

Effetto Compton

Montanelli Alberto, Vinotto Chiara

Abstract

Lo scopo dell'esperienza è la misura della massa dell'elettrone m_e tramite lo studio del fenomeno di diffusione Compton. Si utilizza una sorgente radioattiva di ^{60}Co che emette per decadimento β^- due fotoni di energia rispettivamente 1.173MeV e 1.333MeV che scatterano su un bersaglio costituito da uno scintillatore plastico posto davanti il fascio. I fotoni scatterati sono rivelati da uno scintillatore inorganico NaI che viene posto a diversi angoli di scattering θ rispetto al fascio diretto. Si utilizza un analizzatore multicanale per acquisire i segnali che arrivano al cristallo NaI, che associa un canale ad un valore di tensione corrispondente al segnale in ingresso. Poiché è necessario avere dei valori in energia, si utilizzano delle sorgenti radioattive di cui è nota l'energia dei fotoni emessi per calibrare la scala dei canali ed ottenere una conversione canali \leftrightarrow energia.

Dunque, dopo aver verificato il funzionamento corretto dei due scintillatori, si procede alla costruzione della coincidenza tra i due (indicati con PMT01 e PMT02) per acquisire tramite l'analizzatore segnali di eventi Compton. Ricostruendo l'istogramma dello spettro Compton così ottenuto è possibile ottenere i valori in canale dei fotoni scatterati e in seguito convertirli in energia, avendo realizzato la calibrazione precedentemente spiegata.

In seguito si può ottenere la misura della massa dell'elettrone in due modi: tramite una singola misura delle energie finali per ciascun angolo di scattering, oppure tramite un fit del plot E_{fin} vs $\theta_{\text{scattering}}$.

I valori ottenuti tramite il primo metodo, riportati in seguito nell'analisi dati e commentati nelle conclusioni, sono generalmente compatibili con il valore atteso, sebbene l'errore relativo arriva ad essere dell'ordine del 10-20%. Tramite il secondo metodo si ottengono dei risultati compatibili entro 2σ di errore e con un errore relativo del 2-3%.

1 Introduzione

Lo scopo dell'esperienza è la misura della massa dell'elettrone m_e , tramite la misura dell'energia e dell'angolo del fotone diffuso, nel processo dello scattering Compton, attraverso l'espressione:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e}(1 - \cos\theta)} \quad (1.1)$$

dove

- E' è l'energia del fotone diffuso (in MeV);
- E è l'energia del fotone incidente (in MeV);
- θ l'angolo del fotone diffuso;
- m_e è la massa dell'elettrone (in MeV).

Si utilizzeranno le unità naturali $c = \hbar = 1$; la massa dell'elettrone vale pertanto $m_e = 0.511\text{MeV}$.

Viene utilizzata una sorgente radioattiva il ^{60}Co , che decade per decadimento beta negativo nell'isotopo ^{60}Ni in uno stato eccitato. Il nucleo di ^{60}Ni energizzato emette in cascata due raggi gamma γ con energie di 1.173 e 1.333 MeV, per diventare poi ^{60}Ni stabile. I fotoni prodotti sono utilizzati per la misura, poiché scatterano su un bersaglio attivo, costituito da uno scintillatore plastico, e se ne misura l'energia finale.

2 Apparato sperimentale

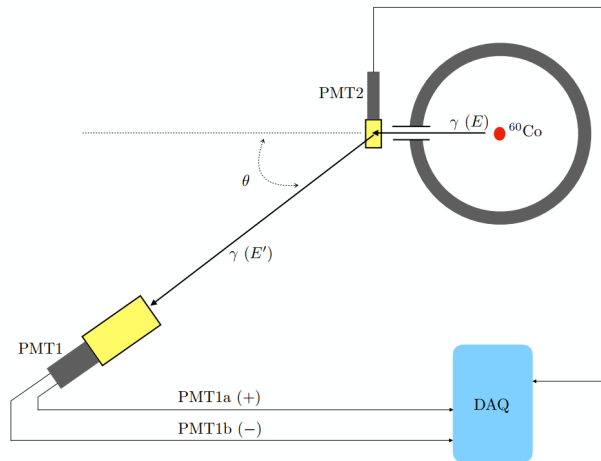


Figure 2.1: Schema dell'apparato sperimentale per la misura della massa dell'elettrone

2.1 Strumentazione utilizzata

- Sorgente di ^{60}Co (attività Febbraio 1997 74 MBq), schermata in un contenitore di piombo con collimatore a sezione circolare.
- Scintillatore plastico disposto davanti al fascio di fotoni uscente dal collimatore, che svolge la funzione di bersaglio attivo in cui avviene la diffusione Compton. La luce prodotta all'interno dello scintillatore plastico viene letta per mezzo di un fotomoltiplicatore (PMT2 con $V_{max} = 1800\text{ V}$).
- Rivelatore di fotoni orientabile in angolo e in distanza rispetto alla sorgente, costituito da un cristallo cilindrico di scintillatore inorganico NaI, letto da un fotomoltiplicatore (Photomultiplier Base ORTEC 276) (PMT1). Il PMT1 fornisce due segnali di uscita su due connettori BNC distinti: la prima (PMT1a) fornisce un segnale positivo pre-amplificato a bassa impedenza ($Z_0 = 93\Omega$ dc-coupled) adatto alla misura dell'energia del fotone, mentre la seconda uscita (PMT1b) fornisce un segnale negativo (anodo) ad alta impedenza ($Z_0 = 1k\Omega$ ac-coupled) utile principalmente come segnale temporale.

- Amplificatore/Formatore (Tennelec TC-241) per adattare il segnale analogico di PMT1a all'acquisizione tramite multicanale.
- Analizzatore multicanale (CAEN N957), contenente un ADC che misura l'ampiezza di picco del segnale al suo ingresso, quando questo supera una soglia prefissata o se viene fornito un segnale di gate sull'apposito connettore. Questo registra un evento campionando la tensione in ingresso in uno dei 8192 canali a disposizione. E' possibile così ottenere un istogramma in canali, corrispondente alle tensioni (e quindi alle energie) degli eventi registrati dall'ADC.
- Alimentatore CAEN N471 a due canali HV.
- Altre sorgenti radioattive a disposizione per la calibrazione del rivelatore e del sistema di lettura: ^{241}Am , ^{60}Co , ^{137}Cs , ^{22}Na .

3 Set Up sperimentale

Per iniziare è necessario verificare il funzionamento della strumentazione e impostare i punti di lavoro del PMT01 e PMT02, ovvero scegliere le alimentazioni, tensioni di soglia e larghezza dei segnali e la distanza del PMT01 dalla sorgente.

3.1 Segnale PMT-01

Come prima cosa, si accende il fotomoltiplicatore PMT01 che legge lo scintillatore a NaI tramite il power supply CAEN 2 FOLD HV N471 ad una tensione di $V=650\pm5\text{V}$ e si verifica il funzionamento posizionandolo davanti alla sorgente di Cobalto. Si visualizza il segnale uscente dalla bocchetta PMT-01b con l'oscilloscopio. Come si vede in figura 3.1 si ottiene un segnale di durata temporale $\Delta t = 580\pm10\text{ns}$ e ampiezza $\sim -400\text{mV}$.

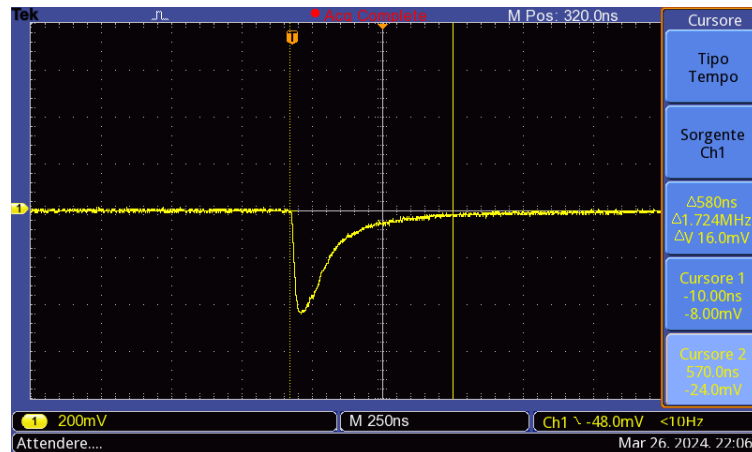


Figure 3.1: Visualizzazione del segnale del PMT-01

Successivamente si collega il segnale all'ingresso del discriminatore e, impostando una soglia di circa -40 mV, si osserva l'uscita all'oscilloscopio: si nota che il segnale discriminato non è stabile.

Il segnale del PMT-01b, infatti, è troppo lungo rispetto allo stesso segnale discriminato in uscita: quest'ultimo termine prima della fine del segnale in ingresso, quindi il discriminatore scatta più volte. Per rendere stabile il segnale discriminato del PMT-01b, si collega l'uscita del discriminatore all'ingresso (denominato START) del primo modulo della dual timer e si allarga il segnale fino a $1\mu\text{s}$. Il segnale di uscita è mandato in ingresso al secondo modulo della dual timer con la quale si realizza un segnale di durata temporale di $52\pm2\text{ns}$ (viene poi allargato a 204 ns per la coincidenza).

Per scegliere il punto di lavoro del cristallo è necessario osservare lo spettro.

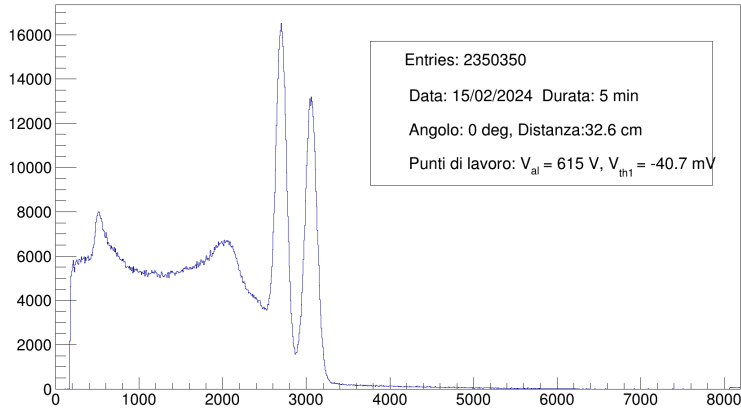
Quindi si connette il segnale PMT01-A all'INPUT dell'amplificatore Tennelec TC241 e si connette l'uscita di quest'ultimo all'analizzatore multicanale CAEN N957. Osservando questo segnale all'oscilloscopio si ottiene un segnale di $\sim 9\mu\text{s}$ e $\sim 3.88\text{V}$.

Si inizia l'acquisizione tramite l'apposito software da computer, osservando lo spettro sul monitor.

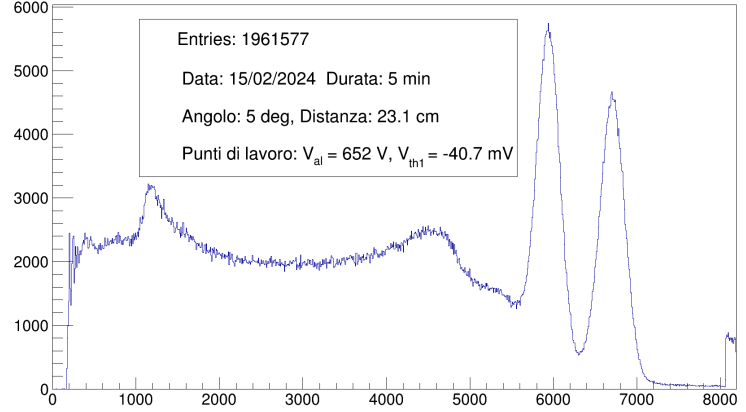
Per scegliere la tensione di alimentazione del PMT-01 si acquisisce lo spettro in funzione della tensione di alimentazione, mentre per osservare come varia lo spettro in funzione della distanza si acquisisce lo spettro variando la posizione del PMT-01 lungo la guida, mantenendo fissa la tensione di alimentazione.

Si ottengono gli spettri di figura 3.22 e 3.3.

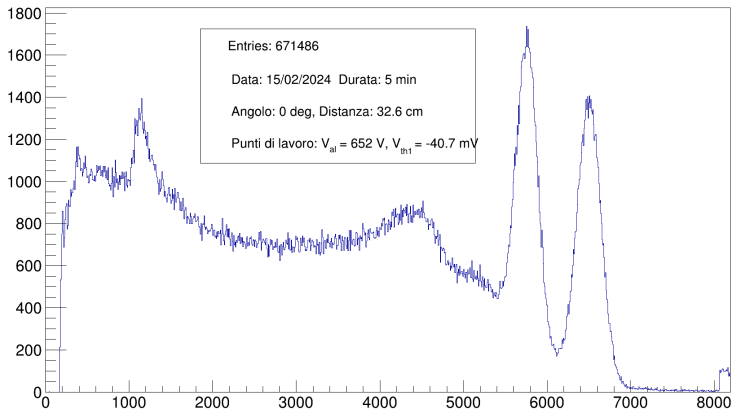
Spettro 15/02 615 V



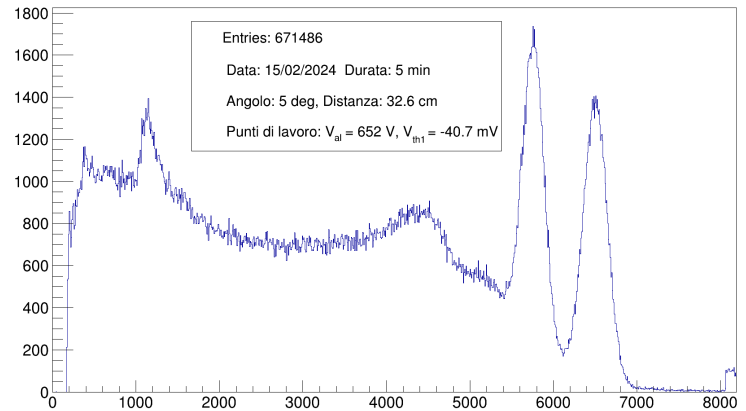
Spettro 15/02 23.1 cm



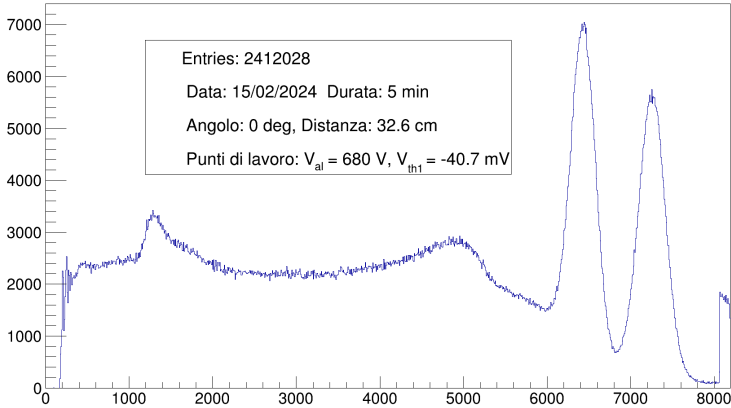
Spettro 15/02 652 V



Spettro 15/02 32.6 cm



Spettro 15/02 680 V



Spettro 15/02 43.9 cm

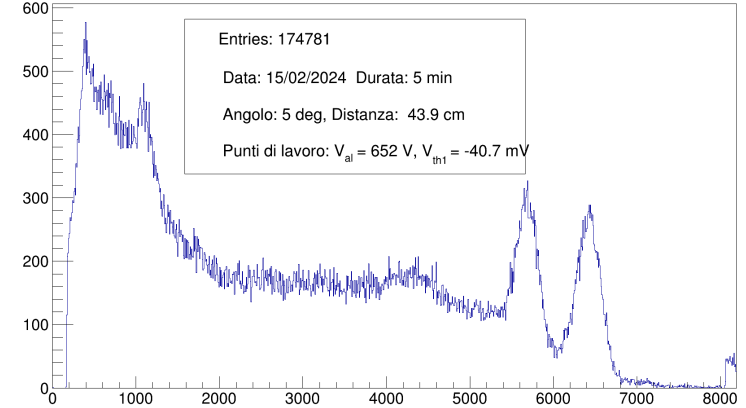


Figure 3.2: Spettri in funzione della tensione di alimentazione del PMT-01

Figure 3.3: Spettri in funzione della distanza del PMT-01 dalla sorgente di cobalto

Innanzitutto gli spettri ottenuti dall'analizzatore multicanale rispettano l'andamento atteso: è possibile notare i fotopicchi corrispondenti ai fotoni di energia 1.173 MeV e 1.333 MeV prodotti dal decadimento della sorgente di ^{60}Co . Inoltre, cambiando la tensione di alimentazione, lo spettro si sposta orizzontalmente, in particolare cambia il numero del canale associato ai fotopicchi del Cobalto. Infatti il multicanale associa un canale ad ogni valore della tensione dello spettro registrato, fino ad un valore massimo (in canali) di 8192: più è alta la tensione di alimentazione più si ha accesso ad un maggior numero di canali. E' utile quindi avere a disposizione più canali per una buona risoluzione, motivo per cui si imposta una tensione di alimentazione di 680 V per il PMT01. Poiché questo spettro è stato acquisito



a 0° rispetto al fascio di fotoni diffusi dalla sorgente (che nello scattering compton¹ corrisponde alla massima energia dei fotoni scatterati), non c'è pericolo che lo spettro sia tagliato: i fotopicchi alla tensione di 680V sono correttamente acquisiti con tutta la loro larghezza, all'aumentare dell'angolo l'energia del fotone scatterato sarà minore e i fotopicchi si sposteranno verso canali di numero più piccolo. Questa verifica sarà più chiara ed esplicitata dopo la realizzazione della coincidenza per lo scattering Compton.

Inoltre al variare della distanza varia il rate, ovvero più il PMT01 è lontano dalla sorgente meno eventi registra. Si sceglie di posizionare il PMT-01 a 32.6 cm dalla sorgente.

3.2 Segnale del PMT-02

Viene ora posizionato lo scintillatore plastico davanti alla sorgente, questo viene letto dal PMT-02 acceso tramite il power supply CAEN 2 FOLD HV N471 con una tensione di alimentazione di $1750 \pm 5V$. Per verificarne il funzionamento è stato visualizzato il segnale all'oscilloscopio e notato un segnale con ampiezza ~ 64 mV e durata temporale ~ 50 ns.

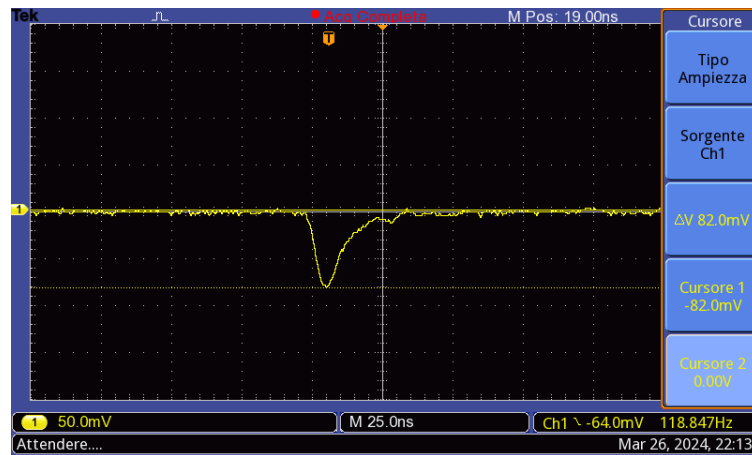


Figure 3.4: Visualizzazione dei segnali dei due PMT in persistenza con il segnale del PMT-02 ritardato di 50 ns

Dato che il segnale del PMT-02 è molto debole² è necessario l'utilizzo di un amplificatore x10, quindi viene mandato in ingresso ad un amplificatore di tensione e poi collegato all'unità di discriminazione con una tensione di soglia di -40.5 ± 0.5 mV.



Per scegliere la tensione di alimentazione e quella di soglia del discriminatore si è deciso di misurare il rate dello scintillatore lontano dalla sorgente rispetto a quello ottenuto quando lo scintillatore è davanti alla sorgente. In questo modo si ha un'idea del fondo di eventi che vengono discriminati e cercare di minimizzare la percentuale di fondo. Mantenendo la tensione di alimentazione a 1750 V e tensione di soglia a -40.5 mV, si ottiene un rate di circa 30 kHz di fondo su 60 kHz di eventi davanti alla sorgente, quindi la percentuale di fondo è il 50 % del totale.

Si decide quindi di abbassare la soglia del discriminatore e di portarla a -51 ± 0.5 mV, in modo che eventi meno energetici dovuti allo scattering di fotoni esterni alla sorgente non vengano discriminati, si ottiene un rate di fondo di circa 3kHz su 20kHz, quindi la percentuale di fondo scende al 15%.

Quindi si imposta una tensione di alimentazione di 1750 ± 5 V e una tensione di soglia di -51.0 ± 0.5 mV.

4 Coincidenza

Dopo aver determinato i punti di lavoro è necessario realizzare una coincidenza tra i segnali dei due PMT da mandare all'ingresso GATE del multicanale per triggerare l'acquisizione. La richiesta di avere un evento proveniente dall'AND logico tra i PMT01 e PMT02³, infatti, costituisce un segnale di evento Compton, ovvero dello stesso fotone che scattera sul bersaglio plastico con un certo angolo e viene rilevato ad un'energia minore dal PMT01.

¹Nonostante in questa condizione non si osserva ancora l'effetto Compton, poiché non c'è lo scintillatore plastico che fa scatterare i fotoni, si osservano solo i fotoni che arrivano direttamente al PMT01.

²poiché i segnali che rivela non sono dovuti ai fotoni che scatterano ma gli elettroni all'interno dello scintillatore stesso che sono scatterati per effetto Compton che ionizzano il materiale. Tuttavia questi hanno energie molto basse

³In realtà non è sufficiente, occorre anche che i due segnali siano in qualche modo compatibili temporalmente, come verrà spiegato tra poco

4.1 GATE

È necessario comprendere meglio come utilizzare la funzione di GATE. Per fare ciò viene mandato in ingresso al GATE l'uscita del secondo modulo dual timer, ovvero il segnale del PMT-01b discriminato.

Per fare in modo che l'acquisizione avvenga entro il gate, bisogna assicurarsi che questo contenga interamente il segnale PMT1 amplificato, quindi si osservano all'oscilloscopio i segnali PMT1amp e il PMT1b discriminato in uscita dalla dual timer; il secondo viene così allargato tramite la dual timer fino a $11.5\mu s$.

Inoltre per acquisire con un Gate esterno è necessario cambiare il comando di acquisizione trigger da default a ext del multicanale.

Successivamente si acquisiscono gli spettri al variare della tensione di soglia del discriminatore per il segnale del PMT-01b che utilizziamo come gate. Gli spettri sono presentati in figura 4.1. Osservando gli spettri si può notare che

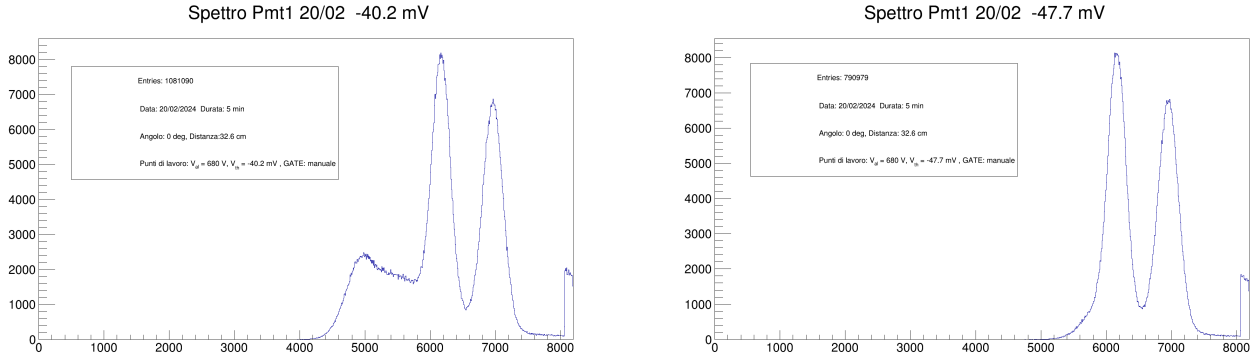


Figure 4.1: Spettri al variare della tensione di soglia del discriminatore per il segnale discriminato del PMT-01 utilizzato come gate

più la soglia del discriminatore è bassa, più canali si vedono, quindi possono essere acquisiti anche fotoni a energia più piccola. Questo è necessario per riuscire a vedere picchi Compton ad energie più basse (permettendo di arrivare dunque ad angoli di scattering più grandi) e per avere un'idea migliore delle code dei picchi e quindi del fondo. Per questo motivo si sceglie di abbassare ulteriormente la tensione di soglia del discriminatore per il PMT-01 $-30.7 \pm 0.5 mV$.

4.2 Ritardo

Per realizzare la coincidenza e per fare in modo che la coincidenza sia relativa ad eventi compton, è necessario che i due segnali (pmt-01b e pmt-02) coincidano entro una finestra temporale di centinaia di ns, quindi il segnale del PMT01 viene allargato, agendo sulla dual timer, fino a 204 ns.

I due scintillatori però scattano in tempi diversi, quindi è necessario fare una messa in tempo dei due segnali e ritardare uno dei due in modo che la coincidenza sia relativa a un evento di scattering.

Per scegliere il ritardo da utilizzare vengono osservati all'oscilloscopio i segnali discriminati del PMT2 e del PMT1b (posizionato ad un angolo di 15°) e visualizzando i segnali in persistenza si nota un accumulo di segnali del PMT-02 a circa 50 ns dall'inizio segnale del PMT-01 come in figura 4.2. Motivo per cui si sceglie di ritardare il segnale discriminato del PMT-02 di 50 ns.

Per ritardare il segnale discriminato del PMT-02, viene utilizzata una dual timer alla quale viene mandato in ingresso il segnale discriminato del PMT-02 e generato un segnale largo 50 ns, poi l'endmarker di questo viene mandato in ingresso a un'altra dual timer per generare un segnale largo 100 ns, così da ottenere il segnale ritardato.

Dopo aver ritardato il segnale discriminato del PMT-02, vengono osservati nuovamente i due segnali all'oscilloscopio e si nota che diversi segnali del PMT-02 cadono entro la finestra del PMT-01 come in figura 4.3.

4.3 Realizzazione della coincidenza

I due segnali vengono poi mandati all'unità di coincidenza. Prima di mandare l'uscita lineare della coincidenza al gate del multicanale bisogna fare il modo che la coincidenza contenga il segnale amplificato del PMT-01, per fare ciò vengono visualizzati entrambi i segnali all'oscilloscopio e utilizzando una dual timer si allarga la coincidenza fino a

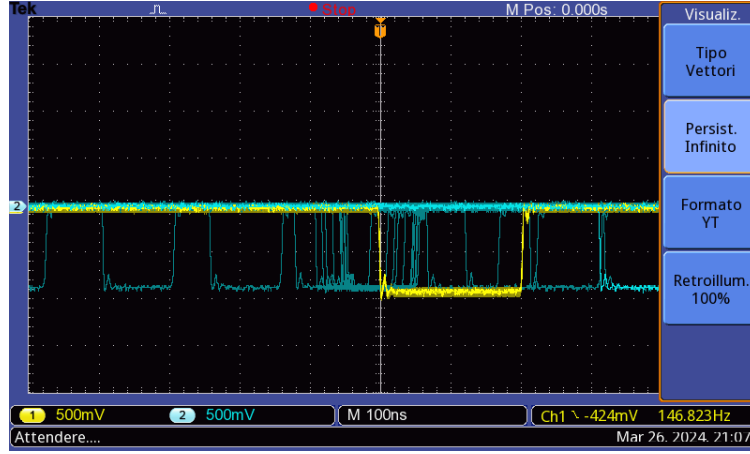


Figure 4.2: Visualizzazione dei segnali dei due PMT in persistenza senza ritardo

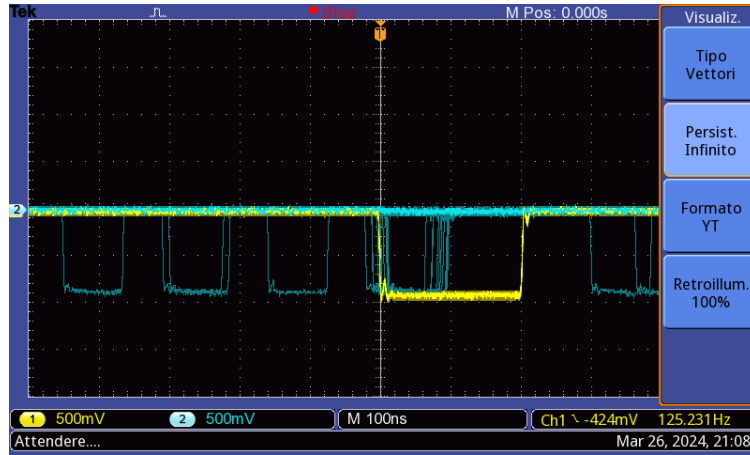


Figure 4.3: Visualizzazione dei segnali dei due PMT in persistenza con il segnale del PMT-02 ritardato di 50 ns

10 μs come si vede in figura 4.4.

Successivamente l'uscita lineare viene mandata in ingresso al GATE del multicanale.

Avendo osservato precedentemente come la tensione di soglia dei PMT influisce sullo spettro, si acquisisce lo spettro triggerato dalla coincidenza variando la tensione di soglia dei due segnali (PMT-01 e PMT-02) discriminati.

Il PMT-01 viene posizionato ad un angolo $\theta = 18^\circ$ e variando la tensione di soglia vengono acquisiti diversi spettri per 10 minuti ciascuno.

Tenendo fissa la tensione di soglia del PMT-01 a -41.3 mV, viene variata la tensione di soglia del PMT-02, ottenendo gli spettri di Fig. 4.5.

Osservando i due spettri si può che la tensione di soglia del discriminatore relativo al segnale del PMT-02 non modifica lo spettro (ovvero i canali aperti sono gli stessi).

Si mantiene ora fissa a -50.6 ± 0.5 mV la tensione di soglia del PMT-02 variando la soglia del discriminatore per il PMT-01 e si inizia un'acquisizione: si osserva che lo spettro si allarga al diminuire della tensione di soglia del discriminatore per il segnale del PMT-01b.

In figura 4.6 si riporta uno spettro con tensione di soglia del PMT-01b pari a -20.7 ± 0.5 mV.

Osservando la figura si nota che con una tensione di soglia del PMT-01b troppo alta è tagliato uno dei due picchi del cobalto. Quindi le tensioni di soglia dei due pmt scelte sono $V_{th1} = -20.7 \pm 0.5$ mV e $V_{th2} = -50.6 \pm 0.5$ mV.

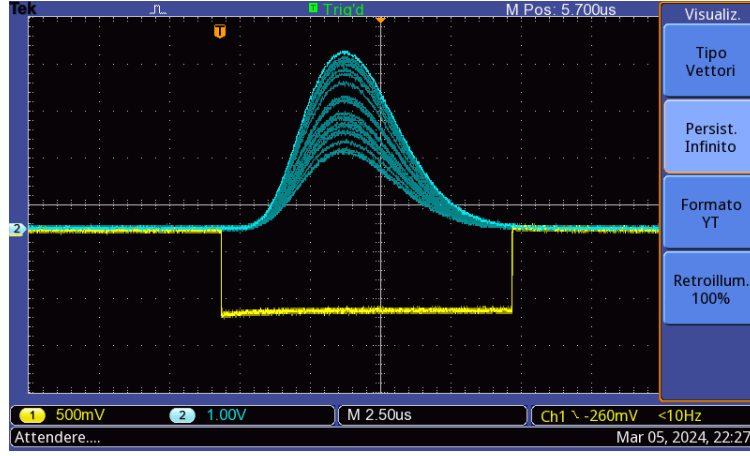


Figure 4.4: Visualizzazione in persistenza della coincidenza e del segnale amplificato del PMT-01

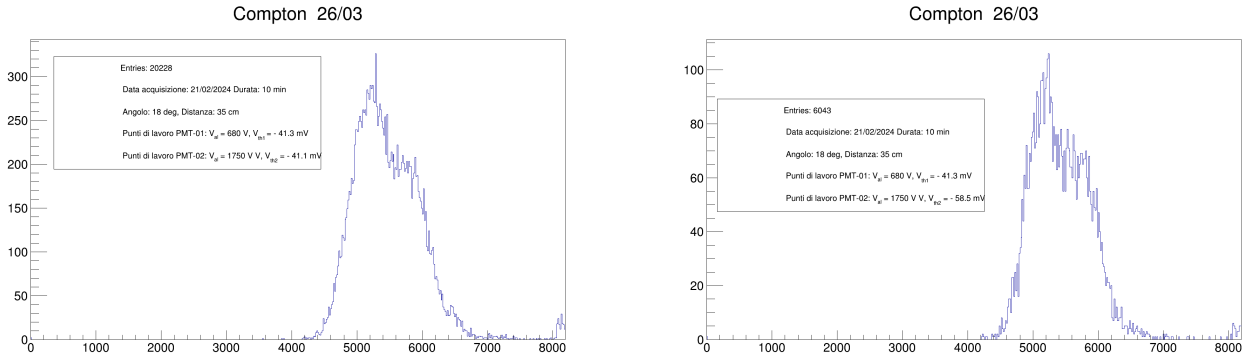


Figure 4.5: Spettri al variare della tensione di soglia del PMT-02: $V_{th} = -41.1mV$ (a sinistra) e $V_{th} = -58.5mV$ (a destra)

4.4 Verifica della coincidenza

Per verificare il funzionamento della coincidenza e la correttezza del ritardo introdotto i due PMT vengono messi a distanza zero e il segnale del PMT-02 viene ritardato ulteriormente fino a $1\mu s$ (tramite dual timer). Viene quindi acquisito uno spettro utilizzando come Gate la coincidenza sfalsata riportato in figura 4.7.

Osservando la figura si può notare che ritardando il segnale del PMT-02 di $1\mu s$ non vengono più acquisiti segnali relativi a fotoni che fanno effetto compton, ma l'acquisizione in questo caso viene triggerata da coincidenze doppie accidentali. Questo conferma che la coincidenza realizzata inserendo un ritardo di 50 ns permette di acquisire effettivamente segnali relativi ai fotoni scatterati per effetto Compton.

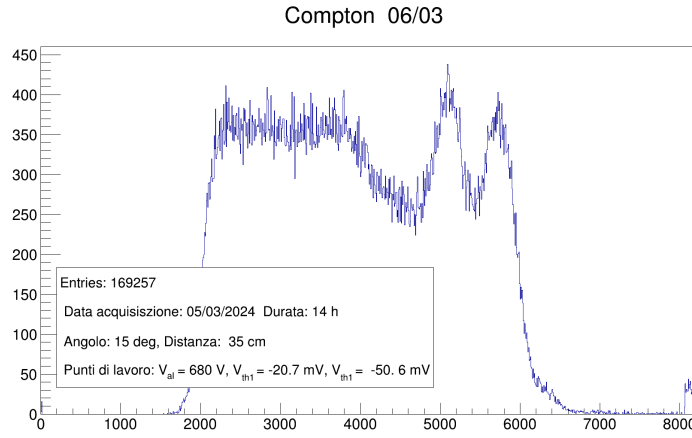


Figure 4.6: Spettro con $V_{th2} = -50.6mV$ e $V_{th1} = -20.7mV$

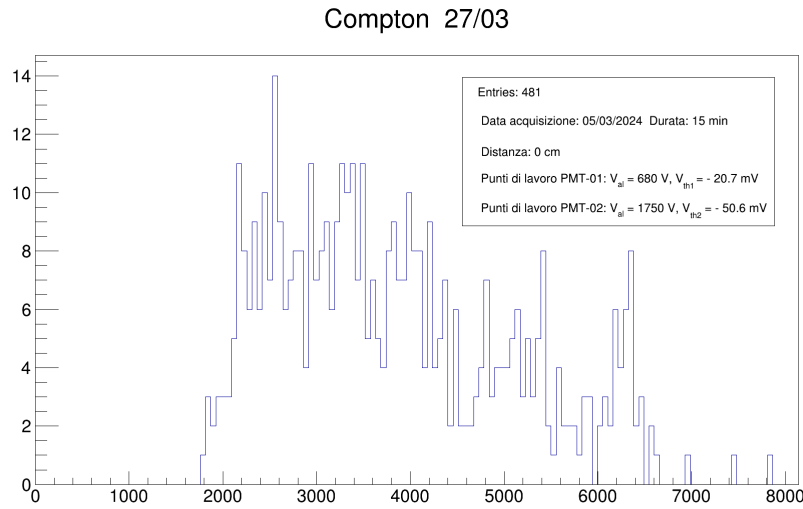


Figure 4.7: Spettro acquisito con GATE con ritardo di $1\mu s$

5 Spettro Compton

Dopo aver realizzato la coincidenza e aver modificato i punti di lavoro, vengo acquisiti diversi spettri variando l'angolo e la distanza dalla sorgente di cobalto. Così facendo si può sia verificare se lo spettro segue l'andamento atteso riguardo la posizione dei picchi, la larghezza dei picchi e la loro sovrapposizione sia modificare ulteriormente la geometria.

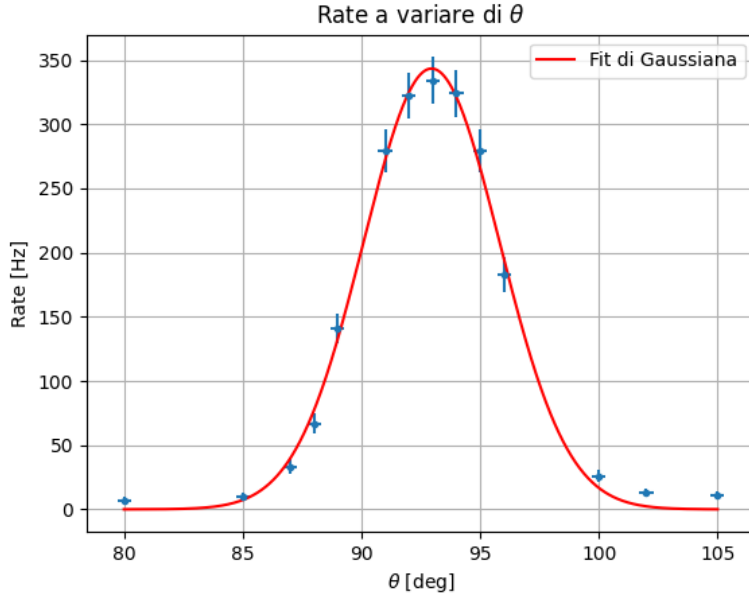
5.1 Angolo zero

Prima di acquisire lo spettro compton è necessario trovare l'angolo zero, ovvero la posizione in cui il fascio di fotoni della sorgente arriva direttamente al PMT-01 e quindi l'energia dei fotoni è massima.

Per fare questo si misura il rate al variare dell'angolo portando il segnale discriminato del PMT-01 al contatore e facendo acquisizione di 30 s per ogni angolo. Sui dati raccolti è stato poi realizzato un fit eseguito tramite la minimizzazione del chiquadro di una funzione gaussiana a 3 parametri, come mostrato di seguito in figura 5.1.

Ai rate è stata associata come incertezza la radice quadrata degli stessi poichè i conteggi seguono una distribuzione poissoniana, mentre come errore sugli angoli è stato associato $\Delta\theta/\sqrt{12}$ con $\Delta\theta = 1^\circ$, assumendo che l'errore di lettura sia uniformemente distribuito tra una divisione e l'altra del goniometro.

Dai parametri del fit riportati in tabella 5.1 si ottiene l'angolo zero come media della gaussiana; questo verrà utilizzato come riferimento per ogni variazione di angolo.



$\theta[deg]$	Rate [Hz]
80.0 ± 0.3	7 ± 3
85.0 ± 0.3	10 ± 3
87.0 ± 0.3	33 ± 6
88.0 ± 0.3	67 ± 8
89.0 ± 0.3	141 ± 12
91.0 ± 0.3	279 ± 17
92.0 ± 0.3	322 ± 18
93.0 ± 0.3	334 ± 18
94.0 ± 0.3	324 ± 18
95.0 ± 0.3	279 ± 17
96.0 ± 0.3	183 ± 13
100.0 ± 0.3	26 ± 5
102.0 ± 0.3	13 ± 4
105.0 ± 0.3	11 ± 3

Figure 5.1: Fit del rate in funzione dell'angolo

Ampiezza	343.35 ± 0.32
Media	92.95369 ± 0.00004
Dev Std	2.86542 ± 0.00005
χ^2/ν	$36/11$

Table 5.1

5.2 Spettro in funzione della distanza

Partendo dal presupposto che il PMT-01 non è puntiforme, ma ha un diametro di 6 cm, ci sarà una divergenza angolare che cambia in funzione della distanza del PMT-01 dalla sorgente.

La divergenza angolare influisce sulla larghezza dei picchi perché l'energia finale dei fotoni scatterati dipende dall'angolo; quindi posizionato il PMT-01 ad un angolo α , non vengono acquisiti solo i fotoni che colpiscono il centro del PMT e quindi vengono scatterati con angolo α , ma il PMT-01 acquisisce anche i fotoni che pur essendo scatterati ad angoli diversi colpiscono lo scintillatore. Quindi i picchi sono più o meno larghi a seconda della divergenza angolare e quindi della distanza dalla sorgente.

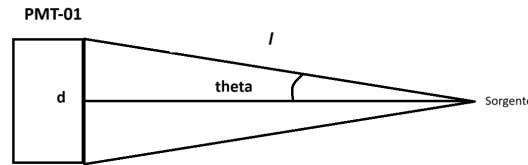


Figure 5.2: Schema

Partendo dallo schema riportato sopra si può notare che conoscendo il diametro d e la distanza dalla sorgente è facile ricavare l'angolo θ tramite la relazione $\theta = \arcsin(d/2l)$.

Ottenuta la relazione tra divergenza angolare e distanza dalla sorgente possiamo ottenere la larghezza dei picchi come:

$$\frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos(\alpha))} - \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos(\alpha + \theta))} \quad (5.1)$$

dove α è l'angolo centrale a cui è stato posizionato il PMT e $\theta = \arcsin(d/2l)$ è la divergenza angolare, mentre E è l'energia iniziale del fotone e m_e è la massa dell'elettrone che fa effetto compton. Quindi considerando noti $d = 6$ cm, $E = 1.333$ MeV (energia nota di uno dei fotoni del cobalto) e $m_e = 0.511$ MeV, si realizzano i seguenti plot (figura 5.3) che permettono di "prevedere" come cambia l'energia in funzione della distanza

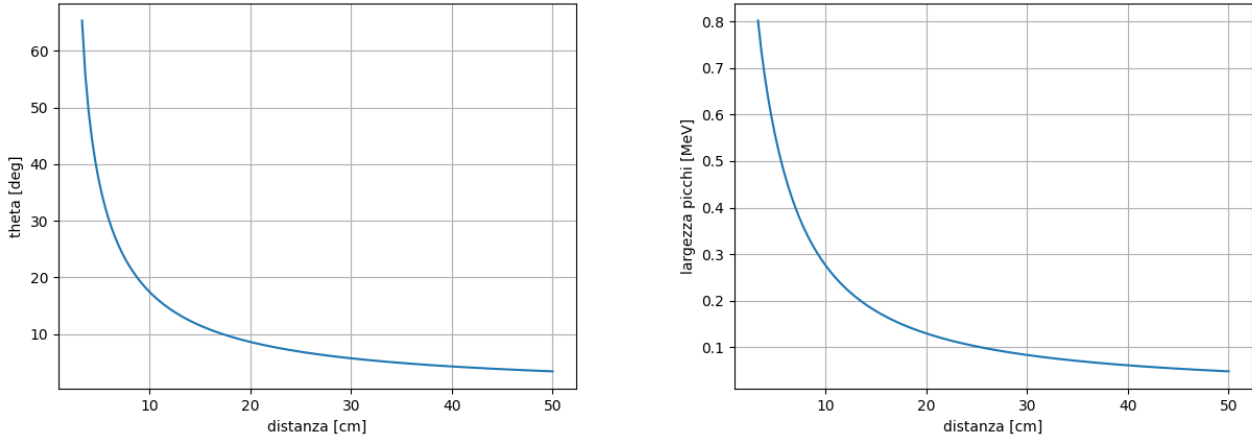


Figure 5.3: Plot della divergenza angolare in funzione della distanza (sinistra) e della larghezza dei picchi in funzione della distanza (destra)

Per osservare come varia lo spettro in funzione della distanza, vengono fatte diverse acquisizioni cambiando la distanza riportate di seguito: figura 5.4 e 5.5.

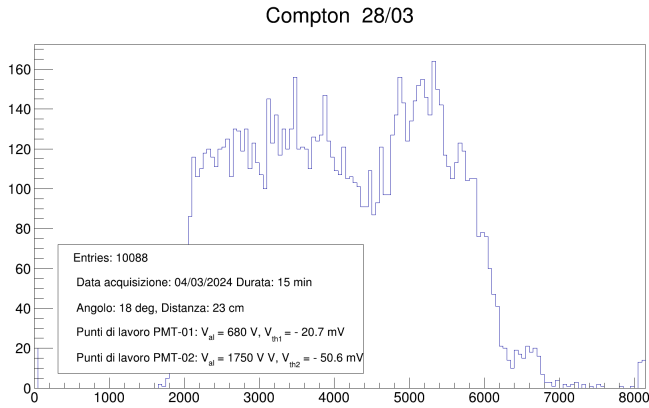


Figure 5.4: Spettro compton a $\theta = 18^\circ$ e distanza di 23 cm

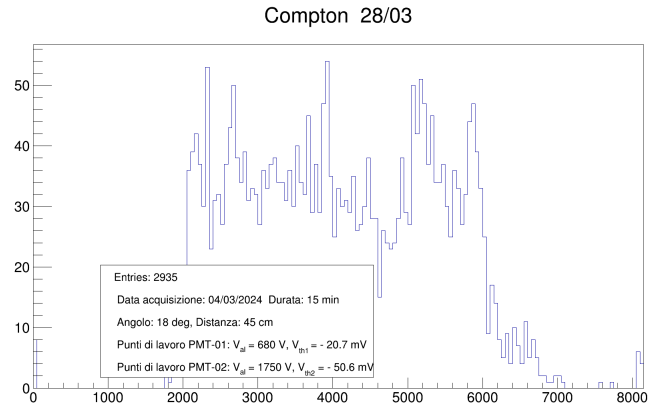


Figure 5.5: Spettro compton a $\theta = 18^\circ$ e distanza di 45 cm

Osservando gli spettri si può notare che la posizione dei picchi resta invariata, ma, come atteso, avvicinandosi alla sorgente la larghezza dei picchi aumenta (a 23 cm non si riesce a distinguere bene le due gaussiane) mentre allontanandosi la larghezza dei picchi diminuisce così come il rate (come si nota a $d=45$ cm).

Osservando gli spettri e i plot si sceglie di tenere il PMT-01 a 35 cm dalla sorgente, così da avere dei picchi più stretti ma un rate di eventi abbastanza alto da riuscire a distinguere con una durata di acquisizione di qualche ora i due picchi del compton.

5.3 Spettro al variare dell'angolo

Conoscendo come l'energia dei fotoni scatterati dipende dall'angolo di scattering, osservando lo spettro ci si aspetta che picchi si spostino verso sinistra (quindi a energie più basse) al crescere dell'angolo.

Oltre alla posizione dei due picchi al variare dell'angolo cambia anche la loro distanza, infatti, calcolando la differenza tra le energie finali dei due fotoni, si può ottenere la seguente relazione, dalla quale si ricava il plot in figura 5.6

$$\frac{E_2}{1 + \frac{E_2}{m_e c^2}(1 - \cos(\theta))} - \frac{E_1}{1 + \frac{E_1}{m_e c^2}(1 - \cos(\theta))} \quad (5.2)$$

dove $E_1 = 1.173 \text{ MeV}$ e $E_2 = 1.333 \text{ MeV}$ sono le energie iniziali dei due fotoni prodotti dal decadimento del cobalto, $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$ la massa dell'elettrone e θ l'angolo di scattering.

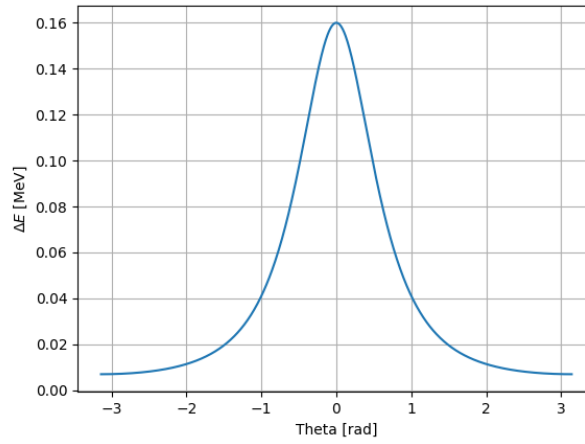


Figure 5.6: Plot della differenza in energia dei due picchi in funzione dell'angolo θ

Anche in questo caso vengono acquisiti gli spettri al variare dell'angolo e come atteso ad angoli gradi (es. $\theta = 30^\circ$) i due picchi risultano essere sovrapposti (figura 5.8). Per questo motivo si decide di acquisire e analizzare spettri con il PMT-01 a intervalli di angoli tra 15° e 22° così da distinguere bene i due picchi.

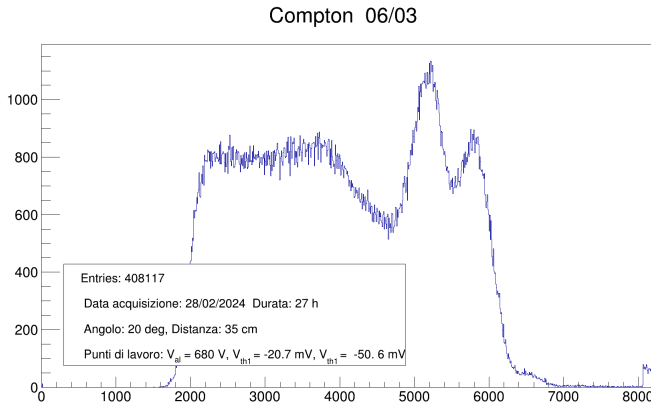


Figure 5.7: Spettro compton a $\theta = 20^\circ$ e distanza di 35 cm

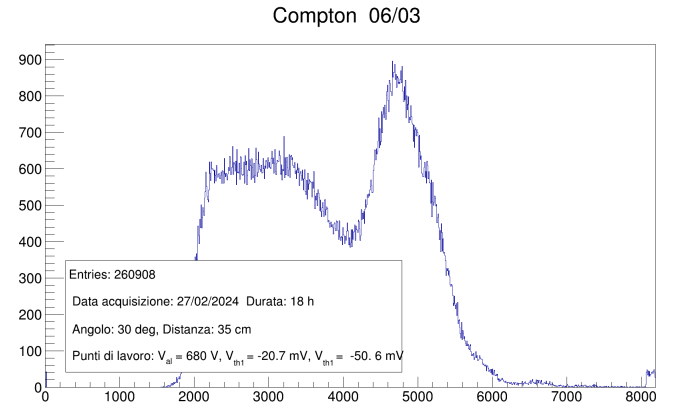


Figure 5.8: Spettro compton a $\theta = 30^\circ$ e distanza di 35 cm

6 Calibrazione dei canali in energia

Al fine di ottenere misure della massa dell'elettrone occorre conoscere l'energia finale dei fotoni scatterati in MeV, ma dallo spettro si può estrapolare solo il numero del canale corrispondente a quel dato valore di energia, quindi è necessario effettuare una calibrazione dei canali in energia.

Si utilizzano delle sorgenti di prova di ^{60}Co , ^{137}Cs e ^{22}Na , le quali emettono dei fotoni di energia ben definita il cui valore in MeV è riportato in Tabella 6.1; queste verranno utilizzate per la calibrazione della risposta in energia dello scintillatore inorganico NaI (PMT01). Si posiziona così il PMT01 di fronte un apposito sostegno in cui è inserita la

Sorgente	Energia (MeV)
Sodio	0.511
	1.275
Cesio	0.662
Cobalto	1.173
	1.333

Table 6.1: Energie in MeV dei fotoni emessi dal decadimento di ciascuna sorgente.

sorgente di prova, di modo che la base circolare del cilindro costituente il cristallo di scintillazione sia attaccato a tale sostegno: il fascio di radiazioni della sorgente arriva così diretto al PMT01. Si acquisisce così il segnale del PMT01a in ingresso all'analizzatore multicanale lasciando il trigger in automatico, così da vedere tutto lo spettro.

Si realizza così un istogramma dei canali salvati dal multicanale; eseguendo un fit sui fotopicchi degli spettri che si ottengono si ha la misura del picco in canali e si conosce anche l'energia tabulata corrispondente. Avendo a disposizione più punti di varie sorgenti è possibile così creare una corrispondenza energia \leftrightarrow canali ed ottenere un fattore di conversione.

A disposizione sono fornite due ulteriori sorgenti: ^{241}Am e ^{90}Sr . Il fotopicco dell'Americio è a 0.060MeV, lo Stronzio non ha fotopicchi e decade β^- , quindi si può avere informazioni solo sulla min/max energia dei prodotti di decadimento. Poiché i fotopicchi dello spettro Compton dei fotoni scatterati corrispondono a canali compresi all'incirca in un intervallo tra 4000 e 7000 per angoli che vanno da 15° a 30° (che corrispondono a energie del fotone scatterato dell'ordine di 1MeV), non si utilizzano queste sorgenti per la calibrazione, poiché fuori dalla zona d'interesse in canali da convertire in energia.

6.1 Fit spettri sorgenti

Acquisendo gli spettri delle varie sorgenti per 5 minuti ciascuno, si ricostruiscono gli istogrammi e si eseguono i fit. Per ciascun istogramma alle ordinate è associato un errore poissoniano $\sigma_N = \sqrt{N}$, con N numero di eventi nel bin, e ai canali è associato un errore statistico $\sigma_{dist} = \frac{d}{\sqrt{12}}$ (distribuzione uniforme), dove d è la larghezza del singolo bin. Ogni fit per i vari istogrammi è stato eseguito tramite maximum likelihood estimation, utilizzando gli integrali degli intervalli dei bin anziché i valori dei bin center stessi durante il processo di adattamento. L'utilizzo degli integrali dei bin risulta essere vantaggioso in presenza di istogrammi con bin non uniformemente riempiti e i cui bin center seguono pendenze non costanti, come in questo caso.

Si riportano le funzioni di fit utilizzate per ciascuna sorgente:

- ^{60}Co : somma di due gaussiane per i fotopicchi con tre parametri di libertà, ciascuna del tipo $A \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$ e una polinomiale per il fondo di secondo grado del tipo $ax^2 + bx + c$;
- ^{22}Na : due fit indipendenti per ciascun picco; per il primo picco somma di una gaussiana per il picco del tipo $A \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$ con una polinomiale per il fondo del tipo $ax^2 + bx + c$, per il secondo picco una gaussiana per il fotopicco sommata ad una retta per il fondo del tipo $mx + q$;
- ^{137}Cs : somma di una gaussiana per il fotopicco $A \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$ con una polinomiale per il fondo del tipo $ax^2 + bx + c$.

Si riportano i risultati ottenuti per gli spettri delle sorgenti acquisiti in data 12/03/24 in figura 6.1, 6.2, 6.3.

Nelle legende nelle figure sono riportati i parametri delle medie dei picchi e delle deviazioni standard ottenute nei fit. L'errore associato è solo statistico, ottenuto come errore del parametro del risultato del fit. Tuttavia, poiché il numero di bin scelto, la funzione per fittare il fondo e il range di fit in canali sono arbitrari si è provato a variare tutti questi parametri ed eseguire nuovamente il fit per ciascuna sorgente, al fine di stimare un errore sistematico dovuto a queste scelte.

Si riportano in tabella 6.2 i risultati dei fit per gli spettri delle varie sorgenti acquisiti in data 28/02/24 al variare dei bin, della funzione per il fondo⁴ e del range in canali di fit. Poiché si nota che i valori delle medie dei picchi variano,

⁴Con riferimento alla tabella nella colonna BKG sono riportate le varie funzioni di fondo: pol2 è una polinomiale di II grado a 3 parametri, gauss una gaussiana a 3 parametri, pol1 una retta, expo un'esponenziale a 2 parametri del tipo $A \exp(\tau x)$

come valore centrale prendiamo la media di questi valori; l'errore associato è dato dalla somma in quadratura tra l'errore medio e $\frac{\mu_{\max} - \mu_{\min}}{2}$, stimato come errore sistematico.

Questo errore sarà considerato ogni qualvolta verrà fatto un fit allo spettro di una sorgente, anche se non sarà riportato lo studio di tutta la variazione del fit ogni volta per non appesantire la relazione.

Sorgente di Sodio

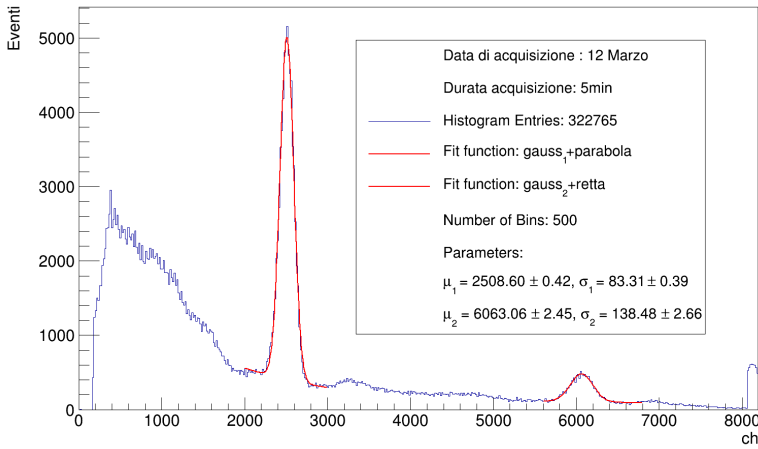


Figure 6.1: Spettro della sorgente di Sodio

Sorgente di Cesio

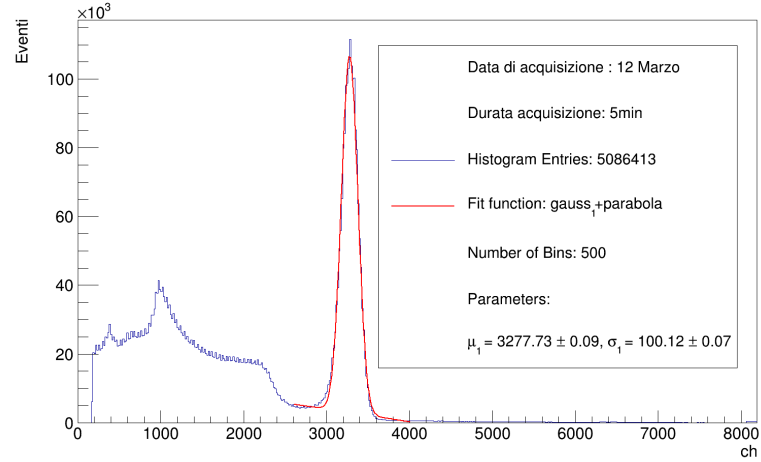


Figure 6.2: Spettro della sorgente di Cesio

Sorgente di Cobalto

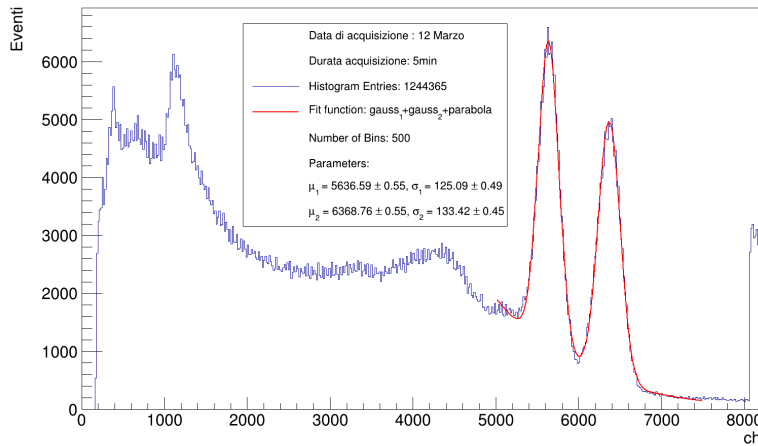


Figure 6.3: Spettro della sorgente di Cobalto

Range	Bin	BKG	μ
2800-4010	1024	pol2	3451.13 ± 0.11
2304-4216	1024	pol2	3450.47 ± 0.11
3112-3856	1024	pol2	3455.45 ± 0.12
2064-433	1024	pol2	3450.88 ± 0.11
2800-4010	512	pol2	3451.09 ± 0.11
2800-4010	292	pol2	3450.13 ± 0.12
2800-4010	2048	pol2	3455.10 ± 0.12
2800-4010	1024	expo	3450.33 ± 0.11
2800-4010	1024	pol1	3451.08 ± 0.12

Cesio acquisizione 28/02/2024

Range	Bin	BKG	μ_1	μ_2
2800-4010	1024	pol2	5919.17 ± 0.72	6690.58 ± 0.72
2304-4216	1024	pol2	5918.32 ± 0.71	6688.79 ± 0.70
3112-3856	1024	pol2	5924.29 ± 0.71	6688.95 ± 0.69
2064-433	1024	pol2	5920.17 ± 0.71	6690.97 ± 0.70
5000-7500	1024	gaus	5919.17 ± 0.72	6690.58 ± 0.72
5000-7500	1024	expo	5917.74 ± 0.72	6687.47 ± 0.69
5000-7500	1024	pol2	5918.76 ± 0.71	6689.11 ± 0.70
5000-7500	1024	pol1	5917.25 ± 0.72	6691.63 ± 0.71

Cobalto acquisizione 28/02/2024

Range	Bin	BKG	μ
μ_1			
2000-3000	1000	pol2	2488.83 ± 0.35
1300-3000	1000	pol2	2488.01 ± 0.34
360-3040	1000	pol2	2488.68 ± 0.35
μ_2			
5600-6400	1000	pol1	6019.66 ± 2.10
4475-6650	1000	pol1	6020.62 ± 1.88
5300-7666	1000	pol1	6016.31 ± 1.89
μ_1			
2000-3000	2000	pol2	2488.83 ± 0.35
2000-3000	500	pol2	2488.85 ± 0.34
2000-3000	250	pol2	2488.74 ± 0.35

Sodio acquisizione 28/02/2024

Table 6.2

Come si nota in figura 6.4, durante l'esperienza ci si accorge che tra giorni successivi le medie delle gaussiane riferite ai fotopicchi della varie sorgenti variano anche dell'ordine di centinaia di canali. Questo comporta l'introduzione di un ulteriore errore sistematico dovuto a questa variazione. La presa dati si svolgerà dunque nel seguente modo: cali-

brazione iniziale→acquisizione spettro Compton→calibrazione finale, al fine di cercare di avere dei dati più compatibili temporalmente tra loro. Prendendo una calibrazione iniziale e finale, infatti, si ha un'idea del comportamento medio del rivelatore PMT01 e della risposta media in canali↔energia durante la durata dell'acquisizione.

Poiché si hanno due valori, iniziale e finale, per ogni media delle gaussiane fittate per le varie sorgenti, si prende la media μ_{media} di questi valori come valore centrale; l'errore associato sarà la somma in quadratura tra l'errore statistico medio, l'errore sistematico medio dovuto alla variazione arbitraria di range di fit, bin e background fit function e l'errore sistematico dovuto alla variazione temporale dello spettro delle sorgenti in canali, stimato come $\frac{\mu_{\text{max}} - \mu_{\text{min}}}{2}$. In sintesi, indicando con μ_1, σ_1 la media e l'errore riferiti alla calibrazione iniziale, μ_2, σ_2 per la calibrazione finale:

$$\mu_{\text{media}} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}; \quad \sigma_{\text{medio}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\text{stat},1} + \sigma_{\text{stat},2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{fit},1} + \sigma_{\text{fit},2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{\text{max}} - \mu_{\text{min}}}{2}\right)^2}; \quad (6.1)$$

in cui $\sigma_{\text{stat},1}$ è l'errore statistico (ovvero ottenuto come errore associato al parametro dal risultato del fit) mediato per ciascun fit svolto per la singola sorgente al variare di bin, bkg function e range; $\sigma_{\text{fit},1}$ l'errore sistematico dovuto a queste variazioni, come descritto in precedenza.

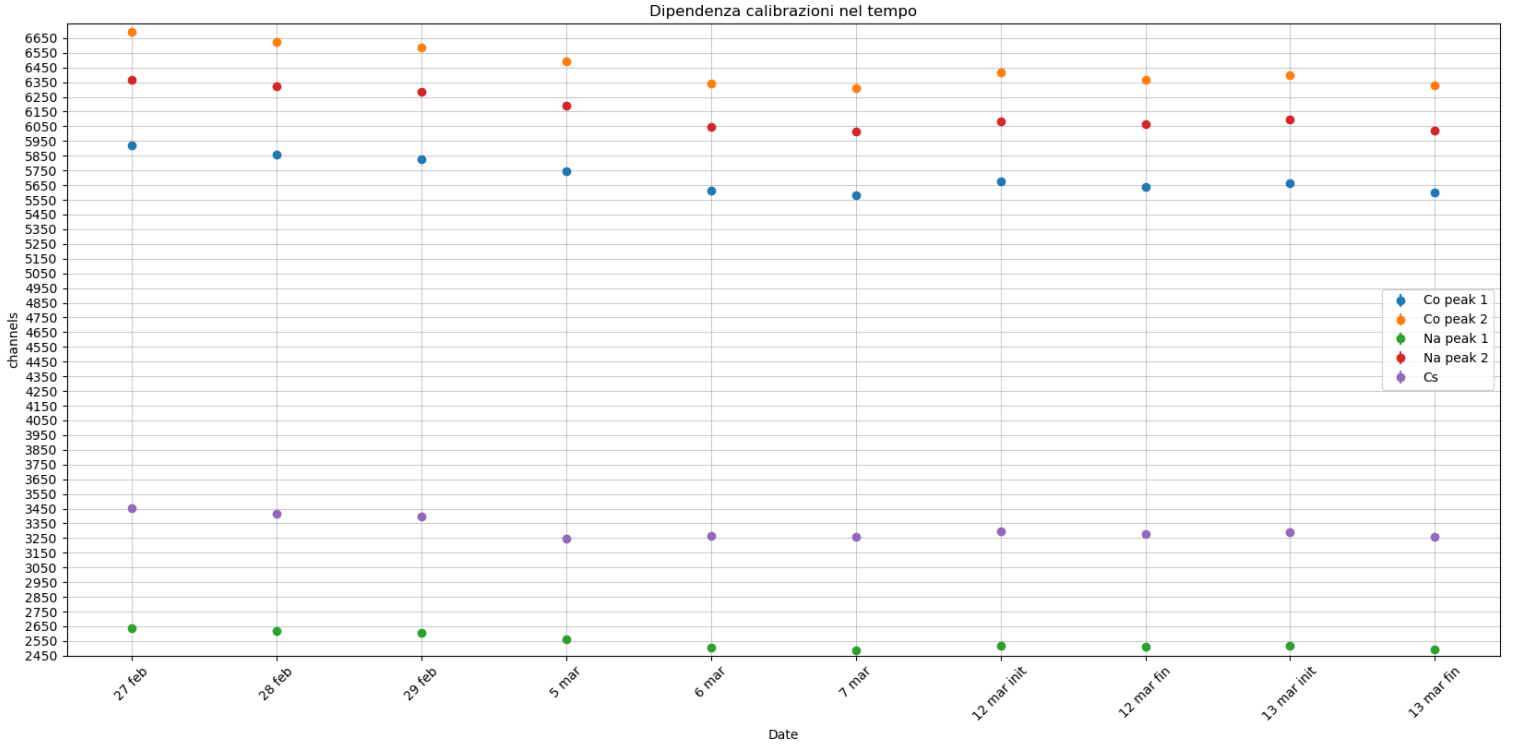


Figure 6.4: Andamento delle medie delle gaussiane riferite ai fotopicchi delle varie sorgenti nel tempo. Sull'asse y i canali a cui corrispondono le medie, in legenda i colori di riferimento per le varie sorgenti. Sull'asse x il giorno di riferimento in cui sono stati acquisiti gli spettri e i picchi, init e fin fanno riferimento a due acquisizioni, iniziale e finale, prese nella stessa giornata a distanza di circa 3 ore.

Si può adesso cercare una funzione di conversione per i canali in energie tramite un fit lineare o quadratico.

6.2 Conversione lineare

Per il fit lineare dei canali (ch) in funzione dell'energia tabulata dei picchi (E in MeV) si utilizza la formula:

$$ch = mE + q; \quad (6.2)$$

che restituisce la pendenza della retta m e l'offset q ; in questo modo si associa ad ogni canale dell'analizzatore multicanale un valore di energia in MeV tramite la formula inversa:

$$E = \frac{ch - q}{m}. \quad (6.3)$$

I parametri m e q provenienti dallo stesso fit sono correlati quindi la covarianza tra i due è non nulla; l'errore statistico associato all'energia sarà pertanto dato da:

$$\sigma_E^2 = \sigma_{ch}^2 \left(\frac{dE}{dch} \right)^2 + \sigma_m^2 \left(\frac{dE}{dm} \right)^2 + \sigma_q^2 \left(\frac{dE}{dq} \right)^2 + 2 \frac{dE}{dm} \frac{dE}{dq} Cov(m, q); \quad (6.4)$$

ovvero, esplicitando le derivate:

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 &= \sigma_{ch}^2 \left(\frac{1}{m} \right)^2 + \sigma_m^2 \left(\frac{q - ch}{m^2} \right)^2 + \sigma_q^2 \left(-\frac{1}{m} \right)^2 + 2 \frac{(ch - q)}{m^3} Cov(m, q) \Rightarrow \\ \sigma_E^2 &= \frac{1}{m^2} \left[\sigma_{ch}^2 + \sigma_m^2 \left(\frac{ch - q}{m} \right)^2 + \sigma_q^2 + 2 \left(\frac{ch - q}{m} \right) Cov(m, q) \right] \end{aligned} \quad (6.5)$$

Il fit secondo Eq. 6.2 restituisce la matrice di covarianza dei parametri m e q , dalla quale si ottiene σ_m , σ_q e $Cov(m, q)$.

6.3 Conversione quadratica

Per il fit quadratico dei canali (ch) in funzione dell'energia tabulata dei picchi (E in MeV) si utilizza la formula:

$$ch = AE^2 + BE + C; \quad (6.6)$$

Il fit restituisce i valori dei parametri A , B e C e la matrice di covarianza; in questa maniera siamo in grado di associare ad ogni canale dell'analizzatore multicanale un valore di energia in MeV tramite la formula inversa:

$$E = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4A(C - ch)}}{2A}. \quad (6.7)$$

I parametri A , B e C provenienti dallo stesso fit sono correlati, la covarianza tra le tre coppie è non nulla; l'errore statistico associato all'energia sarà pertanto dato da:

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 &= \sigma_{ch}^2 \left(\frac{dE}{dch} \right)^2 + \sigma_A^2 \left(\frac{dE}{dA} \right)^2 + \sigma_B^2 \left(\frac{dE}{dB} \right)^2 + \sigma_C^2 \left(\frac{dE}{dC} \right)^2 + \\ &+ 2 \frac{dE}{dA} \frac{dE}{dB} Cov(A, B) + 2 \frac{dE}{dA} \frac{dE}{dC} Cov(A, C) + 2 \frac{dE}{dB} \frac{dE}{dC} Cov(B, C); \end{aligned} \quad (6.8)$$

le derivate valgono:

$$\frac{dE}{ch} = \frac{1}{\sqrt{B^2 + 4A(-C + ch)}}; \quad \frac{dE}{dC} = -\frac{1}{\sqrt{B^2 + 4A(-C + ch)}}; \quad (6.9)$$

$$\frac{dE}{dA} = \frac{-B^2 + 2A(C - ch) + B\sqrt{B^2 + 4A(-C + ch)}}{2A^2\sqrt{B^2 + 4A(-C + ch)}} \quad (6.10)$$

$$\frac{dE}{dB} = \frac{-1 + B/\sqrt{B^2 + 4A(-C + ch)}}{2A} \quad (6.11)$$

Il fit secondo Eq. 6.6 restituisce la matrice di covarianza dei parametri A , B e C , dalla quale si ottengono σ_A , σ_B , σ_C e i valori delle correlazioni per i parametri.

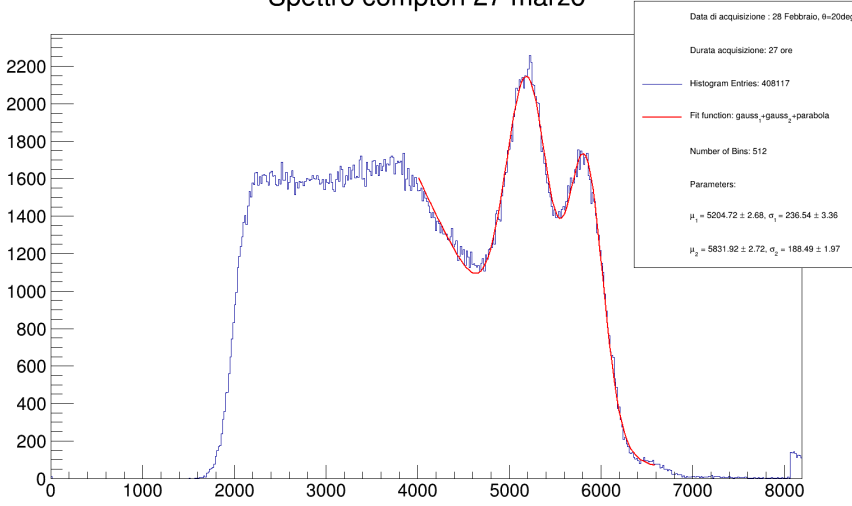
7 Fit dei picchi Compton

Dopo l'acquisizione di uno spettro Compton con la coincidenza PMT1b \wedge PMT2, realizzata come descritto in precedenza, come GATE esterno, si può determinare l'energia del fotone diffuso ricavando la posizione del picco Compton tramite un fit all'istogramma e convertendolo in energia. Poiché i fotoni emessi dal singolo decadimento della sorgente di ^{60}Co sono due, e di conseguenza anche i picchi Compton nello spettro in energia, si ricavano due E' del fotone scatterato, una che si riferisce al primo picco con energia iniziale 1.173MeV, l'altra per il secondo picco con energia iniziale 1.333MeV.

Si fittano gli istogrammi con una funzione di fit data dalla somma di due gaussiane (3 parametri liberi ciascuna) con una funzione per fittare il fondo (una polinomiale di secondo grado o una retta, verrà esplicitata di volta in volta). Ogni fit per i vari istogrammi è stato eseguito tramite maximum likelihood estimation, utilizzando gli integrali degli intervalli dei bin anziché i valori dei bin center stessi durante il processo di adattamento. Anche in questo caso per ogni fit si considera la variazione della media della gaussiana in funzione dei bin, range di fit e bkg function, sommando questa incertezza sistematica a quella statistica come descritto per i fit delle sorgenti in sezione 6.1.

Si riporta un esempio di fit per uno spettro Compton acquisito in data 27 Febbraio e la relativa tabella che descrive come varia il fit in base al range, bin e bkg function in figura 7.1. In questo caso si è utilizzata una polinomiale di secondo grado per il fit del fondo.

Spettro compton 27 marzo



Range	Bin	BKG	μ_1	μ_2
4000-6400	1024	pol2	5200.14 ± 2.68	5824.04 ± 2.65
4616-6850	1024	pol2	5205.27 ± 2.65	5826.13 ± 2.65
3808, 7744	1024	pol2	5206.44 ± 2.71	5831.95 ± 2.65
4000-6400	512	pol2	5200.07 ± 2.68	5823.91 ± 2.65
4000-6400	341	pol2	5200.10 ± 2.68	5823.91 ± 2.66
4000-6400	2048	pol2	5200.09 ± 2.68	5823.99 ± 2.65
4000-6400	1024	gauss	5201.77 ± 2.77	5824.67 ± 2.84
4000-6400	1024	expo	5206.61 ± 2.83	5842.82 ± 2.73
4000-6400	1024	pol1	5198.97 ± 2.69	5822.07 ± 2.64

Figure 7.1: Spettro Compton acquisito in data 28 Febbraio, in legenda i parametri stimati dal fit, i bin, le entries e le fit function. A destra la tabella che descrive le variazioni delle medie dei picchi gaussiani

8 Stima massa dell'elettrone

Una volta determinata l'energia del fotone diffuso E' e l'errore statistico associato è possibile ricavare la massa dell'elettrone in MeV/c^2 in due modi: un metodo richiede la conoscenza dell'energia del fotone diffuso a diversi angoli di scattering θ , mentre l'altro permette di ricavare m_e da una singola misura.

8.1 Singola misura

La singola presa dati permette di determinare m_e tramite la formula inversa dell'Eq. 8.1:

$$m_e = \frac{EE'(1 - \cos\theta)}{E - E'}; \quad (8.1)$$

l'errore statistico associato a tale misura è dato dalle regole di propagazione dell'errore:

$$\sigma_{m_e}^2 = \sigma_{E'}^2 \left(\frac{dm_e}{dE'} \right)^2 + \sigma_\theta^2 \left(\frac{dm_e}{d\theta} \right)^2 = \sigma_{E'}^2 \left(\frac{E^2(1 - \cos\theta)}{(E - E')^2} \right)^2 + \sigma_\theta^2 \left(\frac{EE' \sin\theta}{E - E'} \right)^2; \quad (8.2)$$

all'angolo di scattering θ è stato associato un errore $\Delta\theta/\sqrt{12}$, come descritto in precedenza (sezione 5.1).

8.2 Plot e fit E' vs θ

Dopo aver ottenuto diverse misure dell'energia del fotone diffuso dal bersaglio E' , è possibile plottare tali valori in funzione dell'angolo di scattering θ^5 per le quali sono state misurate. Poiché l'andamento di E' in funzione dell'angolo segue l'Eq. 8.3, si opera un fit sui dati in base all'equazione:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m}(1 - \cos(\theta - \theta_0))}. \quad (8.3)$$

E è un valore fisso e coincide con l'energia del fotone prima della diffusione Compton ($E = 1.173\text{MeV}$ o $E = 1.333\text{MeV}$ a seconda del fotone considerato), θ_0 è l'angolo iniziale stimato come spiegato nella sezione 5.1, mentre il parametro m_e con relativo errore è stimato dal fit.

9 Analisi dati

Di seguito si riportano le varie acquisizioni degli spettri Compton a vari angoli ottenute durante tutta la durata dell'esperienza.

Nelle tabelle che seguono i grafici si riportano:

⁵con errori associati $\sigma_{E'}$ (stimato con la propagazione per la conversione lineare/quadratica) e σ_θ .

- I valori delle medie dei picchi delle sorgenti in canali, mediate tra due calibrazioni iniziale e finali come spiegato in sezione 6.1;
- I parametri dei fit delle curve di calibrazione, lineare e quadratica;
- Medie dei fotopicchi degli spettri Compton⁶;
- Le energie finali dei due fotopicchi Compton convertiti con errore associato secondo Eq. 6.3, 6.4 per la conversione lineare, secondo Eq. 6.7, 6.8 per la conversione polinomiale;
- Le energie finali attese per l'angolo di scattering considerato, presupponendo nota la massa dell'elettrone e l'energia iniziale secondo Eq. 1.1.

Nei grafici degli spettri Compton il titolo fa riferimento alla data di stampa del plot, in legenda la data e durata dell'acquisizione, i parametri ottenuti dal fit, il numero di bin ed entries, la funzione di fit utilizzata (somma di due gaussiane come fit function+bkg fit function).

Per i fit delle curve di calibrazione, nonostante in generale il χ^2 del fit con la parabola è minore di quello restituito dal fit con la retta, i parametri a,b,c restituiti hanno un errore relativo molto più alto; questo suggerisce, come si nota anche graficamente, che i punti tendono a seguire un andamento lineare.

Non si mostrano i grafici dei fit degli spettri delle sorgenti per le varie calibrazioni ma si riportano solo le medie dei picchi ottenute per non appesantire la relazione.



⁶In generale per tutti gli spettri Compton il pedice 1 si riferisce all'energia relativa al primo fotopicco corrispondente all'energia iniziale del fotone $E=1.172\text{MeV}$, il pedice 2 al secondo picco con E iniziale $E=1.333\text{MeV}$

9.1 Presa dati 28 Febbraio, durata 27h, $\theta=20^\circ$

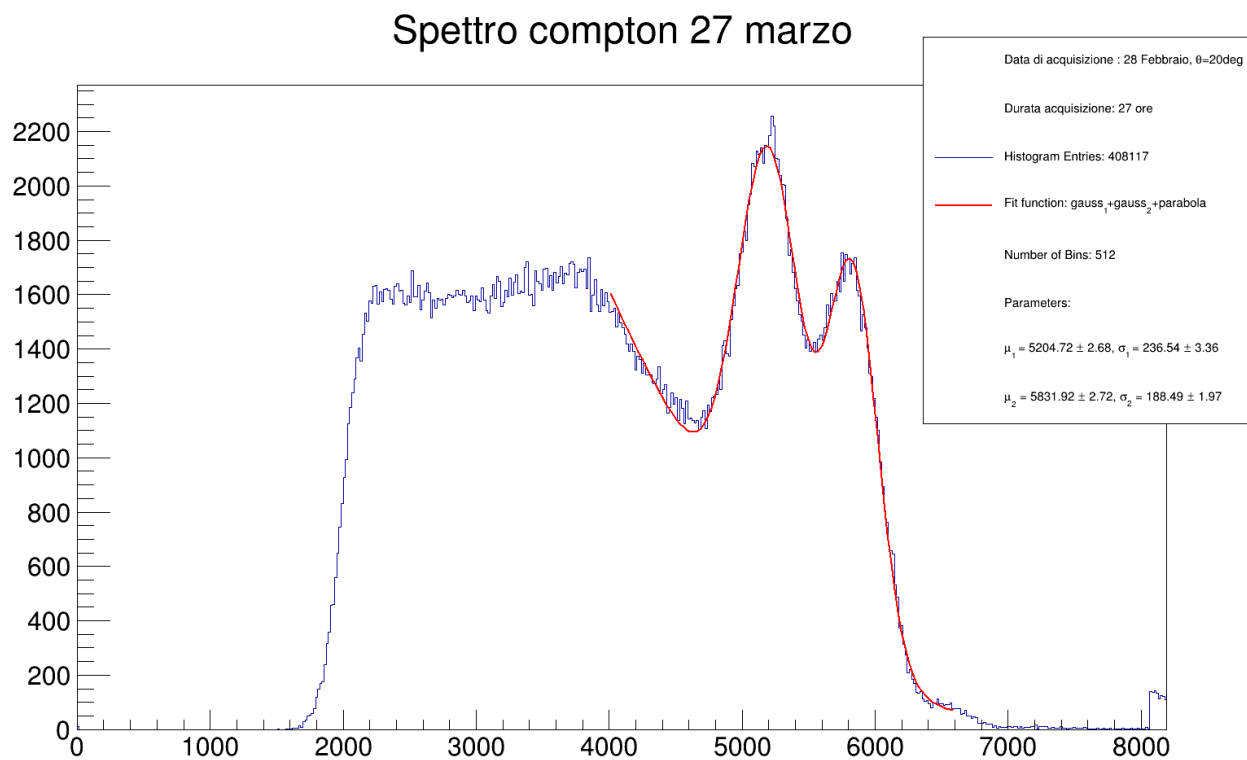


Figure 9.1

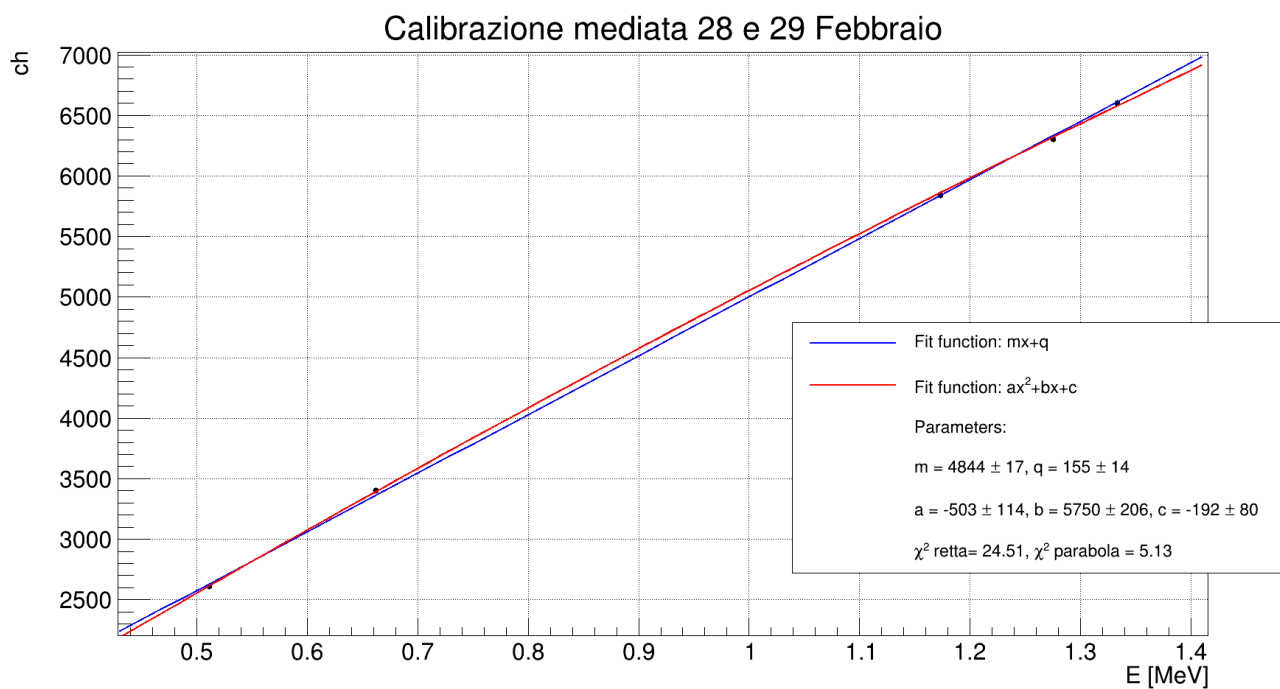


Figure 9.2

Medie dei picchi delle sorgenti		Medie dei picchi spettro compton	
Co1	5843 ± 15	Picco1	5205 ± 3
Co2	6604 ± 18	Picco2	5832 ± 3
Na1	2611 ± 8	Energia finale conversione lineare	
Na2	6305 ± 20	E_{fin1} [MeV]	1.042 ± 0.003
Cs	3404 ± 11	E_{fin2} [MeV]	1.172 ± 0.004
Parametri fit lineare (m,q)		Energia finale conversione polinomiale	
m	4844 ± 17	E_{fin1} [MeV]	1.032 ± 0.013
q	155 ± 14	E_{fin2} [MeV]	1.167 ± 0.015
Parametri fit pol2 (c,b,a)		Energia finale attesa a $\theta = 20^\circ$	
c	-192 ± 80	E_{fin1} [MeV]	1.030
b	5749 ± 206	E_{fin2} [MeV]	1.151
a	-503 ± 114		

Table 9.1: Risultati analisi dati della presa dati del 28/02/2024

9.2 Presa dati 5 Marzo, durata 14h, $\theta=15^\circ$

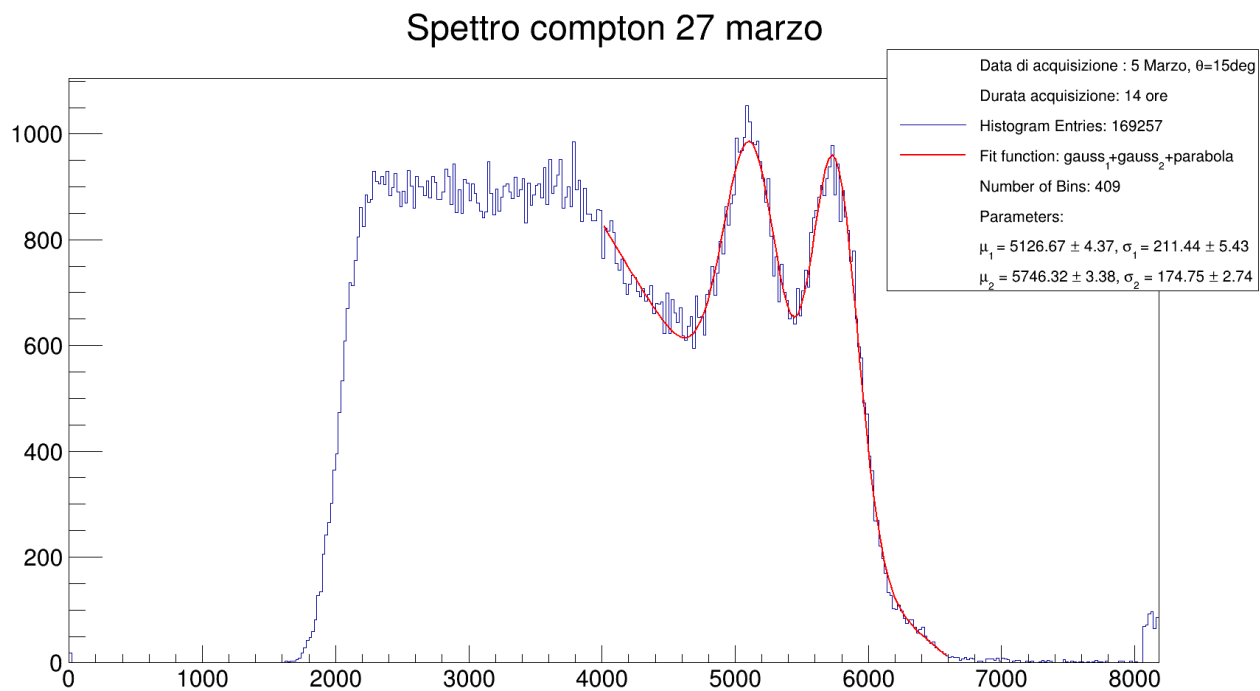


Figure 9.3

Calibrazione mediata 5 e 6 Marzo

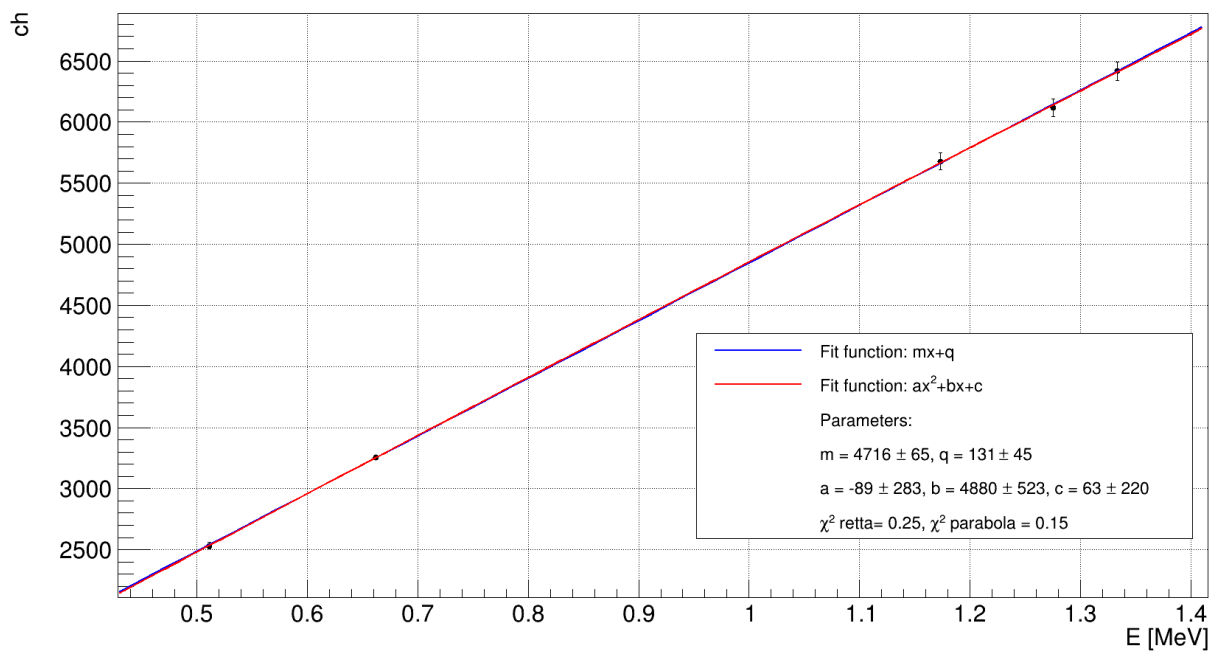


Figure 9.4

Medie dei picchi delle sorgenti		Medie dei picchi spettro compton	
Co1	5679 ± 68	Picco1	5127 ± 5
Co2	6418 ± 75	Picco2	5746 ± 3
Na1	2534 ± 29	Energia finale conversione lineare	
Na2	6119 ± 71	E_{fin1} [MeV]	1.069 ± 0.009
Cs	3254 ± 11	E_{fin2} [MeV]	1.201 ± 0.009
Parametri fit lineare (m,q)		Energia finale conversione polinomiale	
m	4716 ± 65	E_{fin1} [MeV]	1.068 ± 0.032
q	131 ± 45	E_{fin2} [MeV]	1.2011 ± 0.037
Parametri fit pol2 (c,b,a)		Energia finale attesa a $\theta = 15^\circ$	
c	63 ± 220	E_{fin1} [MeV]	1.087
b	4880 ± 523	E_{fin2} [MeV]	1.224
a	-89 ± 283		

Table 9.2: Risultati analisi dati della presa dati del 5-6/03/2024

9.3 Presa dati 7 Marzo, durata 18h 15min, $\theta=18^\circ$

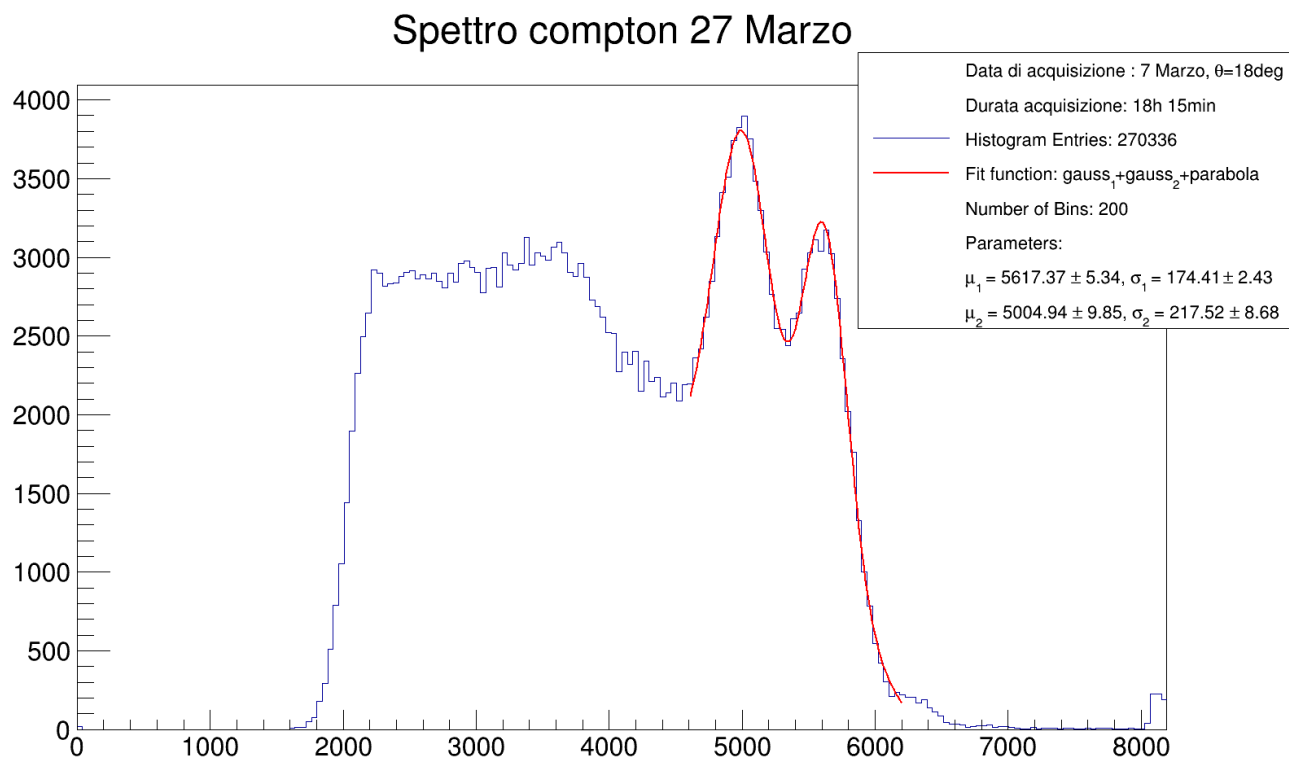


Figure 9.5

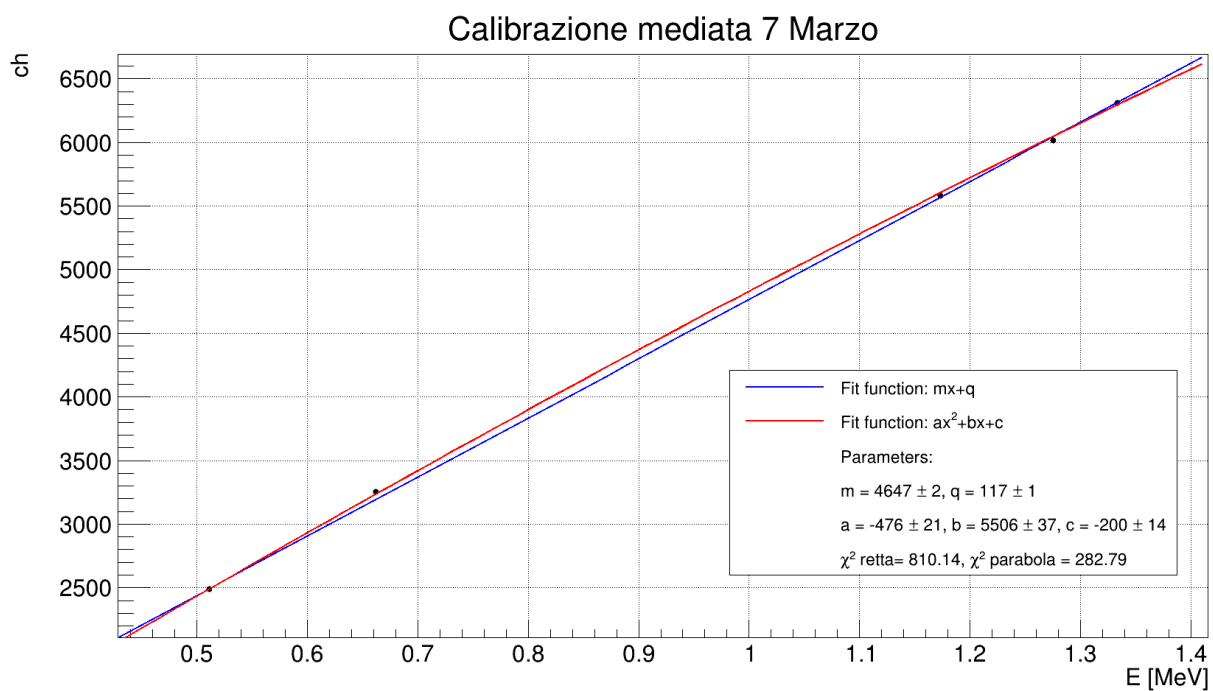


Figure 9.6

Medie dei picchi delle sorgenti		Medie dei picchi spettro Compton	
Co1	5584 ± 3	Picco1	5005 ± 10
Co2	6311 ± 2	Picco2	5617 ± 5
Na1	2489 ± 1	Energia finale conversione lineare	
Na2	6016 ± 3	E_{fin1} [MeV]	1.054 ± 0.001
Cs	3256 ± 2	E_{fin2} [MeV]	1.181 ± 0.002
Parametri fit lineare (m,q)		Energia finale conversione polinomiale	
m	4647 ± 2	E_{fin1} [MeV]	1.040 ± 0.002
q	117 ± 1	E_{fin2} [MeV]	1.174 ± 0.003
Parametri fit pol2 (c,b,a)		Energia finale attesa a $\theta = 18^\circ$	
c	-200 ± 14	E_{fin1} [MeV]	1.053
b	5506 ± 37	E_{fin2} [MeV]	1.182
a	-476 ± 21		

Table 9.3: Risultati dell'analisi dati della presa dati del 7/03/2024

9.4 Presa dati 12 Marzo, durata 14h 20min, $\theta=15^\circ$

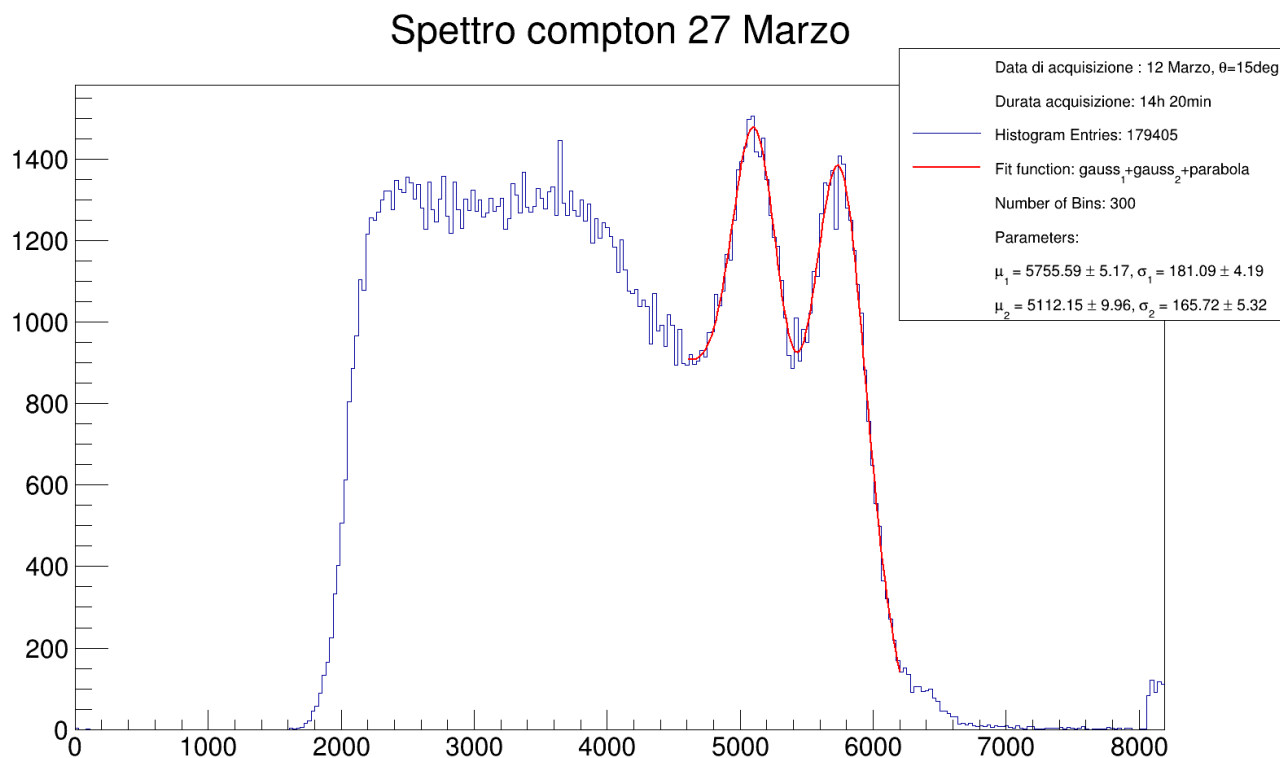


Figure 9.7

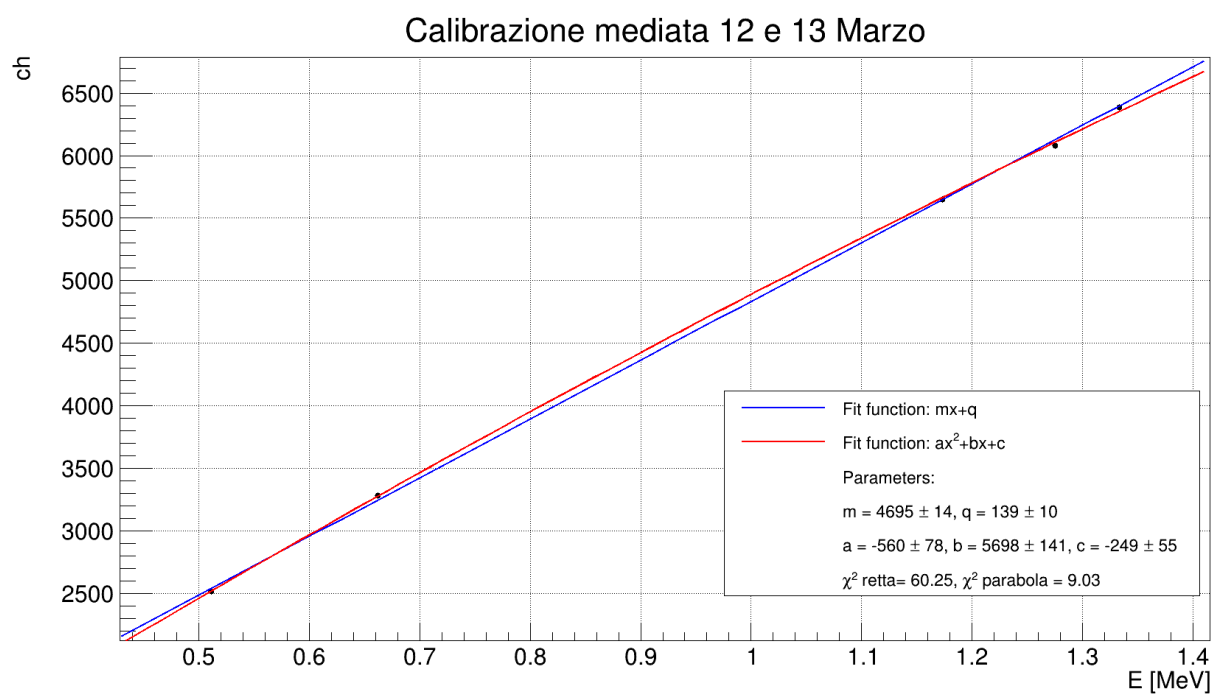


Figure 9.8

Medie dei picchi delle sorgenti		Medie dei picchi spettro Compton	
Co1	5649 ± 13	Picco1	55112 ± 10
Co2	6384 ± 15	Picco2	5756 ± 5
Na1	2514 ± 6	Energia finale conversione lineare	
Na2	6080 ± 17	E_{fin1} [MeV]	1.059 ± 0.002
Cs	3283 ± 6	E_{fin2} [MeV]	1.196 ± 0.003
Parametri fit lineare (m,q)		Energia finale conversione polinomiale	
m	4694 ± 14	E_{fin1} [MeV]	1.049 ± 0.009
q	139 ± 10	E_{fin2} [MeV]	1.194 ± 0.011
Parametri fit pol2 (c,b,a)		Energia finale attesa a $\theta = 15^\circ$	
c	-249 ± 55	E_{fin1} [MeV]	1.087
b	5697 ± 141	E_{fin2} [MeV]	1.224
a	-595 ± 78		

Table 9.4: Risultati dell'analisi dati della presa dati del 12-13/03/2024

9.5 Presa dati 19 Marzo, durata 52min, $\theta=19^\circ$

Spettro compton 27 Marzo

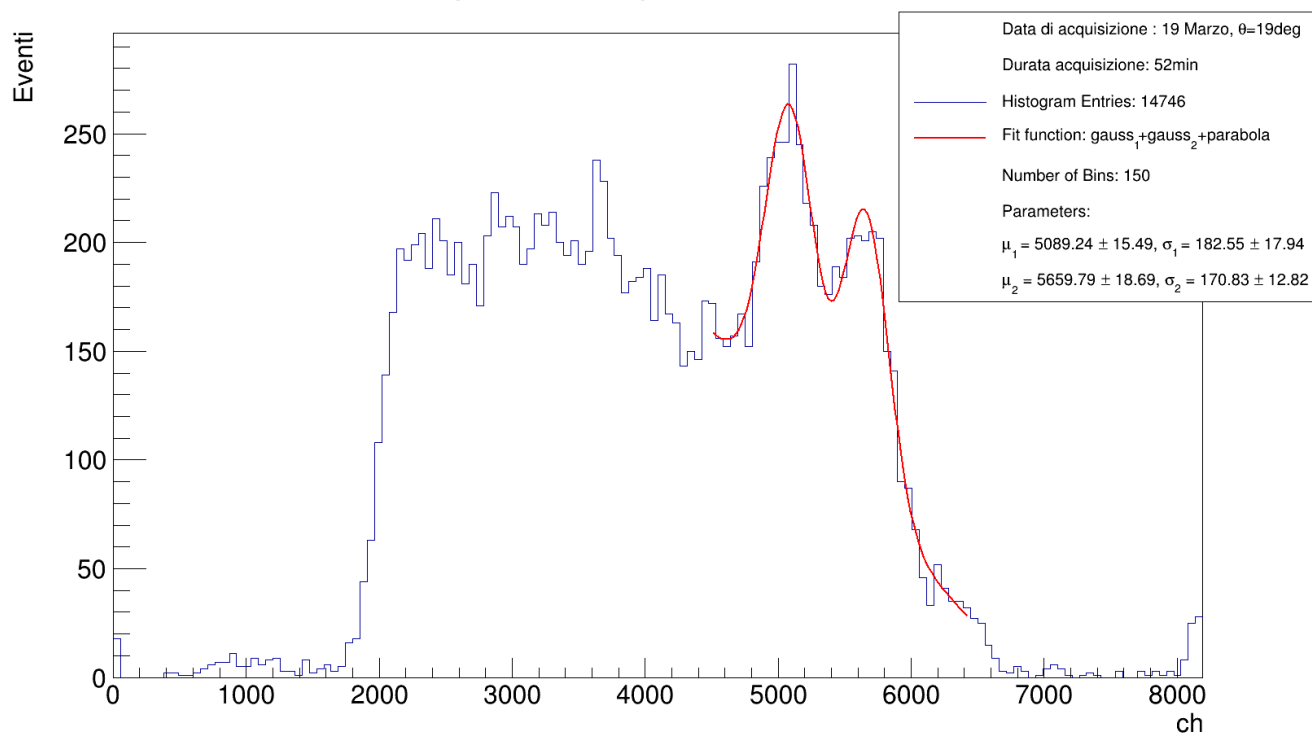


Figure 9.9

Calibrazione mediata 19 Marzo

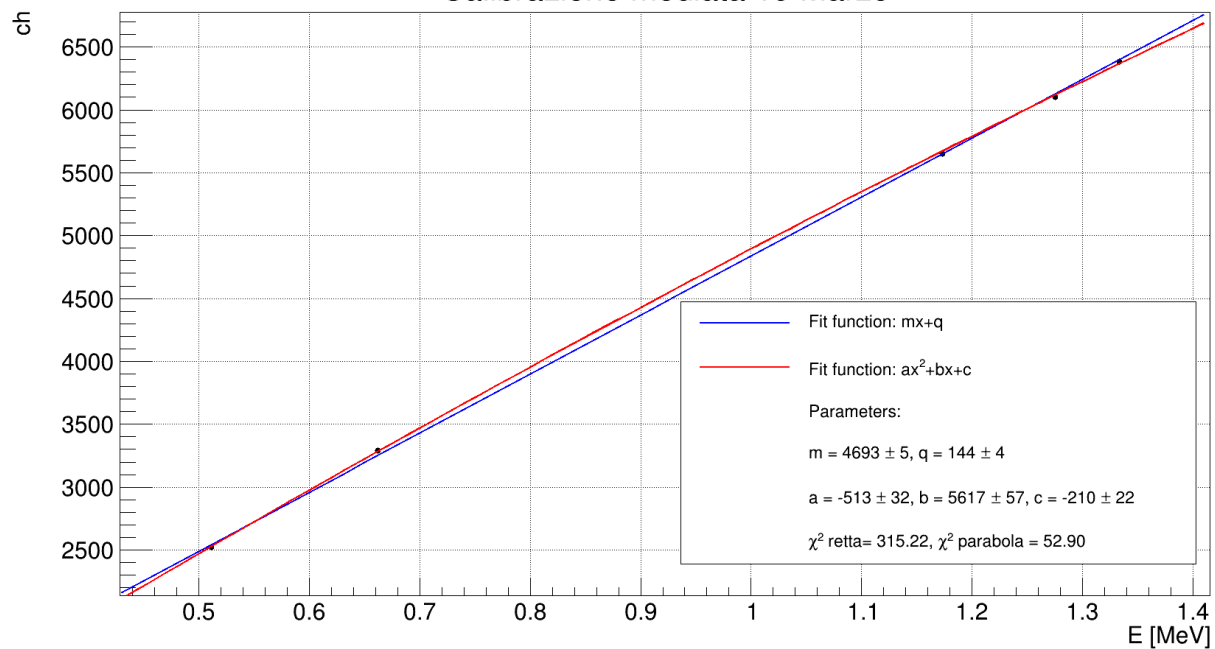


Figure 9.10: Calibrazione relativa per la presa dati del 28/02.

Medie dei picchi delle sorgenti		Medie dei picchi spettro compton	
Co1	5653 ± 5	Picco1	5089 ± 15
Co2	6387 ± 5	Picco2	5660 ± 19
Na1	2524 ± 2	Energia finale conversione lineare	
Na2	6100 ± 7	E_{fin1} [MeV]	1.045 ± 0.001
Cs	3292 ± 3	E_{fin12} [MeV]	1.173 ± 0.002
Parametri fit lineare (m,q)		Energia finale conversione polinomiale	
m	4693 ± 5	E_{fin1} [MeV]	1.034 ± 0.004
q	144 ± 4	E_{fin2} [MeV]	1.167 ± 0.004
Parametri fit pol2 (c,b,a)		Energia finale attesa a $\theta = 19^\circ$	
c	-210 ± 22	E_{fin1} [MeV]	1.042
b	5617 ± 57	E_{fin2} [MeV]	1.167
a	-513 ± 32		

Table 9.5: Risultati analisi dati della presa dati del 19/03/2024

9.6 Presa dati 19 Marzo, durata 14h 30min, $\theta=19^\circ$

Spettro compton 27 Marzo

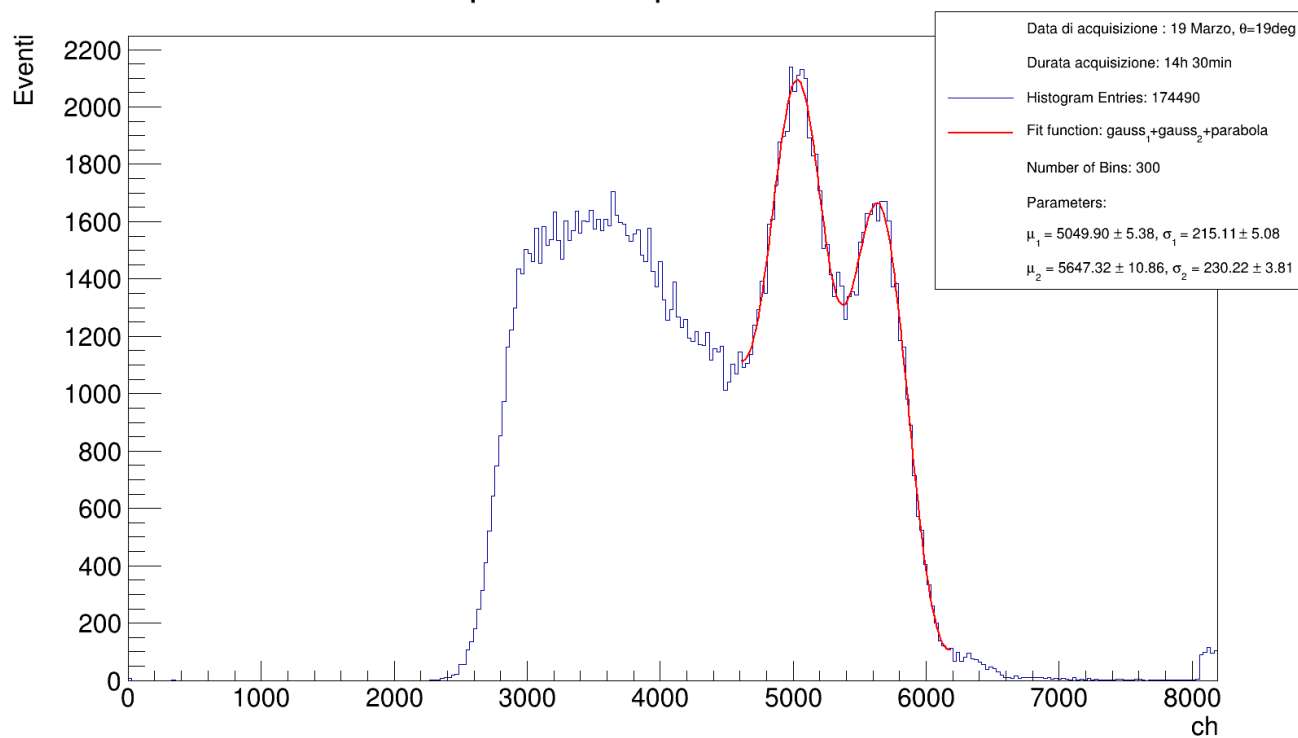


Figure 9.11

Calibrazione mediata 19 e 20 Marzo

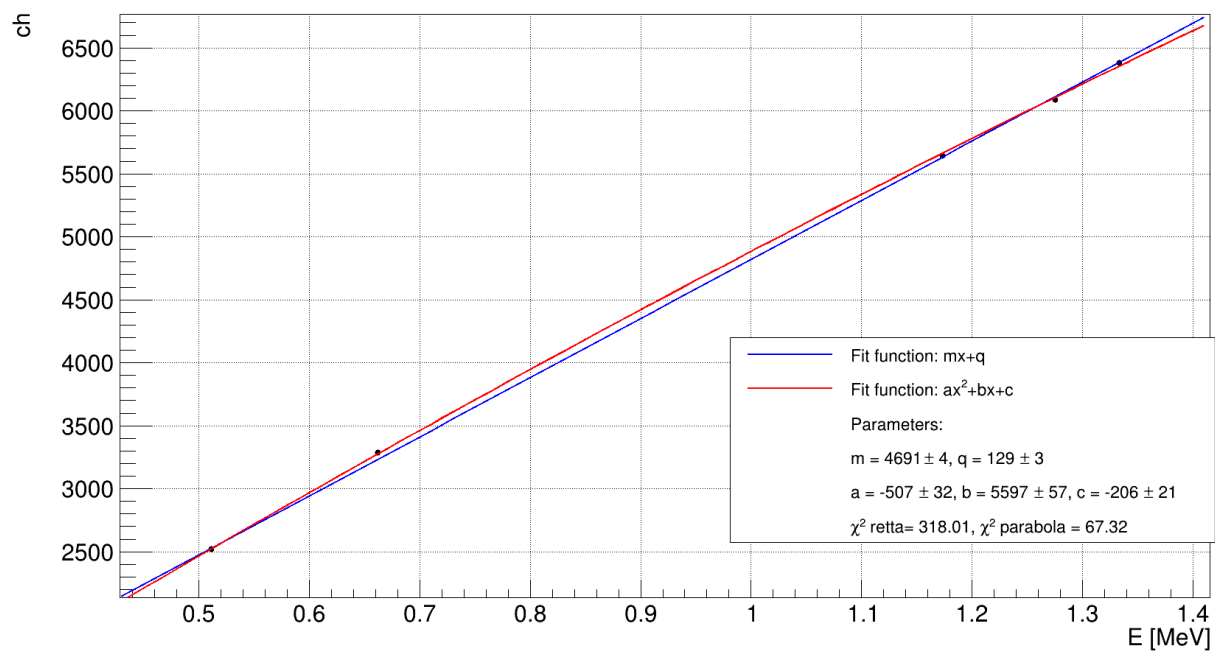


Figure 9.12

Medie dei picchi delle sorgenti		Medie dei picchi spettro compton	
Co1	5646 ± 5	Picco1	5050 ± 5
Co2	6378 ± 4	Picco2	5647 ± 11
Na1	2521 ± 1	Energia finale conversione lineare	
Na2	6091 ± 4	E_{fin1} [MeV]	1.049 ± 0.001
Cs	3289 ± 3	E_{fin2} [MeV]	1.178 ± 0.002
Parametri fit lineare (m,q)		Energia finale conversione polinomiale	
m	4690 ± 4	E_{fin1} [MeV]	1.036 ± 0.004
q	129 ± 3	E_{fin2} [MeV]	1.171 ± 0.004
Parametri fit pol2 (c,b,a)		Energia finale attesa a $\theta=19^\circ$	
c	-206 ± 21	E_{fin1} [MeV]	1.042
b	5597 ± 57	E_{fin2} [MeV]	1.167
a	-507 ± 32		

Table 9.6: Risultati analisi dati della presa dati del 19-20/03/2024

9.7 Presa dati 20 Marzo, durata 26h, $\theta=22^\circ$

Spettro compton 27 Marzo

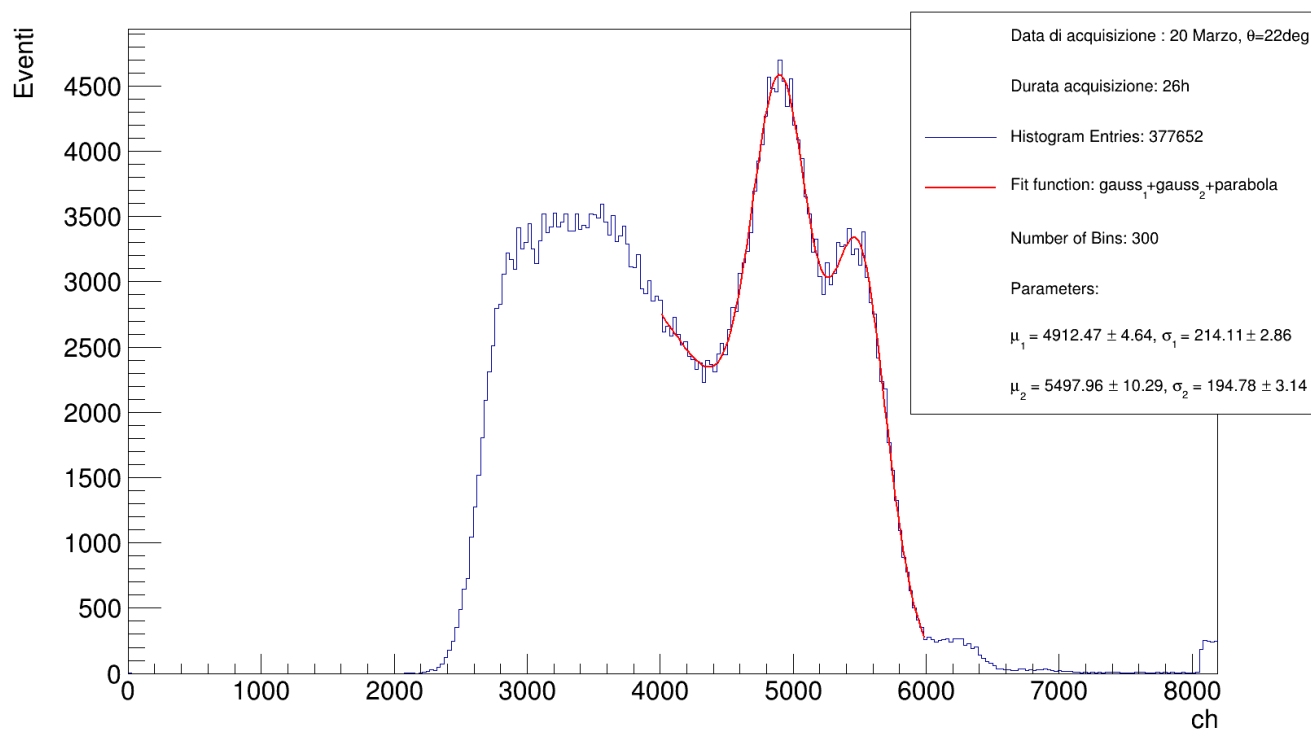


Figure 9.13

Calibrazione mediata 20 e 21 Marzo

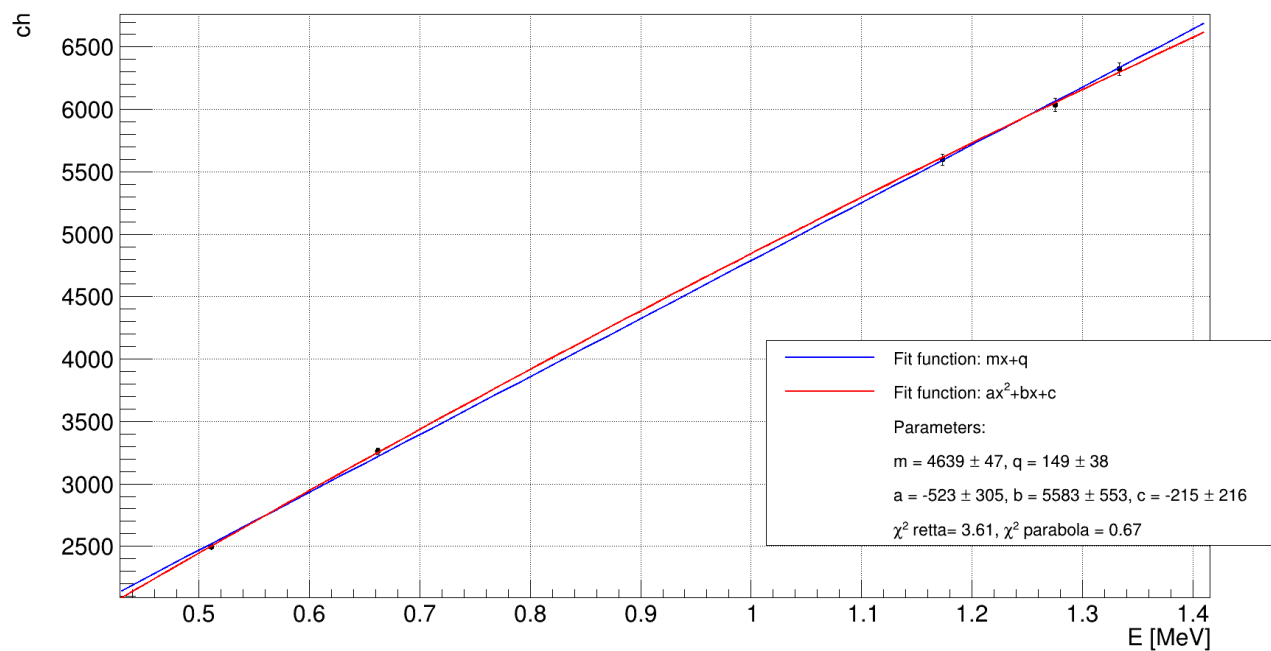


Figure 9.14

Medie dei picchi delle sorgenti		Medie dei picchi spettro compton	
Co1	5597 ± 45	Picco1	4912 ± 5
Co2	6325 ± 50	Picco2	5498 ± 10
Na1	2498 ± 22	Energia finale conversione lineare	
Na2	6036 ± 52	E_{fin1} [MeV]	1.027 ± 0.008
Cs	3260 ± 27	E_{fin2} [MeV]	1.153 ± 0.008
Parametri fit lineare (m,q)		Energia finale conversione polinomiale	
m	4639 ± 47	E_{fin1} [MeV]	1.015 ± 0.034
q	149 ± 38	E_{fin2} [MeV]	1.146 ± 0.040
Parametri fit pol2 (c,b,a)		Energia finale attesa a $\theta=22^\circ$	
c	-215 ± 216	E_{fin1} [MeV]	1.004
b	5583 ± 553	E_{fin2} [MeV]	1.120
a	-523 ± 305		

Table 9.7: Risultati analisi dati della presa dati del 20-21/03/2024

9.8 Presa dati 21 Marzo, durata 2h 30 min, $\theta=15^\circ$

Spettro compton 27 Marzo

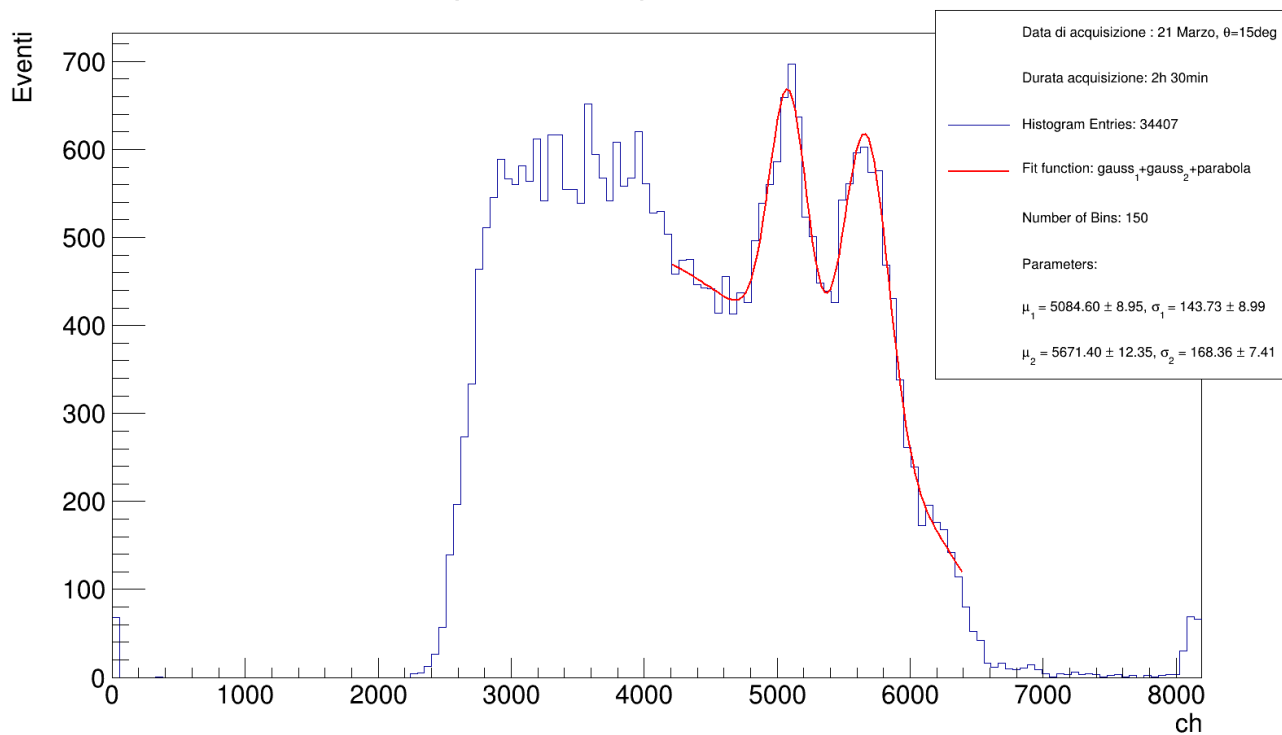


Figure 9.15

Calibrazione mediata 21 Marzo

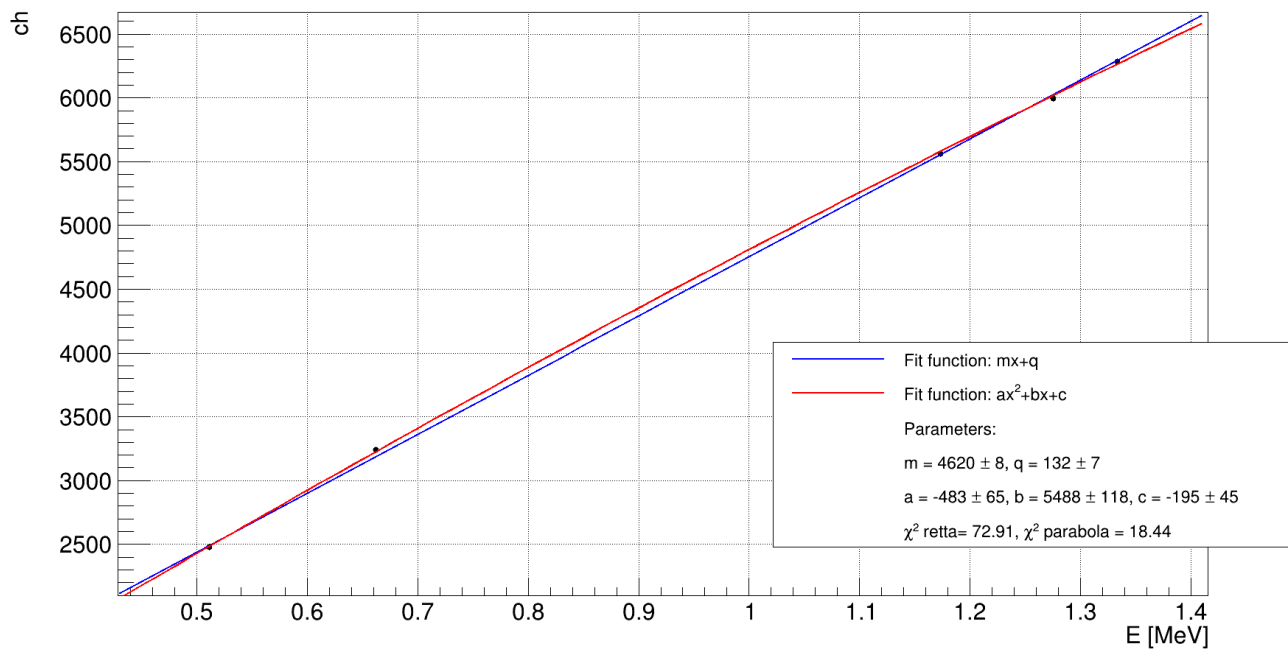


Figure 9.16

Medie dei picchi delle sorgenti		Medie dei picchi spettro compton	
Co1	5561 ± 9	Picco1	5085 ± 9
Co2	6283 ± 8	Picco2	5671 ± 10
Na1	2481 ± 4	Energia finale conversione lineare	
Na2	5996 ± 10	E_{fin1} [MeV]	1.072 ± 0.002
Cs	3241 ± 7	E_{fin2} [MeV]	1.199 ± 0.003
Parametri fit lineare (m,q)		Energia finale conversione polinomiale	
m	4620 ± 8	E_{fin1} [MeV]	1.061 ± 0.008
q	132 ± 7	E_{fin2} [MeV]	1.194 ± 0.009
Parametri fit pol2 (c,b,a)		Energia finale attesa a $\theta = 15^\circ$	
cc	-195 ± 45	E_{fin1} [MeV]	1.087
b	5488 ± 118	E_{fin2} [MeV]	1.224
a	-483 ± 7		

Table 9.8: Risultati analisi dati della presa dati del 21/03/2024

9.9 Massa elettrone con singola misura

Come discusso nella sezione 8.1 è possibile stimare la massa dell'elettrone a partire da una singola misura di energia tramite l'Eq. 8.3 noti θ , l'energia iniziale E e l'energia finale ottenuta tramite l'analisi dati discussa precedentemente. In seguito si riportano le varie masse degli elettroni ottenute per ciascuna presa con errore associato ottenuto tramite Eq. 8.1, 8.2.

m_{epicco}	conv lineare	conv pol
28-29/02/2024		
m_{e1} [Mev]	565 ± 58	517 ± 73
m_{e2} [Mev]	585 ± 60	564 ± 80
5-6/03/2024		
m_{e1} [Mev]	414 ± 70	410 ± 152
m_{e2} [Mev]	414 ± 65	414 ± 141
7/03/2024		
m_{e1} [Mev]	507 ± 56	451 ± 50
m_{e2} [Mev]	507 ± 56	480 ± 54
12-13/03/2024		
m_{e1} [Mev]	373 ± 50	338 ± 53
m_{e2} [Mev]	398 ± 54	389 ± 61
19/03/2024		
m_{e1} [Mev]	524 ± 55	475 ± 51
m_{e2} [Mev]	531 ± 56	511 ± 55
19-20/03/2024		
m_{e1} [Mev]	541 ± 57	485 ± 53
m_{e2} [Mev]	551 ± 58	526 ± 57
20-21/03/2024		
m_{e1} [Mev]	600 ± 66	548 ± 146
m_{e2} [Mev]	622 ± 65	596 ± 158
21/03/2024		
m_{e1} [Mev]	425 ± 57	379 ± 58
m_{e2} [Mev]	407 ± 55	391 ± 59

Table 9.9: Masse dell'elettrone ottenute tramite singola misura di energia.

10 Massa dell'elettrone tramite FIT E' vs θ

Come anticipato nella sezione 8.2, dopo avere ottenuto le energie finali (riportate in tabella 10.1) a vari angoli tramite l'analisi dati precedentemente descritta, sono stati realizzati i seguenti plot e relativi fit (fig 10.1) tramite la minimizzazione del chiquadro con la funzione di Eq. 8.3 lasciando la massa dell'elettrone come parametro libero. Come energia iniziale è stata inserita quella tabulata a seconda del picco considerato, quindi 1.172MeV e 1.333MeV.

Table 10.1: Dati con errori

θ [rad]	$E_{fin,1}$ conv.lineare [MeV]	$E_{fin,2}$ conv.lineare [MeV]	$E_{fin,1}$ conv.quadratica [MeV]	$E_{fin,2}$ conv.lineare [MeV]
0.26 ± 0.01	1.07 ± 0.01	1.20 ± 0.01	1.06 ± 0.01	1.20 ± 0.01
0.31 ± 0.01	1.05 ± 0.00	1.18 ± 0.00	1.04 ± 0.00	1.17 ± 0.00
0.33 ± 0.01	1.05 ± 0.00	1.18 ± 0.00	1.04 ± 0.00	1.17 ± 0.00
0.35 ± 0.01	1.04 ± 0.00	1.17 ± 0.00	1.03 ± 0.00	1.17 ± 0.00
0.38 ± 0.01	1.03 ± 0.00	1.15 ± 0.00	1.02 ± 0.00	1.15 ± 0.00

L'errore sulle energia finali ottenute dalla calibrazione lineare è stato propagato secondo Eq. 6.5 , mentre per quello sulle energie ottenute con la calibrazione quadratica secondo l' Eq. 6.8. Come errore sull'angolo invece è stata presa la somma in quadratura tra $\Delta\theta/\sqrt{12}$ dovuto alla lettura dell'angolo e l'errore della media della gaussiana (angolo zero) restituito dal fit discusso nella sezione 5.1.

Sono stati realizzati i plot dell'energia in funzione dell'angolo per ciascuno dei due picchi, facendo distinzione anche per le funzione di calibrazione utilizzata per la conversione in energia.

Il fit della minimizzazione del chiquadro è stato ottenuto utilizzando la funzione curvefit di scipy.optimize di python, dove è stata utilizzata l'opzione **absolute_sigma = False**. Questa opzione trova l'errore sul parametro stimato dal fit considerando gli errori sulla y riscalati di un fattore costante, in modo che $\chi^2/\text{ndof} = 1$.

Questo è ritenuto necessario poiché, nonostante l'errore sulle energie finali sembra essere giustificato (ovvero si tiene di conto dei vari effetti sistematici), non è corretto considerare questi errori come assoluti, perché ci possono essere ulteriori effetti sistematici fuori dal nostro controllo⁷ che non si è in grado di stimare.

I risultati restituiti dal fit sono riportati nelle legende di figura 10.1. Non si ritiene necessario riportare il χ^2 di ciascun fit, poiché, come spiegato in precedenza, si è normalizzato il χ^2 ridotto a 1 e ottenuto l'errore sul parametro stimato a partire da questa supposizione.

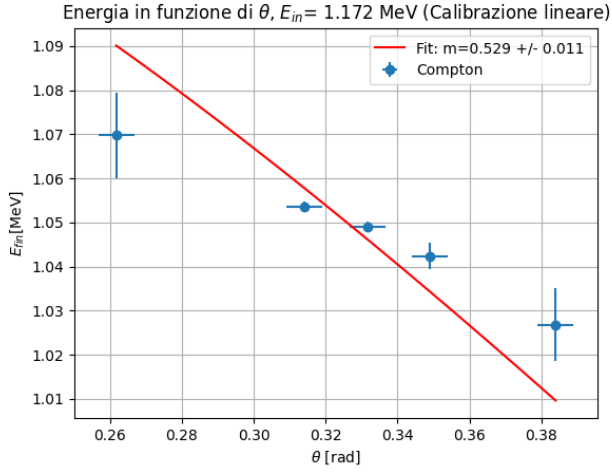
11 Conclusioni

Le energie dei fotoni diffusi tendono a seguire l'andamento predetto secondo Eq. 1.1. Prendendo in esame le energie finali riportate nelle tabelle dell'analisi dati si può notare quanto, di caso in caso, sono compatibili o meno con quelle attese.

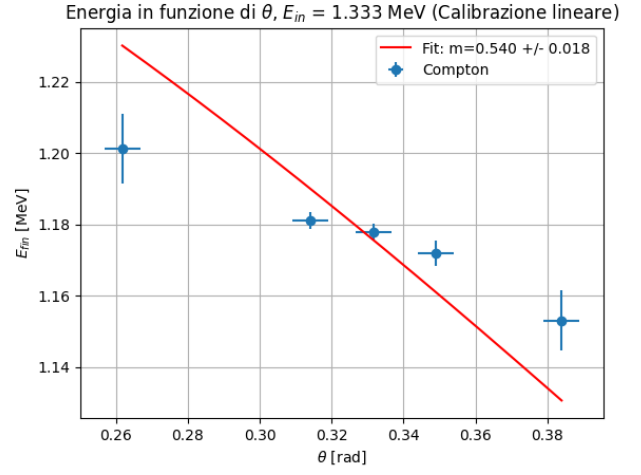
Le masse delle elettroni ottenute con singola misura secondo Eq. 8.1 sono generalmente compatibili con la massa attesa entro 1-2 σ di errore, nonostante gli errori relativi siano talvolta anche dell'ordine del 10-20%, come riportato in tabella 9.9. Le masse stimate tramite fit secondo Eq. 8.3 sono compatibili con il valore atteso entro 2 σ per la calibrazione lineare, mentre per la calibrazione quadratica solo la massa stimata con l'energia relativa al secondo fotopicco è compatibile entro questo errore.

Tuttavia, tramite questa procedura di fit, l'errore relativo si abbassa a un ordine del 2%.

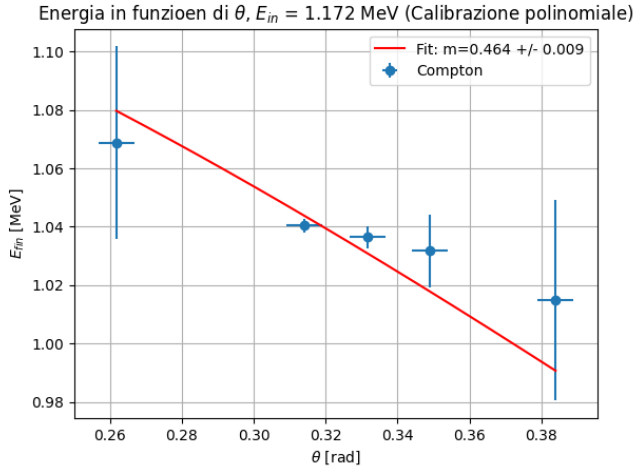
⁷per esempio, poiché gli spettri delle sorgenti vengono acquisiti in modo indipendente e in successione e l'acquisizione non è istantanea, ci possono essere degli shift dei canali corrispondenti ai picchi in un singolo plot di calibrazione. Questo comporterebbe un ulteriore errore sistematico, associato ai picchi, variabile nel tempo.



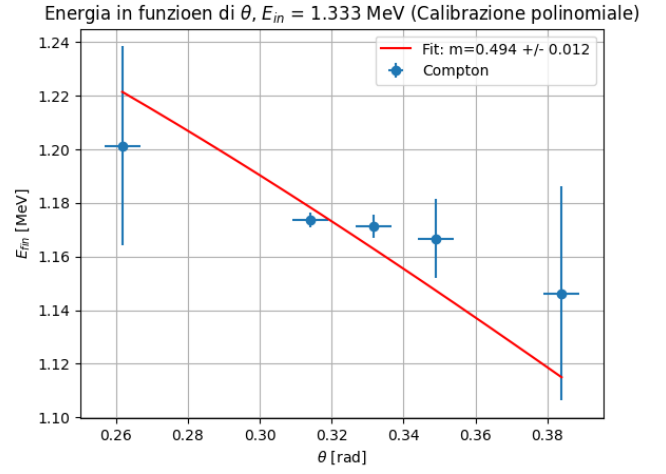
(a) Fit dell'energia finale in funzione dell'angolo conversione lineare $E = 1.172$ MeV



(b) Fit dell'energia finale in funzione dell'angolo conversione lineare $E = 1.33$ MeV



(c) Fit dell'energia finale in funzione dell'angolo conversione polinomiale $E = 1.172$ MeV



(d) Fit dell'energia finale in funzione dell'angolo conversione polinomiale $E = 1.333$ MeV

Figure 10.1