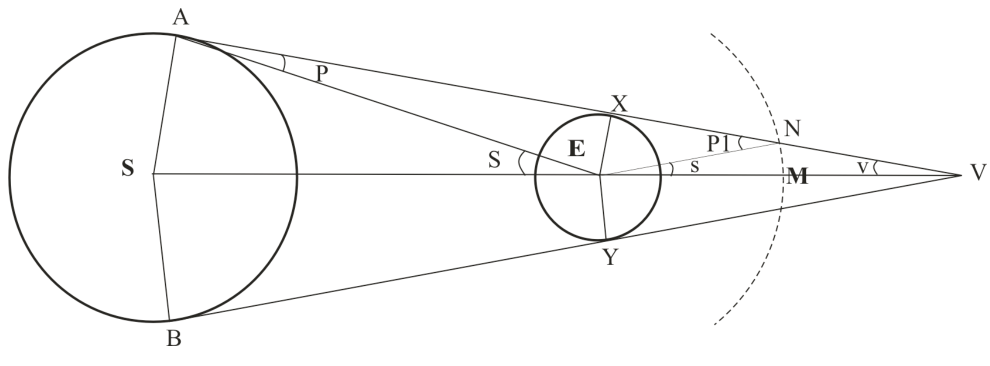

Figura 8: Determinación del ángulo subtendido por el cono de sombra.

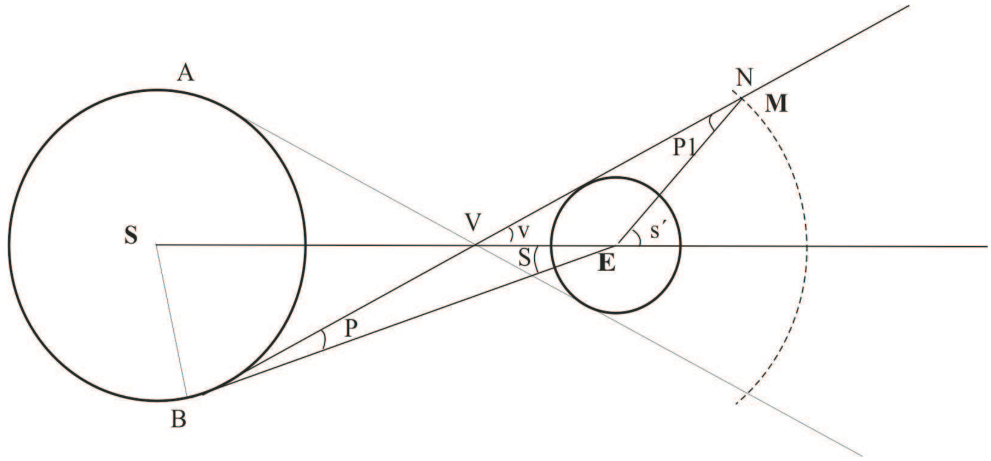

Figura 9: Determinación del ángulo subtendido por el cono de penumbra.

Los límites eclípticos para un eclipse lunar, se calculan igual que para uno solar, donde las posiciones M y S de la figura 4 son ahora las posiciones de la Luna Llena y de la sombra del Sol en el instante en que ambos astros estás en oposición en ascensión recta.

Lo único que falta por calcular es el valor del parámetro D, que viene expresado como una suma de dos factores, por un lado el ángulo subtendido por el cono de sombra s (o por el cono de penumbra s') y por el otro por el semidiámetro aparente de la Luna $S1$. El valor de s se obtiene mediante trigonometría plana en la figura 8.

En el triángulo ENV obtengo que $P1 = s + v$, en el triángulo AEV obtengo $S = P + v$, y así directamente el ángulo $s = P + P1 - S$. Si le añadimos un dos por ciento por efecto de la absorción atmosférica, el valor final de $s = 1{,}02(P + P1 - S)$.

Operando del mismo modo en la figura 9 obtengo s'. En el triángulo BEV obtengo $v = S + P$, en el triángulo EVN obtengo $s' = P1 + v$, por lo que directamente el ángulo $s' = P + P1 + S$. Si le añadimos un dos por ciento por efecto de la absorción atmosférica, el valor final de $s' = 1{,}02(P + P1 + S)$.

Límite eclíptico superior: máxima distancia del Sol al nodo en el instante de oposición en ascensión recta Sol-Luna Llena, para que pueda existir un eclipse.

Límite eclíptico inferior: mínima distancia del Sol al nodo en el instante de oposición en ascensión recta Sol-Luna Llena, para asegurar que exista un eclipse.

	D	i	x arcsin(tan B cot i)
Parcial	1,02$(P + P1 - S) + S1$ Valores Máximos	$4°58',8$	$12°,4$
	1,02$(P + P1 - S) + S1$ Valores Mínimos	$5°18',6$	$9°,8$
Total	1,02$(P + P1 - S) - S1$ Valores Máximos	$4°58',8$	$5°,8$
	1,02$(P + P1 - S) - S1$ Valores Mínimos	$5°18',6$	$4°,5$
Penumbral Parcial	1,02$(P + P1 + S) + S1$ Valores Máximos	$4°58',8$	$18°,9$
	1,02$(P + P1 + S) + S1$ Valores Mínimos	$5°18',6$	$15°,8$
Penumbral Total	1,02$(P + P1 + S) - S1$ Valores Máximos	$4°58',8$	$12°,3$
	1,02$(P + P1 + S) - S1$ Valores Mínimos	$5°18',6$	$10°,4$

Cuadro 3: Límites eclípticos para un eclipse de Luna

4. Frecuencia de los eclipses

Para el cálculo de la frecuencia de los eclipses hay que tener en cuenta los siguientes datos:

- Mes sinódico = 29,53 días solares medios
- Los nodos retrogradan sobre la eclíptica completando una revolución en 18,6 años $\simeq$ 6798,3 días.
- Intervalo de tiempo entre dos pasos consecutivos del Sol por un nodo:

$$\frac{360°}{360°/6798{,}3 \text{ días} + 360°/365{,}25 \text{ días}} = 346{,}62 \text{ días}$$

- El Sol se separa de un nodo:

$$\frac{360°}{346{,}62\text{días}} = \frac{1°{,}0386}{\text{día}}$$

$$\frac{1°{,}0386}{\text{día}} \times \frac{29{,}53 \text{ días}}{\text{mes sinódico}} = \frac{30°{,}62}{\text{mes sinódico}}$$

En la figura 10 $NS1, NS2, N'S1', N'S2'$ representan los límites eclípticos del Sol. A efectos de simplificar el problema se va a suponer que todas estas cantidades son iguales.

Si se parte del caso más desfavorable, aquel en que el arco $S1S2$ mide $30°{,}8$ (dos veces el límite eclíptico inferior calculado para el Sol), al ser la velocidad del Sol respecto a los nodos $30°{,}62$ por mes sinódico, se obtiene directamente de

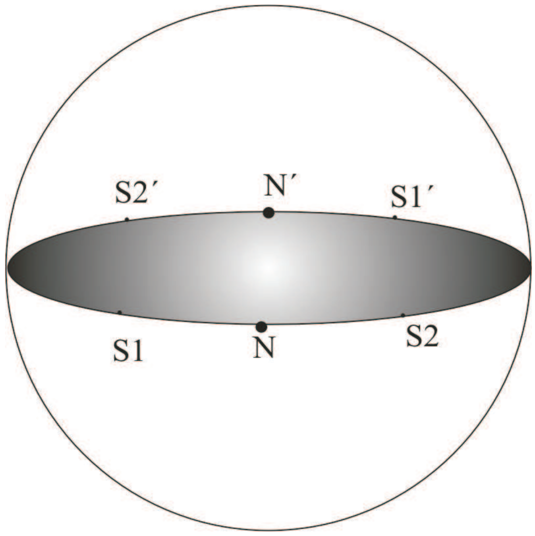

Figura 10: Límites eclípticos del Sol.

comparar estas dos cantidades, que siempre habrá Luna Nueva antes de que el Sol recorra el arco $S1S2$. Lo mismo ocurrirá durante el tránsito del arco $S1'S2'$.

En el caso de eclipses penumbrales parciales de Luna es prácticamente lo mismo, ya que dos veces el límite eclíptico inferior son $31^{\circ}{,}6 > 30^{\circ}{,}62$, por lo que se puede asegurar la existencia de Luna Llena en $S1S2$ y en $S1'S2'$.

Con estos resultados se llega a la conclusión de que el *número mínimo de eclipses en un año civil* es cuatro, dos de Luna y dos de Sol.

Para el estudio del número máximo de eclipses en un año, hay que tener en cuenta las siguientes cantidades:

- 6 meses sinódicos = 177,2 días
- Intervalo de tiempo para que el Sol pase de N a $N' = 173{,}3$ días
- Pasados $14\frac{3}{4}$ días desde una Luna Llena hay Luna Nueva
- En $14\frac{3}{4}$ días el Sol se mueve respecto a los nodos $15°$
- En 2 días el Sol se mueve respecto a los nodos aproximadamente $2°$

Así si hay Luna Llena 2 días antes de que el Sol pase por N, el Sol estará $15°\frac{1}{3} - 2° = 13°\frac{1}{3}$ por delante de N en la siguiente Luna Nueva y $15°\frac{1}{3} + 2° = 17°\frac{1}{3}$ ($< 18^{\circ}{,}4$ lím.e.s.) por detrás de N en la Luna Nueva precedente.

En N' será Luna Llena 2 días después de que el Sol pase por este nodo y estará $17°\frac{1}{3}$ por delante de N' en la siguiente Luna Nueva y $13°\frac{1}{3}$ por detrás N' en la precedente.

El Sol tarda 346,6 días en completar un ciclo respecto a los nodos y un año civil comprende 365 días, hay por lo tanto 18,4 días sobrantes para que pueda ocurrir otro eclipse en el lapso de un año civil, así como puede verse en la figura 11 si comienza un año con el Sol en la posición 1, estará de nuevo en la posición 7, 354 días después y fuera del año en la siguiente Luna Llena. Del mismo modo si se comienza el año en la posición 2 estará en la posición 8, 354 días después y fuera del año en la siguiente Luna Nueva.

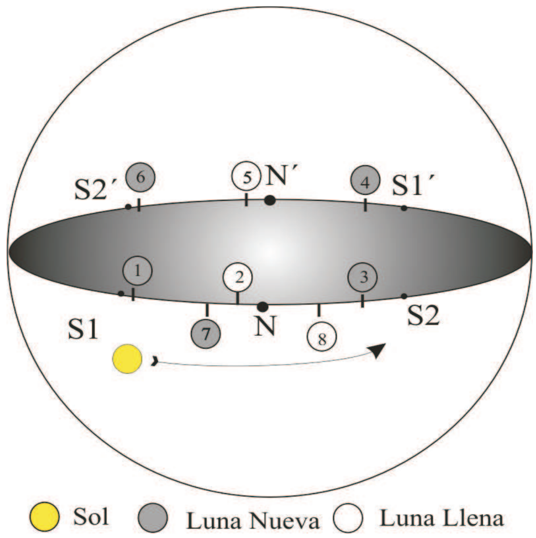

Figura 11: Movimiento del Sol respecto a los nodos e instante de Luna Llena/Nueva.

Si se realiza el mismo estudio, intercambio las Lunas Nuevas por Llenas y viceversa, teniendo en cuenta que el límite eclíptico superior para un eclipse penumbral es $18\overset{\circ}{.}9 > 17°$, se llega a que la *cantidad máxima de eclipses en un año civil* puede llegar a siete y sólo puede ocurrir en estas combinaciones:

- 5 eclipses de Sol y 2 eclipses de Luna
- 5 eclipses de Luna y 2 eclipses de Sol
- 4 eclipses de Sol y 3 eclipses de Luna
- 4 eclipses de Luna y 3 eclipses de Sol

Referencias

[1] W. M. SMART, (1977): Textbook on Spherical Astronomy.

[2] JEAN MEEUS, (1989): Elements of Solar Eclipses 1951-2200.

[3] BAO-LIN LIU, ALAN D. FIALA (1992): Canon of Lunar Eclipses 1500 B.C.- A.D. 3000.

[4] ORUS, J.J., CATALA, M.A., (1987)Apuntes de Astronomía Tomo I.

[5] F. ESPENAK, (1997): Total Solar Eclipse of 1999 August 11. ed. NASA (RP1398).

[6] DWIGHT ENNIS, (2000): Eclipses and the Moon's Nodes. http://www.astrologyclub.org/articles/nodes/nodes.htm

[7] JUAN CARLOS C., MIQUEL S.-R.(2003): Unidad Didáctica Eclipses. http://www.fecyt.es/semanadelaciencia2003/eclipse/pdf/UDE.pdf