

Vita media del muone

Alberto Montanelli

13 febbraio 2024

1 Abstract

Lo scopo dell'esperienza è la misura della vita media del muone, ottenuta arrestando muoni cosmici in un bersaglio composto da scintillatori plastici.

L'apparato sperimentale consiste in una fila verticali di scintillatori plastici collegati a fotomoltiplicatori che rilevano il passaggio di particelle cosmiche. Inizialmente si è scelto il punto di lavoro per determinare la tensione degli alimentatori dei fotomoltiplicatori, il loro rate e l'efficienza. In seguito si è stabilita una logica di START e STOP che permettesse di discriminare il passaggio di un singolo muone, il tempo di arrivo e il tempo di arresto. Tramite un modulo FPGA si sono campionati questi tempi, le cui differenze sono state inserite in un istogramma. Si è così ricostruito l'andamento esponenziale della vita media del muone, tramite un fit all'istogramma si ottiene una vita media pari a $\tau = (2.2 \pm 0.04)\mu s$, compatibile con il valore in letteratura.

2 Setup sperimentale

La rivelazione dei raggi cosmici avviene tramite scintillatori plastici posti in sequenza verticale. Ogni scintillatore è collegato ad un rispettivo fotomoltiplicatore alimentato da un opportuno modulo su cui si può variare e monitorare la tensione di alimentazione. I fotoni generati a causa del passaggio delle particelle negli scintillatori sono convogliati nei fotomoltiplicatori; quest'ultimi amplificano il segnale che può essere osservato (in tensione), opportunamente triggerato, all'oscilloscopio.

Con riferimento a figura 2.1 gli scintillatori PMT07¹, PMT06, PMT05, PMT04, PMT03, PMT02, PMT01 sono posti in sequenza verticale dall'alto verso il basso, i PMT08, PMT09, PMT10, PMT11 sono blocchi di scintillatore posizionati a due a due gli uni sopra gli altri. Questi ultimi costituiscono il bersaglio in cui si arrestano i muoni.

I segnali sono discriminati a seconda di una soglia di tensione variabile dall'unità di discriminazione: il segnale discriminato ha la forma di un'onda quadra quando il segnale in ingresso supera la tensione di threshold del discriminatore. La larghezza temporale del segnale discriminato può essere variata agendo sulla manopola WIDTH del discriminatore ed osservando il segnale all'oscilloscopio. Il contatore segnala il numero di eventi (quindi i segnali discriminati) in uscita dal discriminatore. L'unità di coincidenza permette di comparare tramite porte logiche "AND" o "OR" segnali da diversi fotomoltiplicatori che arrivano dall'uscita dei rispettivi discriminatori. Il modulo DUAL TIMER permette di allargare la durata di un segnale in ingresso, ritardarne l'arrivo o l'uscita, il convertitore TTL-NIM permette di convertire un segnale NIM in TTL o viceversa, permettendone così la lettura da parte del FPGA. Quest'ultimo permette di campionare tramite vari canali segnali temporali con frequenza fino a 20 MHz, per poi trascriverli su file per l'analisi dati.



Figura 2.1: Setup dei fotomoltiplicatori

¹Quando si scrive PMT non si indica esattamente lo scintillatore ma il fotomoltiplicatore collegato a quest'ultimo. In seguito si indicherà con PMT indistintamente lo scintillatore o il relativo fotomoltiplicatore.

2.1 Strumentazione

L'apparato strumentale è composto quindi da:

- 10 scintillatori/fotomoltiplicatori già elencati in precedenza ;
- Oscilloscopio digitale a quattro canali;
- Multimetro digitale;
- Crate NIM composto da:
 - unità di discriminazione;
 - unità di coincidenza "AND";
 - unità di coincidenza "OR";
 - contatore;
 - modulo DUAL TIMER;
 - modulo FPGA;
 - convertitore TTL-NIM.

3 Punto di lavoro

Inizialmente si è individuato il punto di lavoro ottimale per ogni PMT, ovvero si è scelta una tensione di alimentazione per la quale si ha una buona efficienza e un rate di eventi contenuto al fine di minimizzare le coincidenze accidentali. Questa procedura permette in primo luogo di avere più segnali dovuti a particelle reali passanti per l'apparato e quindi in seguito una presa dati più cospicua, rendendo trascurabili eventi dovuti a segnali spuri.

Si grafica quindi l'efficienza in funzione dei rate in singola e della tensione di alimentazione per ogni fotomoltiplicatore. Si varia quindi la tensione di alimentazione dei PMT tramite l'apposito software di monitoraggio, in cui si visualizza il valore della tensione. Per i PMT del bersaglio, si agisce variando il potenziometro dell'alimentatore inserito nel crate NIM e si monitora la tensione tramite multimetro digitale.

Per l'efficienza si può ragionare in questo modo: si prenda, per esempio, con riferimento a 2.1, i PMT05, PMT04, PMT03. Si consideri una particella passante per PMT05 (1) e PMT03 (3): si ha un evento per la coincidenza 1&3; se il fotomoltiplicatore nel mezzo PMT04 (2) avesse efficienza perfetta (100%) si dovrebbe avere un evento per la coincidenza 1&2&3 corrispondente alla coincidenza doppia, poiché la particella deve passare geometricamente anche nel rilevatore centrale. È evidente, dunque, definire le efficienze per ciascun rilevatore come $\epsilon = \frac{1\&2\&3}{1\&3}$. Geometricamente occorre dunque scegliere due PMT (di cui si contano le coincidenze doppie) in modo che il fotomoltiplicatore di cui si vuole conoscere l'efficienza sia contenuto tra essi (potendo contare le coincidenze triple di tutti e tre i PMT).

Dunque per la misura di efficienza di PMT03, PMT04, PMT05 si sono utilizzati PMT02 e PMT07, per i PMT del bersaglio gli scintillatori "estremali" sono PMT01 e PMT03. Per PMT01 non è possibile scegliere due fotomoltiplicatori per il quale sta nel mezzo, per cui sono utilizzati PMT02 e PMT07 che garantiscono una traiettoria verticale. Si illustra la misura dell'efficienza di PMT04, per gli altri PMT il procedimento seguito è analogo. Si connettono le uscite di PMT04, PMT02 e PMT07 agli ingressi dei canali dei discriminatori, impostando una soglia di tensione di circa 40mV e una durata temporale di circa 50ns. Il segnale discriminato di ogni PMT è mandato in ingresso a due unità di coincidenza: la prima si utilizza per le coincidenze doppie 2&7, la seconda per le triple 2&4&7. Le uscite delle unità di coincidenza sono collegate agli ingressi del contatore, in cui è connessa anche l'uscita del discriminatore di PMT04 così da poter visualizzare allo stesso tempo il rate in singola, le coincidenze doppie e triple. Si misurano conteggi per intervalli temporali di 30s, al fine di minimizzare le coincidenze doppie accidentali². Il rate si ottiene dividendo il numero di conteggi per la durata temporale dell'acquisizione.

Per i collegamenti da un modulo NIM ad un altro modulo NIM si sono utilizzati cavi con lo stesso ritardo temporale per ciascun canale associato ai vari PMT, al fine di non avere ritardi diversi tra i diversi segnali dei fotomoltiplicatori dovuti a cavi di lunghezza differente.

²Il rate di coincidenze doppie accidentali di due PMT 1&2 è dato da $R_{1\&2 \text{ accidentali}} = R_1 R_2 (\omega_1 + \omega_2 - 2\Delta t)$, in cui R_1 e R_2 sono i rate dei conteggi singoli, ω_1 e ω_2 sono le larghezze dei segnali discriminati, Δt la sovrapposizione temporale dei segnali discriminati. Se si vuole ottenere il numero di coincidenze doppie accidentali basterà moltiplicare il precedente rate $R_{1\&2}$ per la durata della run dei conteggi T_{RUN} .

3.1 Grafici e tabelle per i punti di lavro

In appendice si riportano i grafici dell'efficienza e dei rate in singola per ogni PMT. Si è cercato di ricostruire il plateau della curva di lavoro, ovvero quando l'efficienza, oltre una certa tensione di alimentazione, satura.

Si nota, infatti, che il rate in singola cresce all'aumentare della tensione di alimentazione poiché aumenta il guadagno del fotomoltiplicatore e quindi il contatore segnala un maggior numero di eventi. L'andamento dell'efficienza a sua volta cresce all'aumentare della tensione di alimentazione fintanto che non satura oltre alti valori della tensione (tipicamente prossimi ai valori massimi di alimentazione dei PMT, circa $\sim 1200-1300V$ per i PMT del bersaglio, $\sim 1700-1800V$ per gli altri PMT). Infatti, oltre questi valori di tensione, il PMT amplifica enormemente, oltre ai veri segnali di particelle passanti il rivelatore, segnali spuri di rumore. Dunque i conteggi singoli aumentano vertiginosamente, tuttavia i conteggi delle coincidenze doppie e triple rimangono circa costanti poiché i segnali reali dovuti effettivamente ai raggi cosmici (dunque i singoli conteggi degli altri due PMT "estremali" presi in esame e di conseguenza le coincidenze) rimangono gli stessi.

Si riportano i valori delle tensioni di alimentazione scelte per ogni PMT.

PMT	Tensione di alimentazione [V]
01	1710 ± 2
02	1800 ± 2
03	1800 ± 2
04	170 ± 2
05	1675 ± 2
08	1148 ± 2
09	1279 ± 2
10	1151 ± 2
11	1262 ± 2

Tabella 3.1: Punti di lavoro scelti per i PMT.

4 Segnale di START

In seguito si costruisce una logica per un segnale di START, ovvero un segnale che indichi che una particella è passata dall'apparato e si è fermata nel bersaglio.

Si utilizza quindi la porta logica "AND" per mettere in coincidenza i segnali discriminati dei PMT02 e PMT05, che garantiscono una traiettoria verticale della particelle. A questi si aggiunge l'uscita della porta logica "OR", dove in ingresso sono collegati i segnali discriminati dei PMT08, PMT09, PMT10, PMT11 costituenti il bersaglio: si vuole infatti che la particella attraversi uno qualsiasi di questi scintillatori. Infine si aggiunge il segnale discriminato negato del PMT01, che costituisce il veto, ovvero si richiede che la particella attraversi l'apparato e si fermi nel bersaglio, non essendo rilevata dall'ultimo scintillatore.

Ricapitolando il segnale di START è costituito da $PMT02 \& PMT05 \& \overline{PMT01} \& (PMT08 \vee PMT09 \vee PMT10 \vee PMT11)$ (figura 9.1 in appendice).

Occorre assicurarsi che il segnale di veto sia falso per tutta la durata della coincidenza, così si sono visualizzati all'oscilloscopio i segnali dell'uscita del OR tra i bersagli e il segnale di veto discriminato non negato. Successivamente si allarga la durata temporale del segnale di veto discriminato (tramite la WIDTH del discriminatore) e si ritarda il segnale OR, utilizzando cavi con ritardo temporale da 5 ns per collegare i segnali discriminati dei PMT con gli ingressi della porta logica. Questo, come si nota in figura 4.1, assicura che il segnale OR scatti 12 ns dopo il veto e che la coincidenza resti al centro del segnale di veto.

Per verificare il giusto funzionamento logico del segnale di START si mette in coincidenza tramite porta logica "AND" le uscite delle coincidenze $2\&5\&(8\vee9\vee10\vee11)\&\bar{1}$ e $2\&5\&(8\vee9\vee10\vee11)\&1$, verificando che effettivamente non ci fossero conteggi. Questo garantisce che quando il veto rileva una particella il segnale di START (in particolare il veto negato) è nullo per tutta la durata del veto.

Collegando l'uscita della coincidenza del segnale di START al contatore si misura il rate dei muoni visti dall'apparato. Si ottiene un rate di 1.57 ± 0.12 Hz (circa 1-2 muoni al secondo), con rate atteso di circa 3 Hz³.

³Il rate dei muoni sul livello del mare è di circa 1 muone al minuto al cm^2 , il piano di scintillazione è circa $200cm^2$, quindi si ottiene un rate atteso di $\sim 3Hz$.

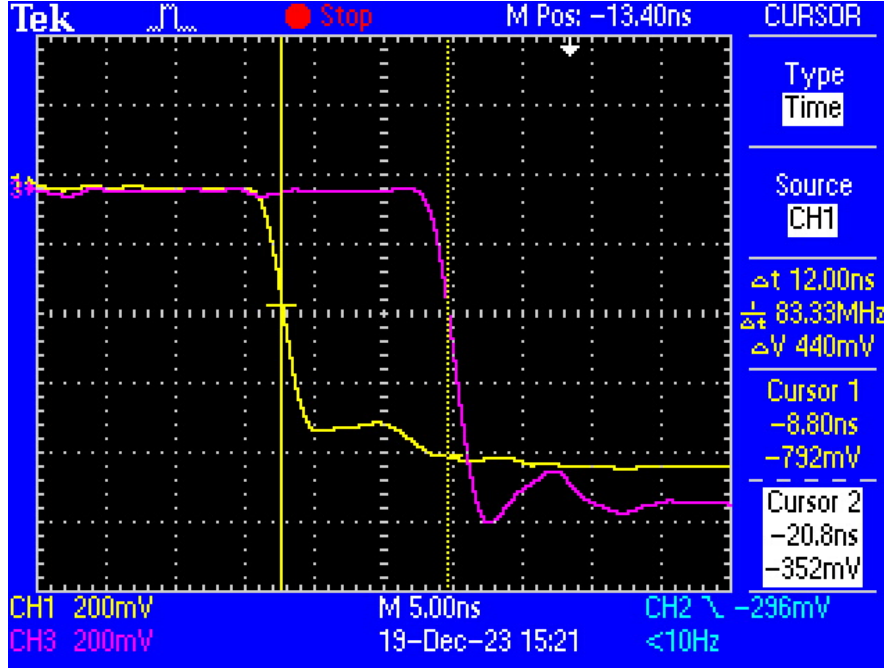


Figura 4.1: Visualizzazione all'oscilloscopio del segnale di veto (CH1 in giallo) e del OR dei bersagli (CH3 in rosa). Come si nota dai cursori il segnale OR è ritardato di 12ns rispetto al veto.

5 Segnale di STOP

In seguito si costruisce una logica di STOP, al fine di avere due segnali rispettivamente di arrivo e arresto del muone nel bersaglio. Misurando la differenza temporale tra questi due segnali si può ricostruire la vita media della particella.

Per il segnale di STOP si prende la coincidenza tra il segnale OR dei bersagli e OR negato tra PMT01 e PMT02 (che è equivalente a prendere AND tra PMT01 negato e PMT02 negato): $(8\vee9\vee10\vee11)\&(\overline{1\vee2})$ con $(\overline{1\vee2}) = (\overline{1}\&\overline{2})$. Occorre che il segnale di STOP avvenga entro un intervallo temporale (GATE) dallo START compatibile con la vita media del muone: si manda in ingresso al DUAL TIMER il segnale di START e si genera un segnale di GATE di durata di circa $20\mu s$ che è triggerato dal segnale di START stesso, dal quale è in ritardo di circa 20 ns. Questo segnale generato è messo in coincidenza con il segnale di OR dei bersagli, ovvero lo STOP può avvenire nella finestra temporale generata allo scatto dello START. La richiesta $(\overline{1}\&\overline{2})$ in coincidenza con il segnale di OR dei bersagli significa che il segnale di STOP sia dato dalla stessa particella associata al segnale di START che si ferma nel bersaglio; il segnale non può provenire da una nuova particella entrante l'apparato nella finestra temporale dello START.

Visualizzando i segnali di START e STOP all'oscilloscopio si nota che ci sono troppi segnali di STOP a circa 10 ns dallo START, dovuti probabilmente al fatto che si utilizza il segnale di OR dei bersagli sia per il segnale di START che per quello di STOP. Per trascurare questi eventi in cui gli STOP coincidono con gli START, si utilizza un secondo modulo DUAL TIMER per ritardare la finestra temporale entro la quale si richiede la coincidenza del segnale di STOP per assicurarsi che siano eventi compatibili con il decadimento del muone.

Per fare ciò, visualizzando i segnali all'oscilloscopio, nel primo modulo si genera un segnale di durata di 200 ns triggerato dal segnale di START mandato in ingresso.

Successivamente si collega in ingresso al secondo modulo DUAL TIMER il segnale ENDMARKER del primo. Quest'ultimo è un impulso di durata di circa 50ns che scatta alla fine del segnale generato dal DUAL TIMER. Si genera così, nel secondo modulo di DUAL TIMER, un segnale di GATE ritardato di 200 ns dallo START di durata $20\mu s$ (figura 5.1). L'uscita del secondo modulo DUAL TIMER (quindi il GATE generato) è collegata alla coincidenza tra il segnale OR dei bersagli e OR negato tra PMT01 e PMT02 (figura 9.1 in appendice). In questo modo il segnale di STOP può avvenire in una finestra temporale che inizia da $t_{START}(\text{istante in cui scatta lo START})+200ns$ fino a $20\mu s$ successivi.

Si verifica il corretto funzionamento del segnale di STOP osservando i segnali di START e STOP in modalità PERSISTENCE all'oscilloscopio, come evidenziato in figura 5.2.

Collegando i segnali di START e STOP al contatore si osservano contemporaneamente i conteggi e si nota che il numero di eventi di STOP è circa il 5% del numero di eventi di START. Poiché il rate di eventi di STOP è alquanto basso, si sceglie di prendere come logica di STOP la coincidenza tra GATE e OR dei bersagli, così da aumentare la statistica nella presa dati.

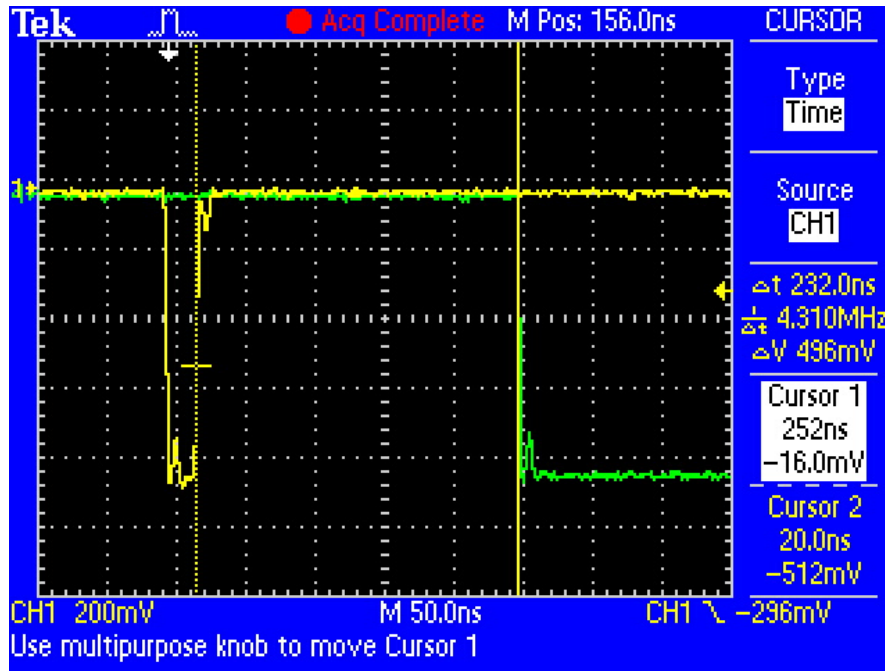


Figura 5.1: Visualizzazione sull'oscilloscopio del ritardo del GATE (in verde) rispetto al segnale di START (CH1 in giallo). Il ritardo è maggiore rispetto ai 200ns impostati, ulteriori ritardi sono dovuti a cavi di collegamento o elettronica dei moduli utilizzati.

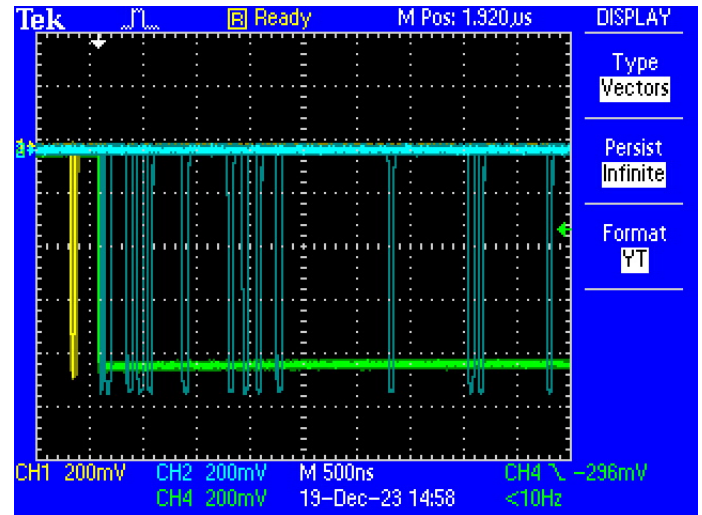
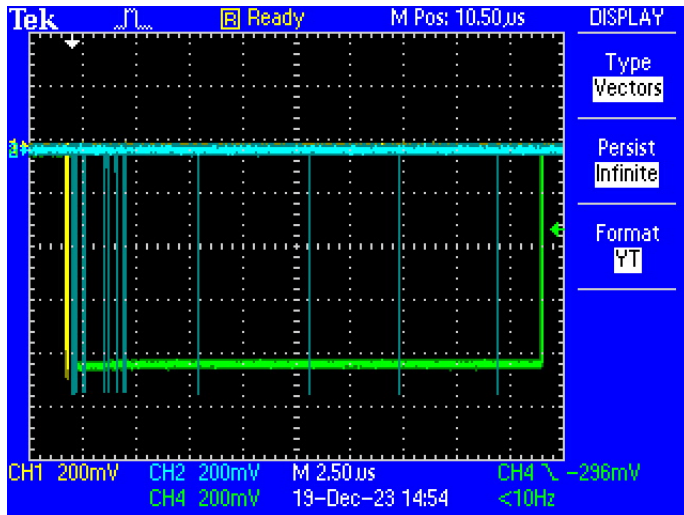


Figura 5.2: Visualizzazione sull'oscilloscopio del segnale di START (CH1 in giallo) e del segnale di STOP (CH2 in azzurro) che avviene all'interno del GATE (CH4 in verde).

6 Acquisizione dati tramite FPGA

In seguito si utilizza il modulo FPGA per campionare i tempi in cui si ha un segnale di START e di STOP. Questo modulo permette di registrare in diversi canali i tempi che gli arrivano da un segnale in ingresso di tipo TTL con una frequenza massima di circa 20MHz. All'interno della presa dati il tempo registrato non è sempre crescente ma ha una struttura a dente di sega, ovvero si resetta a $t=0s$ ogni 680s circa e scala indietro a $t=t-80s$ ogni 80s circa. Questo andamento è tenuto di conto nell'analisi dati scartando eventuali differenze temporali negative.

Inizialmente per rendere i segnali di START e di STOP leggibili occorre assicurarsi che abbiano una larghezza temporale maggiore di 20 ns, dunque si allarga la durata del segnale discriminato agendo su WIDTH per ciascun canale del discriminatore dei PMT interessati. Si fissa la durata temporale di ogni segnale discriminato a circa 60 ns, osservando all'oscilloscopio i segnali di START e STOP risultano essere maggiori di 20 ns.

Avendo aumentato la durata dei segnali discriminati occorre verificare che la coincidenza del segnale di START rimanga all'interno del veto. Dunque si allarga il segnale di veto a circa 100ns e si verifica all'oscilloscopio che sia soddisfatta tale condizione (figura 6.1).

Il modulo FPGA richiede in ingresso vuole segnali TTL,quindi utilizziamo un modulo che converte segnali NIM in segnali TTL: si collegano in ingresso al convertitore i segnali di START e STOP e si visualizzano le uscite all'oscilloscopio. Con riferimento a figura 6.2 e 6.3, si ottengono dei segnali positivi di ampiezza $(3.06\pm0.02)V$ per il segnale di START, (3.08 ± 0.02) per il segnale di STOP. Dunque si collegano le uscite del convertitore NIM/TTL al modulo

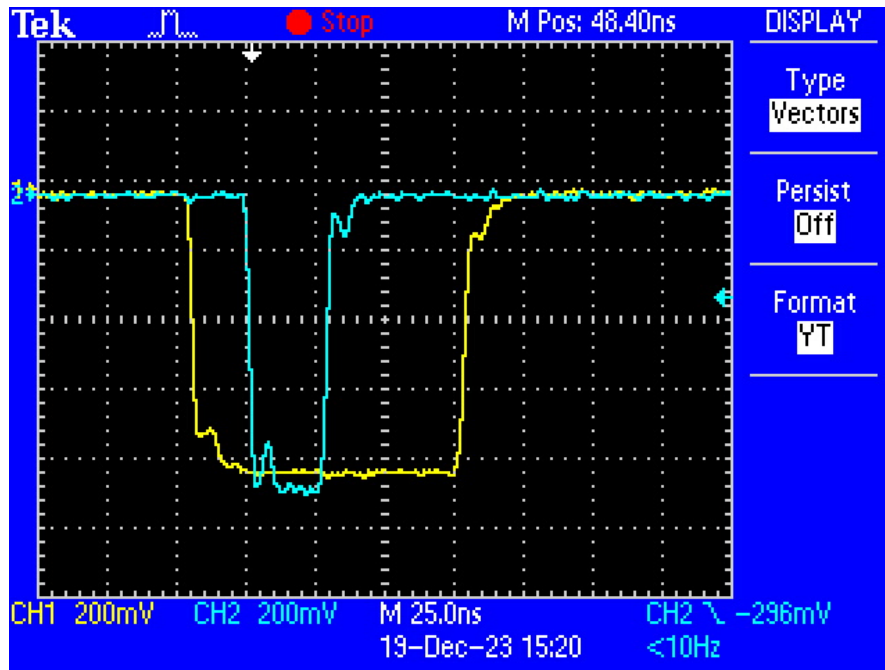


Figura 6.1: Visualizzazione all'oscilloscopio del segnale di veto (CH1 in giallo) che contiene lo START (CH2 in azzurro).

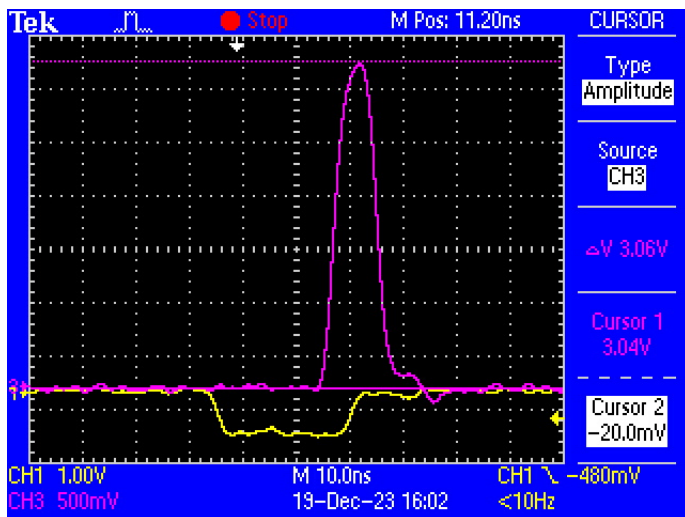


Figura 6.2: Visualizzazione sull'oscilloscopio del segnale di START di tipo TTL (CH3 in rosa) rispetto al segnale NIM (CH1 in giallo).

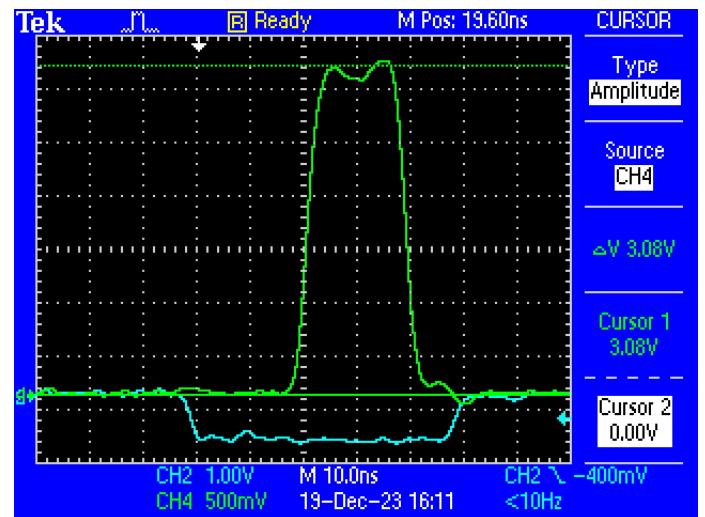


Figura 6.3: Visualizzazione sull'oscilloscopio del segnale di STOP di tipo TTL (CH4 in verde) rispetto al segnale NIM (CH2 in azzurro).

FPGA: si collega al canale 1 il segnale TTL dello START, al canale 2 il segnale TTL dello STOP. In questo modo, facendo partire un'acquisizione dati tramite apposito software, il modulo FPGA annota su un file di testo tutti i segnali che gli arrivano specificando l'istante di tempo in cui li registra e il canale (1 per i segnali di START, 2 per gli STOP).

Si riporta lo schema elettrico di tutto l'apparato comprendente tutti i moduli utilizzati e i vari collegamenti in appendice in figura 9.1.

7 Analisi dati: vita media del muone

Una volta impostato il modulo FPGA in questo modo si procede alla presa dati. In seguito, con un'opportuna analisi, si può ricostruire l'andamento esponenziale della vita media del muone. Ovviamente, essendo il rate dei segnale di STOP alquanto basso, più le prese dati effettuate sono lunghe, più si ricostruisce un andamento fine e preciso.

Si è scelto inizialmente di prendere tutte le differenze temporali tra START e STOP (quindi tra canali 1 e 2, facendo riferimento al file di testo creato dal modulo FPGA) che fossero positive e minori di $20\mu\text{s}$, ovvero si considera tutta la finestra temporale del GATE. Nonostante la vita media del muone sia $\sim 2.2\mu\text{s}$, in questo modo si hanno informazioni anche sull'andamento della coda dell'esponenziale ricostruita e del fondo sperimentale. Si inseriscono queste differenze temporali così trovate su un istogramma in cui si hanno i bin dei tempi sulle ascisse e il numero di eventi riferiti a ciascun bin sulle ordinate. Quindi si esegue un fit tramite minimizzazione del χ^2 con un'esponenziale con 3 parametri liberi del tipo $f(t)=A * \exp(-t/\tau) + C$. Gli errori di ogni singolo bin sono considerati poissoniani (quindi la radice dei conteggi) sull'asse delle ordinate e relativi ad una distribuzione uniforme per i bin center sull'asse delle ascisse (ovvero $\Delta_{\text{bin}}/\sqrt{12}$ con Δ_{bin} larghezza del bin).

Dopo delle brevi acquisizioni per verificare che l'andamento sia quello atteso si procede ad una presa dati più consistente perdurata dal 06/12/23 al 12/12/23. Il risultato è mostrato in figura 7.1. In legenda sono riportati i valori

Vita Media μ

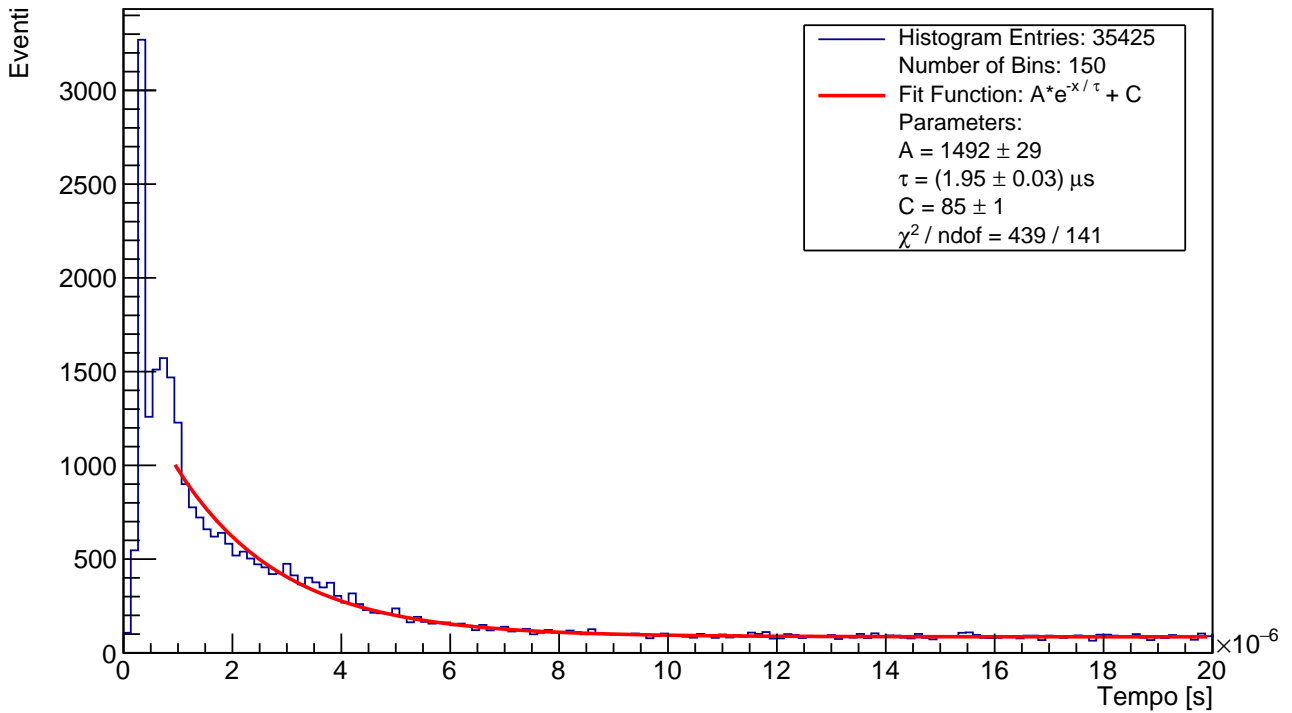


Figura 7.1

dei parametri trovati, il χ^2/ndof , le entries e il numero di bin scelto. Si è scelto come intervallo di fit $[0.85, 20]\mu\text{s}$ per evitare quei picchi iniziali non compatibili con l'andamento aspettato.

Si analizzano le differenze temporali tra due segnali di START (canali 1) successivi così da vedere come sono distribuiti, stessa cosa per due segnali di STOP (canali 2) successivi. Si cerca di capire infatti, se ci sono segnali di START e STOP consecutivi più vicini di $20\mu\text{s}$ che possono causare questi picchi inaspettati. Si vuole infatti ripulire i dati richiedendo di avere delle differenze temporali rappresentante da un segnale di START e il suo successivo STOP. Si inseriscono su un istogramma dunque le ripartenze (due START consecutivi) che avvengono entro $20\mu\text{s}$, stessa cosa per due segnali di STOP consecutivi. Il risultato è mostrato in figura 7.2. Si nota che si hanno molte più entries di segnale di STOP consecutivi perché ci sono meno logiche di controllo per la coincidenza dello STOP: prendendo soltanto la coincidenza OR tra i bersagli, infatti, si può avere un segnale spurio di STOP dato da una particella che entra obliquamente nel bersaglio (quindi senza passare dai PMT02, PMT05 e dal veto dello START) in un tempo compatibile con il GATE. Si eliminano dai dati tutte le differenze temporali dati da questi START e STOP consecutivi e si esegue nuovamente un fit all'istogramma con i dati "ripuliti". Da figura 7.3 si evince che i picchi iniziali non sono

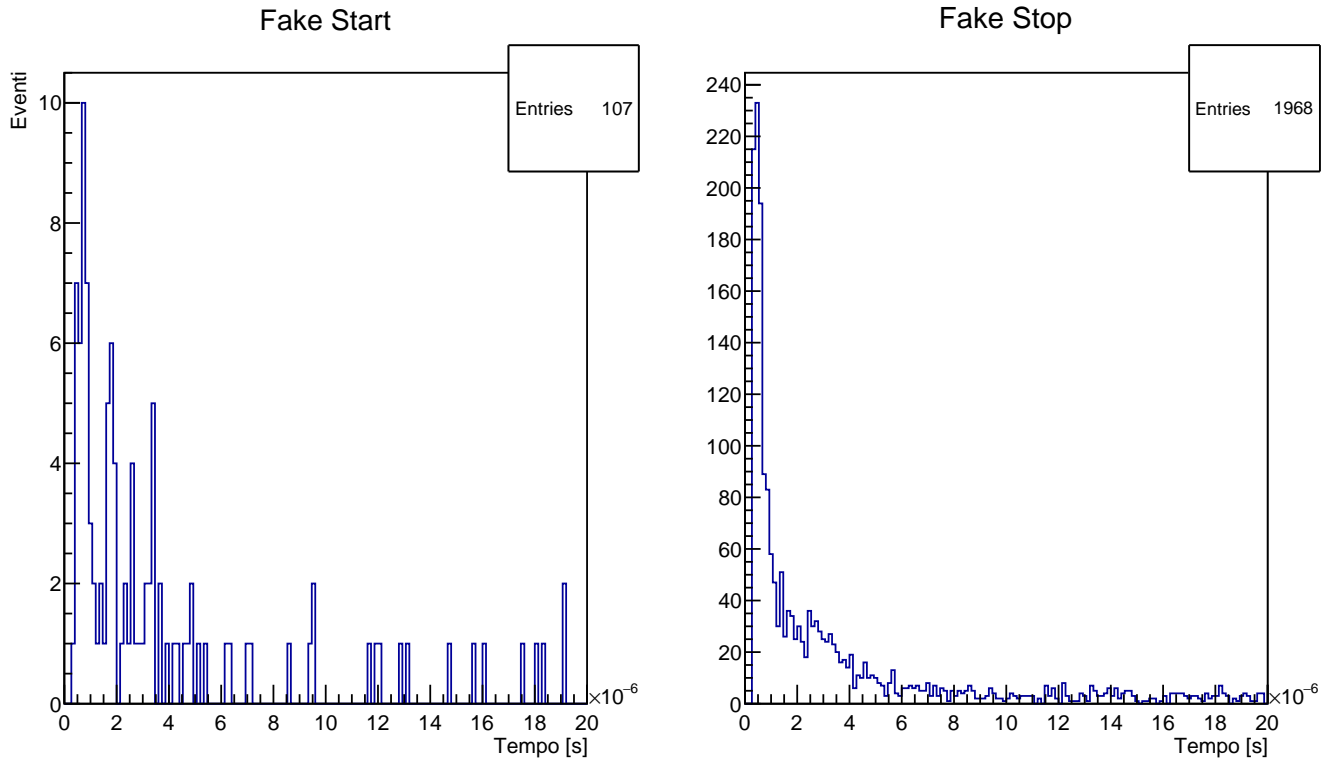


Figura 7.2: Numero di due segnali di START consecutivi entro $20\mu\text{s}$ (a sx). Numero di due segnali di STOP consecutivi entro $20\mu\text{s}$ (a dx).

scomparsi e i parametri del fit non cambiano di molto.

Vita Media μ

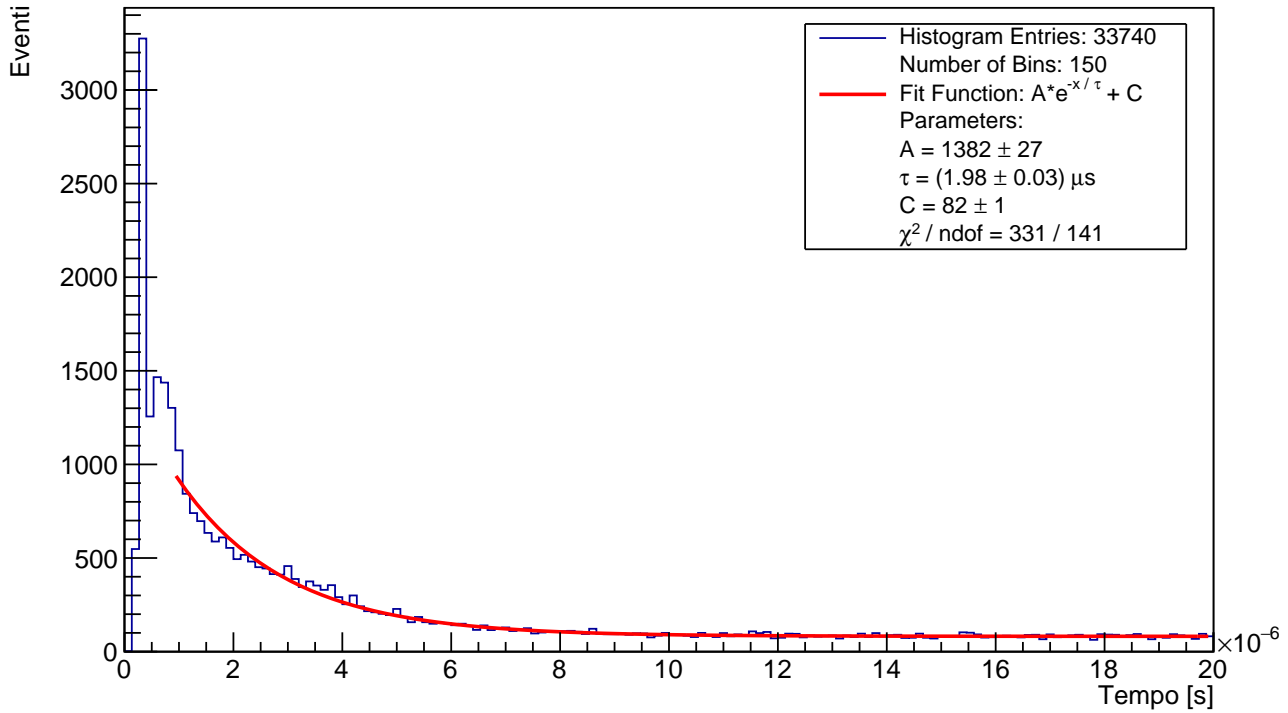


Figura 7.3: Fit all'istogramma con le differenze temporale rappresentate da uno START e il suo successivo STOP.

Con questa nuova logica di analisi dati per le differenze temporali si esegue nuovamente un fit all'istogramma con una nuova presa dati di durata 12/12/23-19/12/23, raffigurata in figura 7.4. Con queste nuove misure si ottiene quindi

Vita Media μ

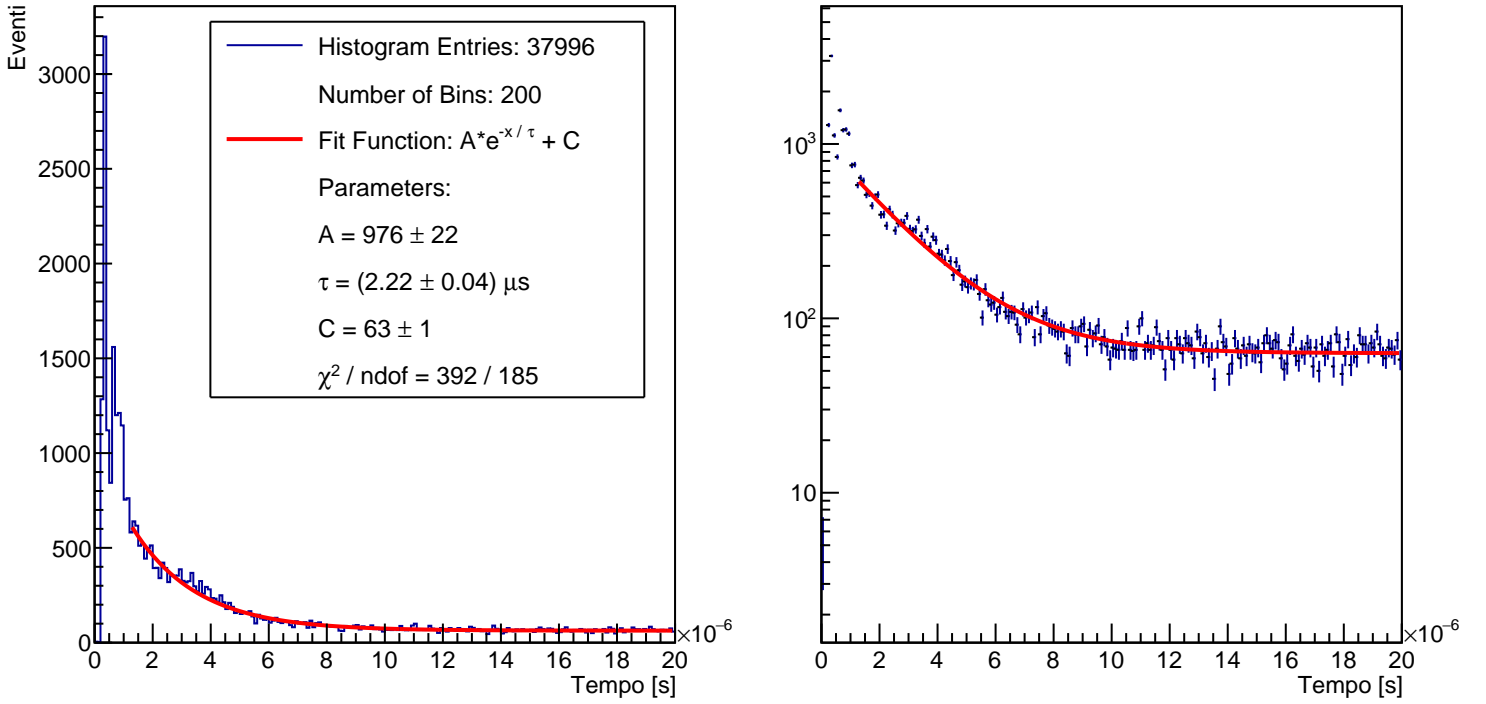


Figura 7.4: A sx: fit all'istogramma, i valori ottenuti dal fit sono riportati in legenda. A dx: fit mantenendo soltanto i bin center dell'istogramma con le barre di errore, in scala logaritmica sull'asse y.

una misura della vita media del muone pari a $\tau = (2.2 \pm 0.04) \mu s$ compatibile con il valore in letteratura. Come intervallo di fit è stato scelto $[1.2, 20] \mu s$ poiché in questo intervallo l'istogramma sembra seguire più precisamente l'andamento esponenziale, infatti il χ^2 si abbassa leggermente rispetto al fit precedente. Dal grafico del fit ai bin center a destra della figura si nota che non si ottiene una retta costante in scala logaritmica ma all'aumentare del tempo rimane un fondo costante. Questo è dovuto ai raggi cosmici che passano obliquamente nel bersaglio generando ulteriori segnali di falsi STOP (non obbligatoriamente consecutivi e quindi non ripuliti dall'analisi dati) ma con una vita media più lunga, quindi l'esponenziale che descrive la vita media di questi eventi a queste scale di tempi si vede come una costante.

7.1 Fondo

Supposto che il fondo può essere dovuto a questi falsi segnali di STOP, lo si può stimare indicativamente e confrontarlo con il valore del parametro C del fit (che rappresenta appunto la costante additiva dell'esponenziale).

Si stima:

$$\text{Fondo} \sim \#start \cdot P;$$

in cui $\#start$ è il numero di volte che il modulo FPGA registra un qualunque segnale di START e P è la probabilità che uno STOP accidentale finisca in un bin ed è definita come: $P = \text{Rate}_{OR} \cdot \Delta bin$, poiché il fondo è proporzionale alla larghezza del bin⁴. Infatti gli STOP accidentali che costituiscono il fondo sono proporzionali al numero totale di eventi di START (più eventi si hanno più si ha probabilità di avere STOP accidentali). P è proporzionale al rate della coincidenza OR poiché i segnali di STOP reali sono trascurabili rispetto a tutti i segnali di particelle che attraversano obliquamente l'apparato in un tempo compatibile con la vita media del muone.

Poiché $\text{Rate}_{OR} \sim 400 \text{ Hz}$, $\Delta bin = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{200} \text{ s}$ e $\#start \sim 10^6$, si ottiene un fondo di circa 40, mentre il fit restituisce una costante $C = 63 \pm 1$, quindi il fondo come ordine di grandezza è compatibile con quello ottenuto dal fit.

⁴NB: il fondo è proporzionale alla larghezza del bin, infatti facendo una stima dell'area del fondo: $\int h dx = \sum_{i=1}^n \#_i$ (Numero di eventi nell'i-esimo bin) $\cdot \Delta x_i = \Delta x \sum_{i=1}^n \#_i = \Delta x (\text{larghezza bin}) \cdot N$ (numero totale di eventi)

7.2 Scelta del numero di bin

La scelta del binnaggio determina sia la bontà del fit sia il fondo.

Poiché si ha una durata temporale di $20\mu s$ e un centinaio di bin la larghezza del bin è di 2 ordini di grandezza superiore alla sensibilità con cui il modulo FPGA registra i tempi, quindi l'errore di calibrazione associato alla misura di quest'ultima è trascurabile.

Aumentando il numero di bin si ottiene un istogramma più fine ma anche un fit peggiore se si ha una statistica appena sufficiente. Se si diminuisce il numero di bin incrementiamo il fondo e otterremo un istogramma più piatto, dunque l'istogramma rispecchierà meno l'andamento esponenziale. La scelta della larghezza del bin è quindi correlata alla mole di dati ed influisce, come si è visto nella sezione precedente, nella stima del fondo.

8 Appendice

8.1 Punto di lavoro: grafici

Di seguito i grafici e le relative tabelle dei valori per i punti di lavoro dei vari PMT:

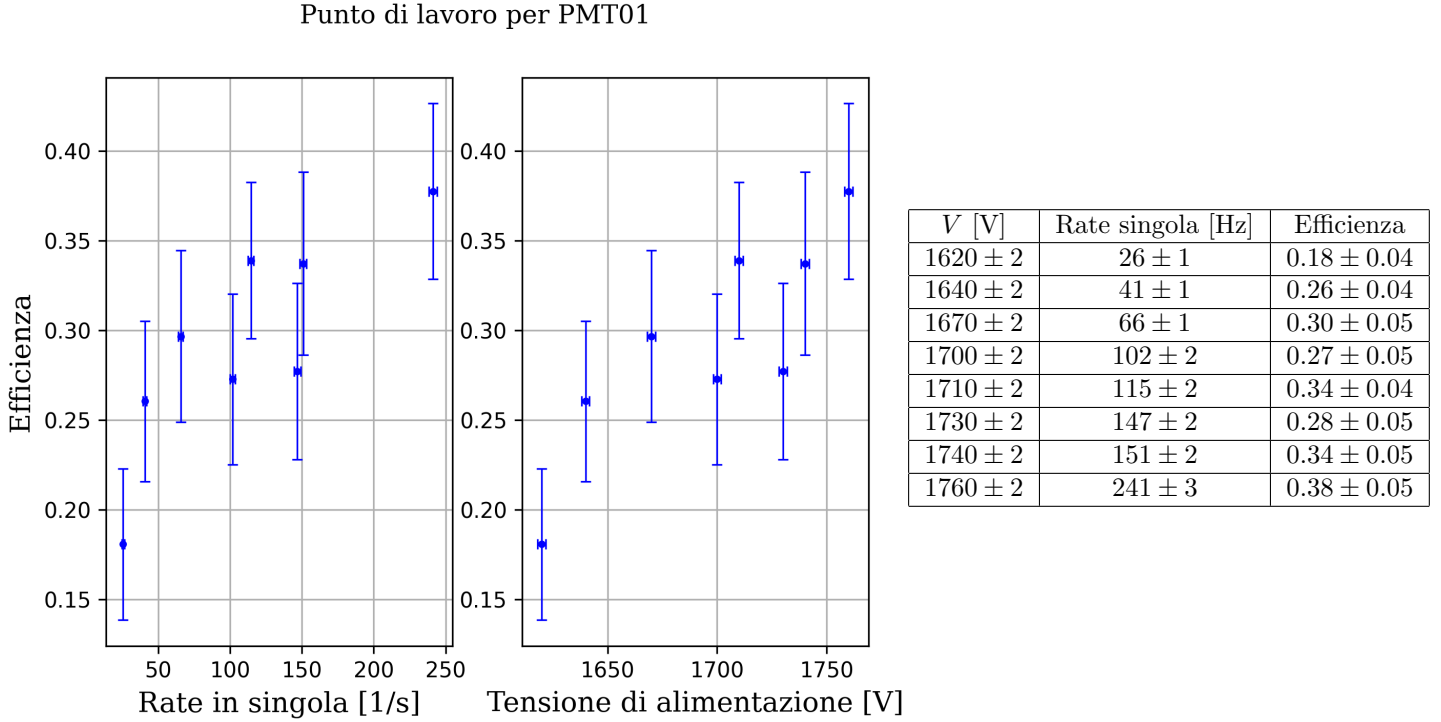


Figura 8.1: Punto di lavoro con relativa tabella di valori per PMT01. Si sceglie la tensione di alimentazione di $1710 \pm 2V$

8.1.1 Errori

L'alimentatore di alta tensione dei fotomoltiplicatori ha un'incertezza sulla tensione visualizzata tramite software V_{set} pari a $\Delta V = \pm(0.05\%V_{set} + 1V)$ sommati in quadratura.

Per gli alimentatori dei PMT dei bersagli si misura la tensione con il multimetro digitale, per cui si associa un errore di $\Delta V = \pm(0.05\%V + 1 \text{ digit})$ sommati in quadratura.

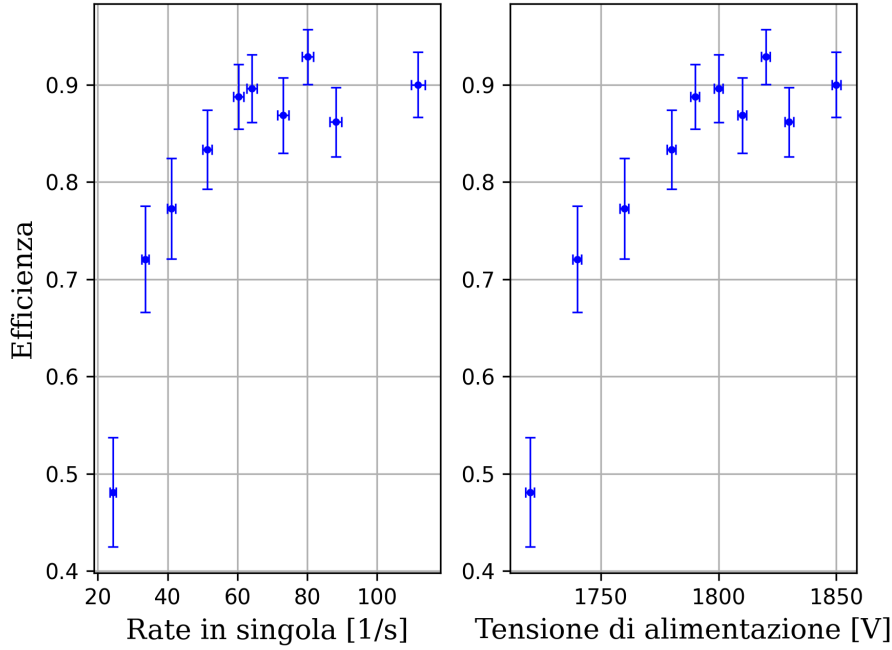
L'errore sugli N conteggi in singola è la radice quadrata degli N conteggi stessi, poiché seguono una statistica poissoniana, dunque l'errore associato al rate $R = N/T$, con T tempo di acquisizione è $\Delta R = \sqrt{N}/T$

Poiché le coincidenze doppie e triple sono prese in contemporanea, si possono considerare le doppie come dato fissato, privo di errore. Le triple fluttuano allora tra due possibili valori a seconda dell'efficienza del rivelatore: la possibilità di avere un successo e quindi si ha un conteggio di coincidenza tripla in corrispondenza di una doppia, oppure un insuccesso, ovvero non scatta la coincidenza tripla in corrispondenza della doppia. Si nota, quindi, che i conteggi di coincidenza tripla seguono una distribuzione binomiale $B(\epsilon, N)$ con probabilità di successo pari all'efficienza ϵ e N, numero dei conteggi di coincidenza doppia, come numero di prove. L'errore associato all'efficienza allora sarà la deviazione standard di tale distribuzione normalizzato per il numero delle doppie N, ovvero:

$$\sigma_{\epsilon} = \frac{\sqrt{N_{\text{triple}}[1 - (N_{\text{triple}}/N_{\text{doppie}})]}{N_{\text{doppie}}}$$

Si ricordi che il rate delle doppie accidentali è dato da $R_{1\&2 \text{ accidentali}} = R_1 R_2 (\omega_1 + \omega_2 - 2\Delta t)$. Si noti che per dei rate in singola dell'ordine di $R \sim 100\text{Hz}$, larghezza dei segnali discriminati di $\sim 50\text{ns}$, $T_{\text{RUN}} = 30\text{s}$, il numero delle coincidenze doppie accidentali è dell'ordine di ~ 0.03 eventi, trascurabile rispetto al numero di conteggi che prendiamo in considerazione (circa 3000).

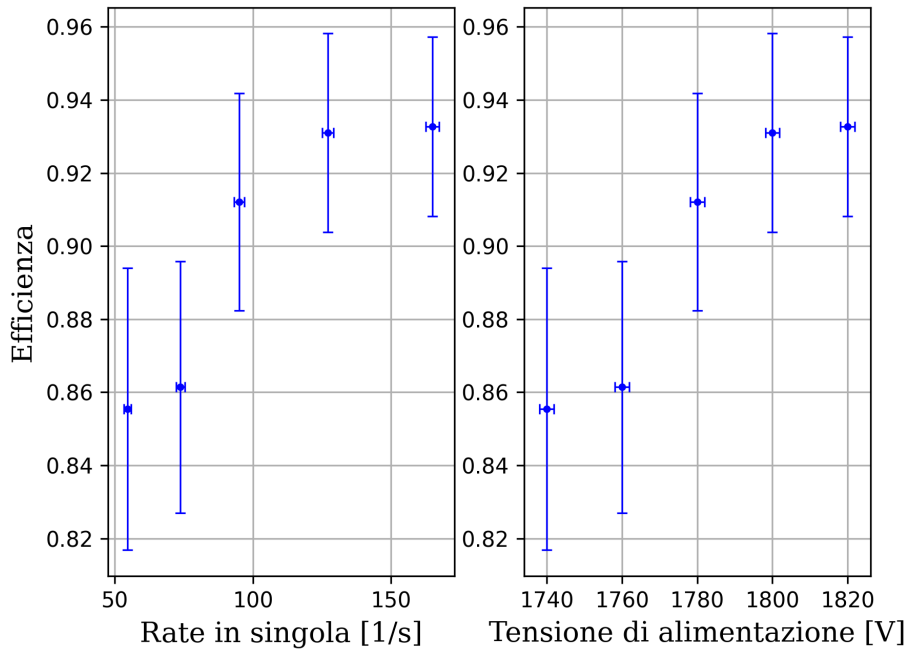
Punto di lavoro per PMT02



$V[V]$	Rate singola [Hz]	Efficienza
1720 ± 2	24 ± 1	0.48 ± 0.06
1740 ± 2	34 ± 1	0.72 ± 0.05
1760 ± 2	41 ± 1	0.77 ± 0.05
1780 ± 2	51 ± 1	0.83 ± 0.04
1790 ± 2	60 ± 1	0.89 ± 0.03
1800 ± 2	64 ± 1	0.90 ± 0.03
1810 ± 2	73 ± 2	0.87 ± 0.04
1820 ± 2	80 ± 2	0.93 ± 0.03
1830 ± 2	88 ± 2	0.86 ± 0.04
1850 ± 2	112 ± 2	0.90 ± 0.03

Figura 8.2: Punto di lavoro con relativa tabella di valori per PMT02. Si sceglie la tensione di alimentazione di $1800 \pm 2V$

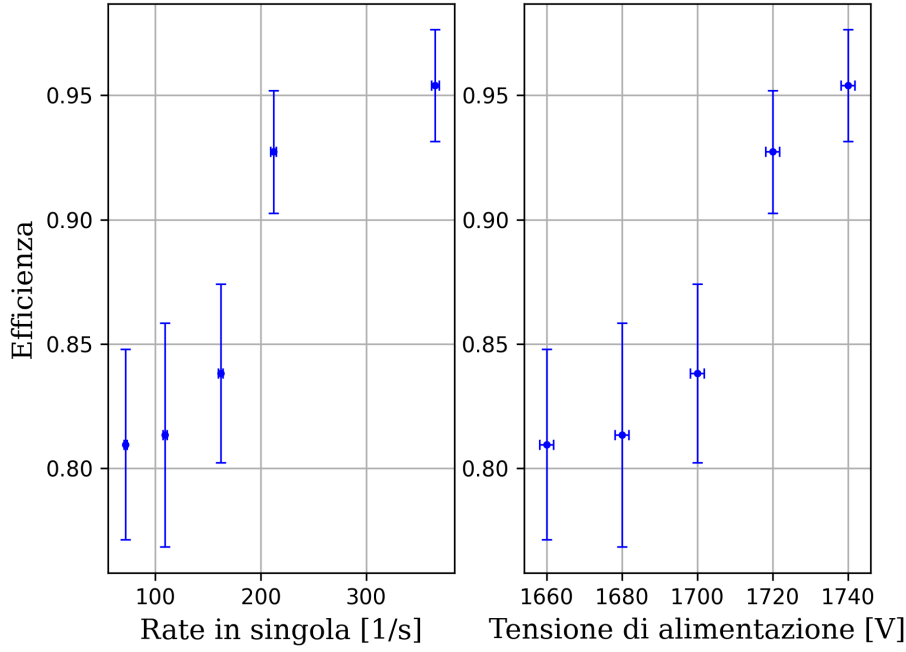
Punto di lavoro per PMT03



$V[V]$	Rate singola [Hz]	Efficienza
1740 ± 2	55 ± 1	0.86 ± 0.04
1760 ± 2	74 ± 2	0.86 ± 0.03
1780 ± 2	95 ± 2	0.91 ± 0.03
1800 ± 2	127 ± 2	0.93 ± 0.03
1820 ± 2	165 ± 2	0.93 ± 0.02

Figura 8.3: Punto di lavoro con relativa tabella di valori per PMT03. Si sceglie la tensione di alimentazione di $1800 \pm 2V$

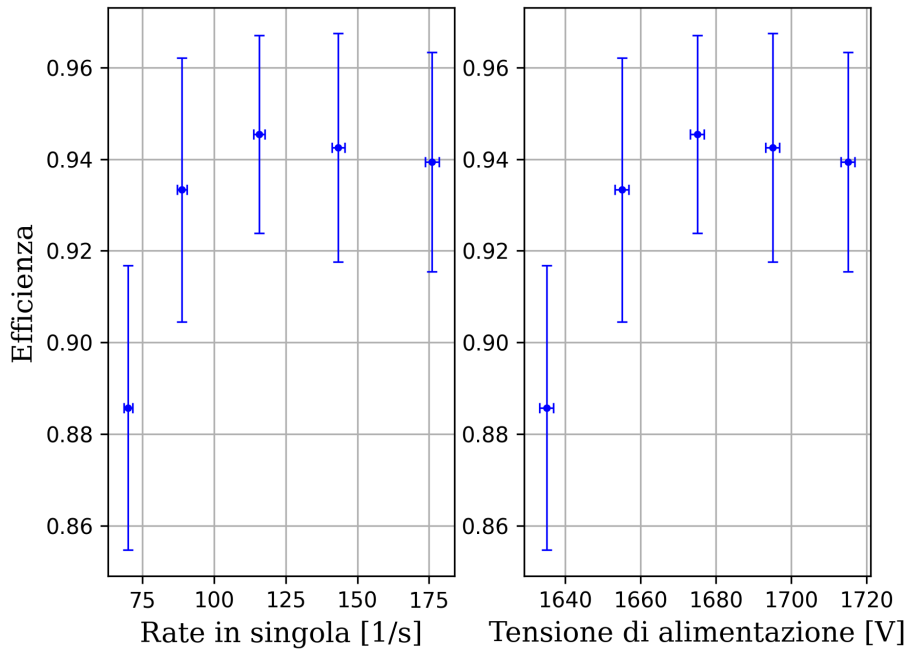
Punto di lavoro per PMT04



$V[V]$	Rate singola [Hz]	Efficienza
1660 ± 2	72 ± 2	0.81 ± 0.04
1680 ± 2	109 ± 2	0.81 ± 0.04
1700 ± 2	162 ± 2	0.84 ± 0.04
1720 ± 2	212 ± 3	0.93 ± 0.02
1740 ± 2	365 ± 3	0.95 ± 0.02

Figura 8.4: Punto di lavoro con relativa tabella di valori per PMT04. Si sceglie la tensione di alimentazione di $1720 \pm 2V$

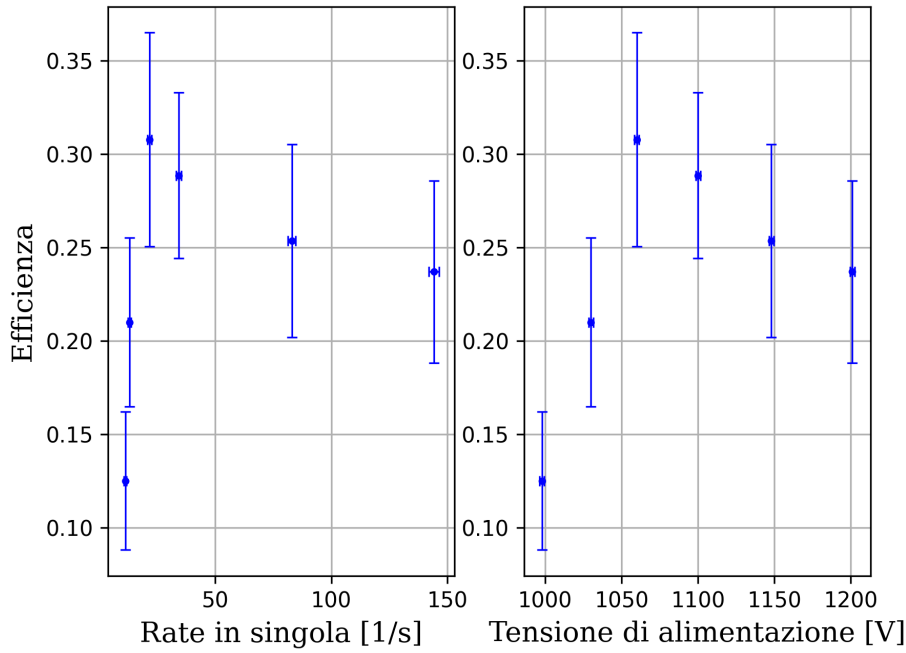
Punto di lavoro per PMT05



$V[V]$	Rate singola [Hz]	Efficienza
1635 ± 2	70 ± 2	0.89 ± 0.03
1655 ± 2	89 ± 2	0.93 ± 0.03
1675 ± 2	116 ± 2	0.95 ± 0.02
1695 ± 2	143 ± 2	0.94 ± 0.02
1715 ± 2	176 ± 2	0.94 ± 0.02

Figura 8.5: Punto di lavoro con relativa tabella di valori per PMT05. Si sceglie la tensione di alimentazione di $1675 \pm 2V$

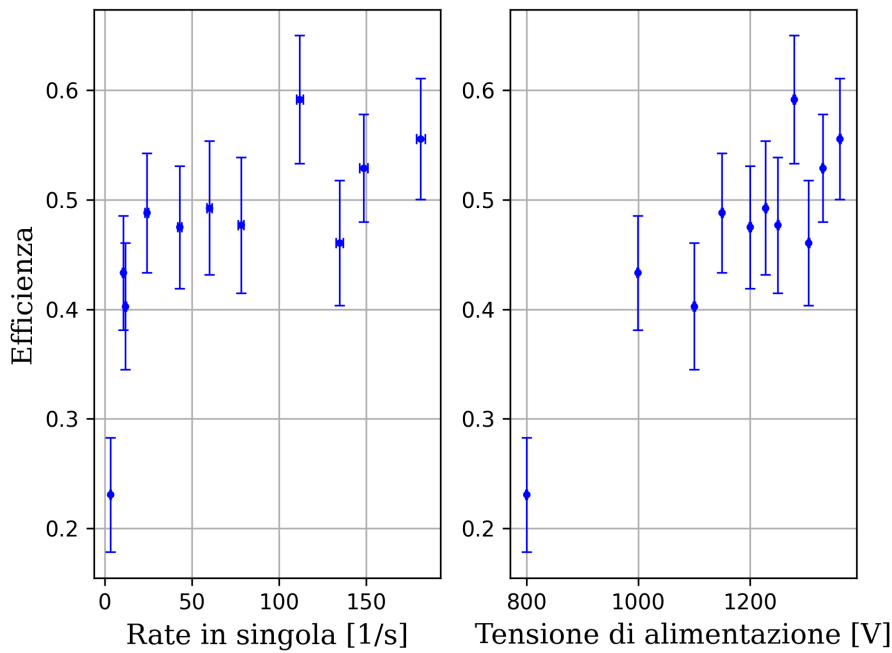
Punto di lavoro per PMT08



$V[V]$	Rate singola [Hz]	Efficienza
998 ± 1	11 ± 1	0.12 ± 0.04
1030 ± 2	13 ± 1	0.21 ± 0.05
1060 ± 2	22 ± 1	0.31 ± 0.06
1100 ± 2	34 ± 1	0.29 ± 0.04
1148 ± 2	83 ± 2	0.25 ± 0.05
1201 ± 2	144 ± 2	0.24 ± 0.05

Figura 8.6: Punto di lavoro con relativa tabella di valori per PMT08. Si sceglie la tensione di alimentazione di $1148 \pm 2V$

Punto di lavoro per PMT09



$V[V]$	Rate singola [Hz]	Efficienza
800 ± 1	3 ± 0	0.23 ± 0.05
999 ± 1	11 ± 1	0.43 ± 0.05
1100 ± 2	12 ± 1	0.40 ± 0.06
1150 ± 2	24 ± 1	0.49 ± 0.05
1200 ± 2	43 ± 1	0.47 ± 0.06
1228 ± 2	60 ± 1	0.49 ± 0.06
1250 ± 2	78 ± 2	0.48 ± 0.06
1279 ± 2	112 ± 2	0.59 ± 0.06
1305 ± 2	135 ± 2	0.46 ± 0.06
1330 ± 2	148 ± 2	0.53 ± 0.05
1361 ± 2	181 ± 2	0.56 ± 0.06

Figura 8.7: Punto di lavoro con relativa tabella di valori per PMT09. Si sceglie la tensione di alimentazione di $1279 \pm 2V$

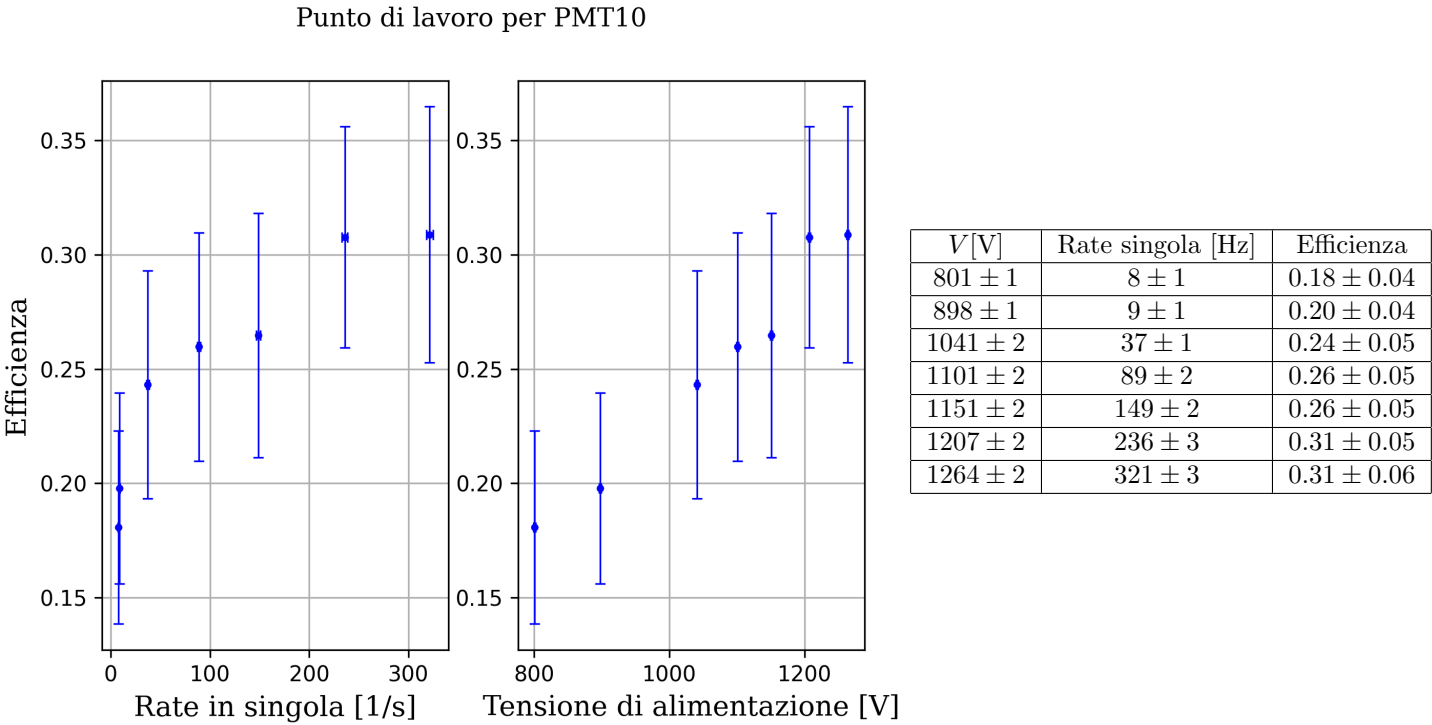


Figura 8.8: Punto di lavoro con relativa tabella di valori per PMT10. Si sceglie la tensione di alimentazione di $1151 \pm 2V$

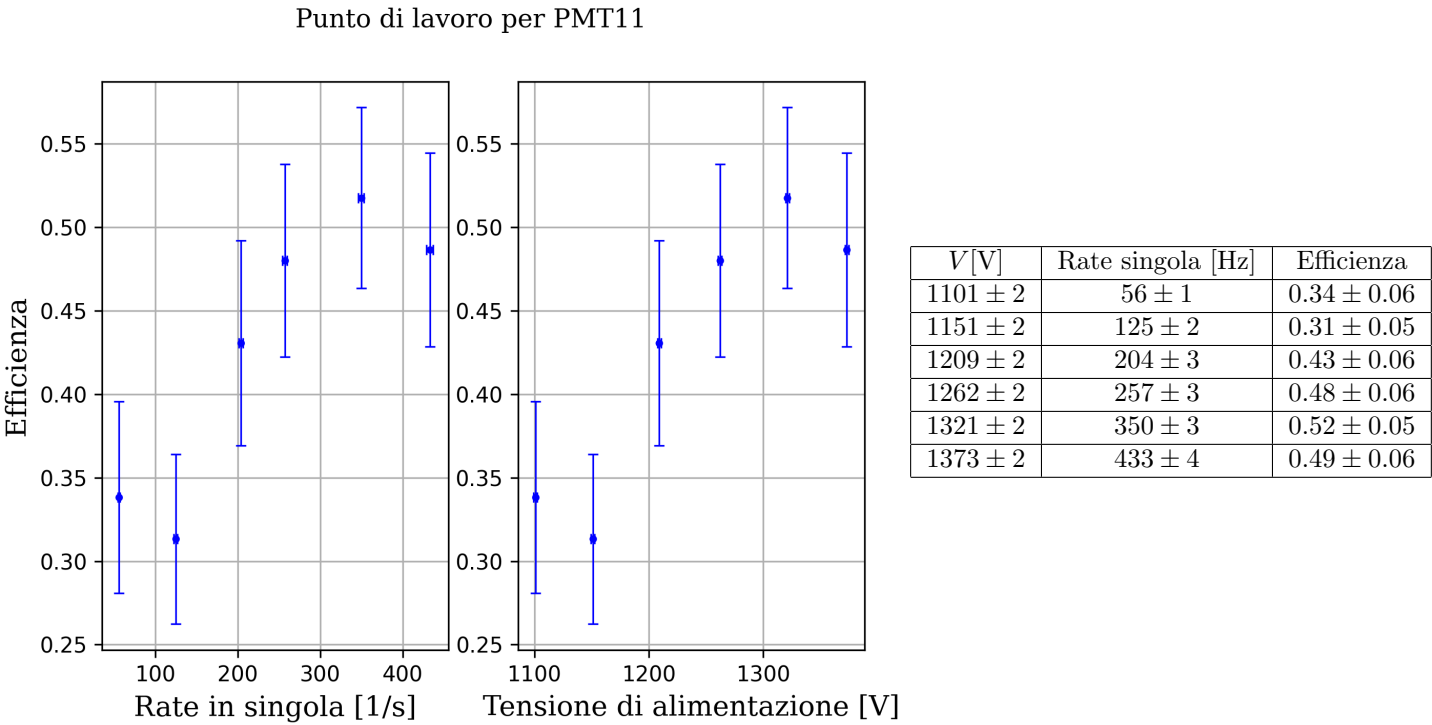


Figura 8.9: Punto di lavoro con relativa tabella di valori per PMT11. Si sceglie la tensione di alimentazione di $1262 \pm 2V$

9 Schema elettrico

Si riporta per completezza in figura 9.1 lo schema circuitale di tutto l'apparato strumentale, comprendente i vari collegamenti tra i PMT e i moduli NIM, le porte logiche utilizzate, la logica delle coincidenze di START e STOP.

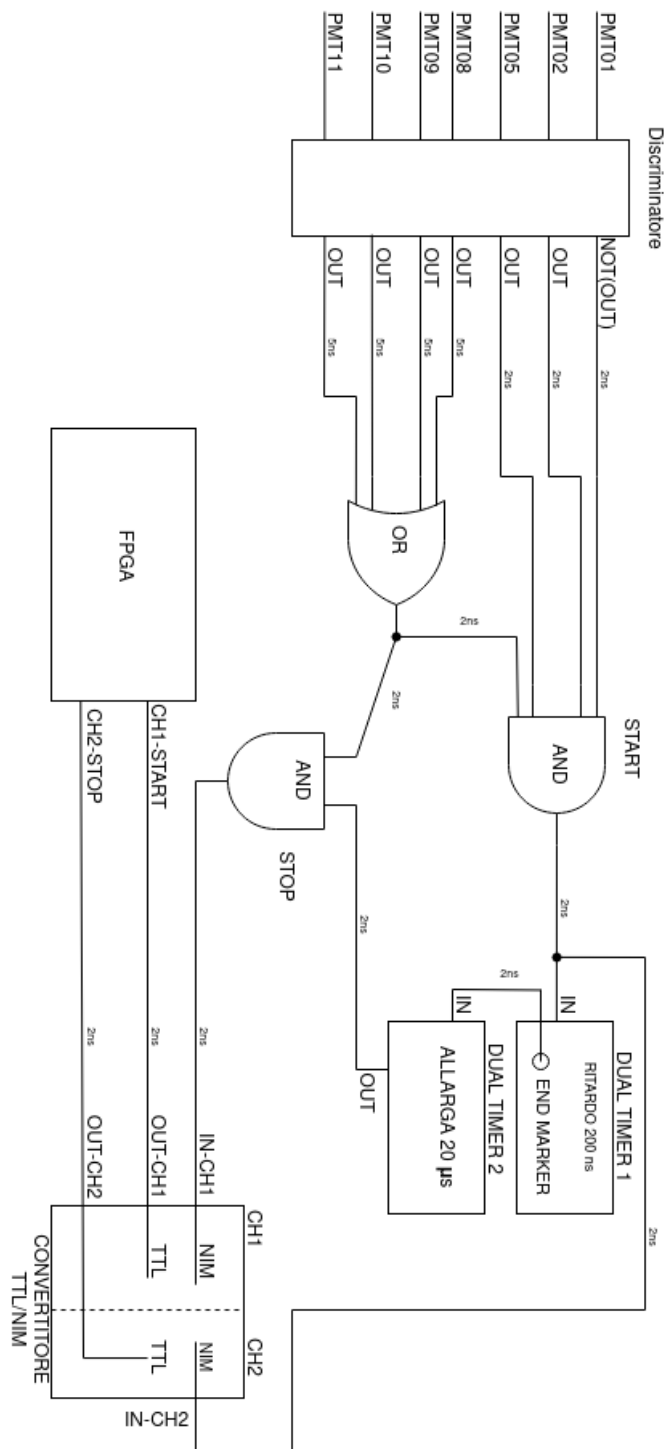


Figura 9.1