Esercitazione 5

- Equazioni alle ricorrenze
- Ricorsione: Triangolo e numeri binari

Equazioni alle ricorrenze

Risolvere tramite metodo dello sviluppo l'equazione

$$T(n) = 5T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$
$$T(1) = 1$$

Risolvere tramite metodo dello sviluppo l'equazione

$$T(n) = 5T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$
$$T(1) = 1$$

Sviluppo:

$$T\left(\frac{n}{2}\right) = 5T\left(\frac{n}{4}\right) + \frac{n}{2}$$
$$T\left(\frac{n}{4}\right) = 5T\left(\frac{n}{8}\right) + \frac{n}{4}$$

Equazioni alle ricorrenze

Risolvere tramite metodo dello sviluppo l'equazione

$$T(n) = 5T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$
$$T(1) = 1$$

Sostituzione:

$$\begin{aligned} T(n) &= n + \frac{5}{2}n + \left(\frac{5}{2}\right)^2 n + 5^3 T\left(\frac{n}{8}\right) \\ &= n \sum_{0 \le i \le s} \left(\frac{5}{2}\right)^i \end{aligned}$$

Equazioni alle ricorrenze

Risolvere tramite metodo dello sviluppo l'equazione

$$T(n) = 5T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$
$$T(1) = 1$$

Terminazione per $n = 1$, ogni volta dimezzo:

$$\frac{n}{2^s} = 1$$
$$2^s = n$$
$$s = \log_2(n)$$

Equazioni alle ricorrenze

Risolvere tramite metodo dello sviluppo l'equazione

$$T(n) = 5T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$
$$T(1) = 1$$

Sostituzione:

$$\begin{aligned} T(n) &= n \sum_{0 \le i \le \log_2(n)} \left(\frac{5}{2}\right)^i \\ &= n\left(\frac{\left(\frac{5}{2}\right)^{\log_2(n)+1} - 1}{\frac{5}{2} - 1}\right) \end{aligned}$$

Equazioni alle ricorrenze

Risolvere tramite metodo dello sviluppo l'equazione

$$T(n) = 5T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$
$$T(1) = 1$$

Sostituzione:

$$\begin{aligned}
n\left(\frac{\left(\frac{5}{2}\right)^{\log_2(n)+1} - 1}{\frac{5}{2} - 1}\right) &= n\frac{2}{3}\left(\frac{5}{2}\cdot\frac{5^{\log_2(n)}}{2^{\log_2(n)}} - 1\right) \\
&= n\frac{1}{3}\left(5\cdot\frac{5^{\log_2(n)}}{n} - 2\right) \\
&= n\frac{1}{3}\left(5\cdot\frac{n^{\log_2 5}}{n} - 2\right) \\
&= \frac{1}{3}\left(5\cdot n^{\log_2 5} - 2n\right)
\end{aligned}$$

Equazioni alle ricorrenze

Risolvere tramite metodo dello sviluppo l'equazione

$$T(n) = 5T\left(\frac{n}{2}\right) + n$$
$$T(1) = 1$$

Sostituzione:

$$T(n) = \frac{1}{3}\left(5 \cdot n^{\log_2 5} - 2n\right)$$

Quindi:

$$T(n) = O\left(n^{\log_2 5}\right)$$

Ricorsione: Triangolo

Dato un vettore A di N interi, si visualizzi un triangolo in cui:

- alla base (ultima riga in basso) compaiano tutti gli elementi
- al livello immediatamente successivo il numero di elementi sia 1 di meno di quelli del livello precedente e gli elementi siano pari alla somma di 2 elementi consecutivi del livello precedente.

Si preveda anche di poter invertire la visualizzazione (base nella prima riga dall'alto).

Ricorsione: Triangolo

Esempio:

```
A = {1, 2, 3, 4, 5}
```

Output :

```
[48]
[20, 28]
[8, 12, 16]
[3, 5, 7, 9]
[1, 2, 3, 4, 5]

[1, 2, 3, 4, 5]
[3, 5, 7, 9]
[8, 12, 16]
[20, 28]
[48]
```

Ricorsione: Numeri Binari

Sia N un intero positivo e non nullo.

Si visualizzino tutti i numeri binari di N cifre tali per cui il numero di 1 nella loro metà sinistra sia uguale al numero di 1 nella loro metà destra.

```
N = 3:
000, 010, 101, 111

N = 4:
0000, 0101, 0110, 1001, 1010, 1111
```