

# Esperienza Preliminare

Alberto Montanelli

15 Ottobre 2023

## 1 Obiettivo

L'esperienza in questione ha lo scopo di prendere confidenza con l'utilizzo di varia strumentazione, compresa di oscilloscopio, fotomoltiplicatori, discriminatore, unità di coincidenza e contatore, tramite l'utilizzo di tre scintillatori per rivelare raggi cosmici.

## 2 Setup sperimentale

La rivelazione dei raggi cosmici avviene tramite tre scintillatori plastici posti in sequenza verticale, come in figura 2.0.3.

Ogni scintillatore è collegato ad un rispettivo fotomoltiplicatore alimentato da un opportuno modulo su cui si può variare e monitorare la tensione di alimentazione. I fotoni generati a causa del passaggio delle particelle negli scintillatori sono convogliati nei fotomoltiplicatori; quest'ultimi amplificano il segnale che può essere osservato (in tensione), opportunamente triggerato, all'oscilloscopio. I segnali sono discriminati a seconda di una soglia di tensione variabile dall'unità di discriminazione, il contatore segnala il numero di eventi (quindi i segnali discriminati) in uscita dal discriminatore. Infine l'unità di coincidenza permette di comparare tramite porte logiche "AND" segnali da diversi fotomoltiplicatori che arrivano dall'uscita dei rispettivi discriminatori.

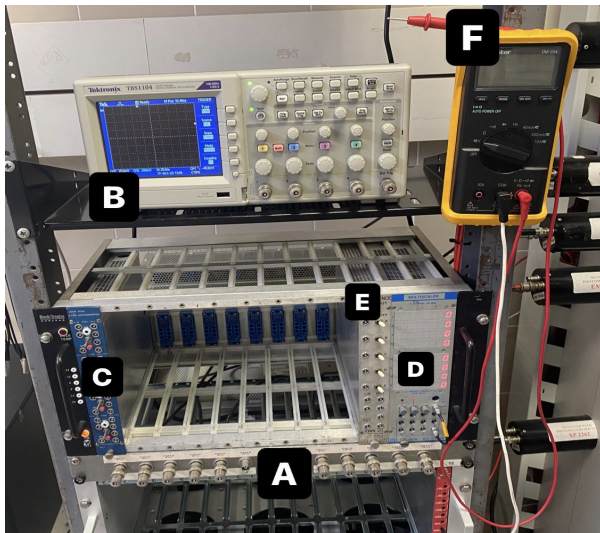


Figura 2.0.1: Setup Sperimentale: A) Uscite fotomoltiplicatori; B) Oscilloscopio; C) Unità di discriminazione; D) Contatore; E) Unità di Coincidenza; F) Multimetro digitale.



Figura 2.0.2: Setup dei fotomoltiplicatori: quelli utilizzati sono PMT05, PMT04, PMT03.

Figura 2.0.3: Setup Sperimentale

## 2.1 Strumentazione

L'apparato strumentale, come visibile in figura 2.0.3, è composto da:

- 3 scintillatori plastici ;
- 3 fotomoltiplicatori (PMT05, PMT04, PMT03 in ordine dall'alto verso il basso);
- Oscilloscopio digitale a quattro canali;
- Crate NIM composto da:
  - unità di discriminazione;
  - unità di coincidenza;
  - contatore.

## 3 Fotomoltiplicatore PMT05 - Alto

Si studia il comportamento dei segnali ricevuti dal fotomoltiplicatore più in alto, collegato al relativo scintillatore.

### 3.1 Misure di trigger

Si collega il primo canale CH1 dell'oscilloscopio al fotomoltiplicatore PMT05 (da spento), tramite un cavo con ritardo nominale di 3ns, avendo l'accortezza di terminare il cavo inserendo una T con la chiusura a  $50\ \Omega$ . Successivamente, all'oscilloscopio si imposta il canale con una sensibilità verticale di 20 mV /div, una sensibilità orizzontale dei tempi di 25 ns/div. Il trigger è impostato con rampa negativa, soglia a  $-40\text{ mV}$ . Correttamente non si rileva niente, se non rumore interno all'oscilloscopio.

Si accende il crate NIM aumentando gradualmente la tensione al fotomoltiplicatore (tramite software) fin tanto che non si osservano impulsi all'oscilloscopio. Si iniziano a rilevare i primi segnali con frequenze di trigger inferiori alla tensione dell'oscilloscopio ( $<10\text{Hz}$ ) per tensioni superiori a  $1430.20 \pm 1.72\text{V}$ .

Si aumenta la tensione di alimentazione fintanto che la frequenza di trigger non raggiunge  $\sim 100\text{Hz}$ , attorno a  $1675.00 \pm 1.84\text{V}$ .

Fissata tale tensione, si misura la frequenza di trigger al variare della tensione di soglia impostata sul trigger (figura 3.1.1). La frequenza di trigger diminuisce aumentando (in negativo) la soglia di tensione del trigger, ovvero selezionando segnali sempre più ampi; per soglie vicine allo zero al gran numero di segnali si sovrappone anche rumore poiché la tensione di soglia viene facilmente superata da un gran numero di segnali.

I valori ottenuti sono mostrati nella tabella di figura 3.1.1. Poiché le frequenze di trigger misurate all'oscilloscopio risentono di una grande fluttuazione, si è cercato, per ogni valore di tensione di trigger, di misurare tre valori di frequenze consecutive; dopodiché il valore riportato è la media di queste tre misure con la deviazione standard associata come errore.

### 3.2 Segnale discriminato

Mantenendo la stessa tensione di alimentazione di PMT05, si scollega l'uscita del fotomoltiplicatore dal canale CH1 dell'oscilloscopio, collegandola invece al primo ingresso del discriminatore tramite un cavo con ritardo nominale di 4ns. Si collega il CH1 dell'oscilloscopio con il secondo ingresso del discriminatore tramite un cavo con ritardo nominale di 4ns: il segnale viene ancora correttamente osservato come in precedenza.

L'uscita del discriminatore è collegata tramite un cavo con ritardo nominale di 4ns al secondo ingresso CH2 dell'oscilloscopio con un ingresso a T terminato su  $50\Omega$ . Il segnale discriminato ha la forma di un'onda quadra quando il segnale in ingresso al discriminatore (quindi quello visualizzato su CH1) supera la tensione di threshold del discriminatore.

Si imposta la tensione di threshold a  $-40.1 \pm 0.5\text{mV}$  e si determina il ritardo dovuto alla catena cavo più discriminatore e dovuto al solo discriminatore. Poiché sono stati utilizzati cavi con stesso ritardo temporale nominale (cavi della stessa lunghezza, entrambi con ritardo nominale di 4ns) per i segnali che arrivano a CH1 e CH2 i due ritardi precedentemente menzionati sono identici.

Sarebbe possibile annullare il ritardo dovuto al discriminatore tra i due segnali ritardando il segnale analogico in ingresso al CH1. Occorre, infatti, che la differenza in lunghezza tra il cavo che collega ingresso discriminatore e

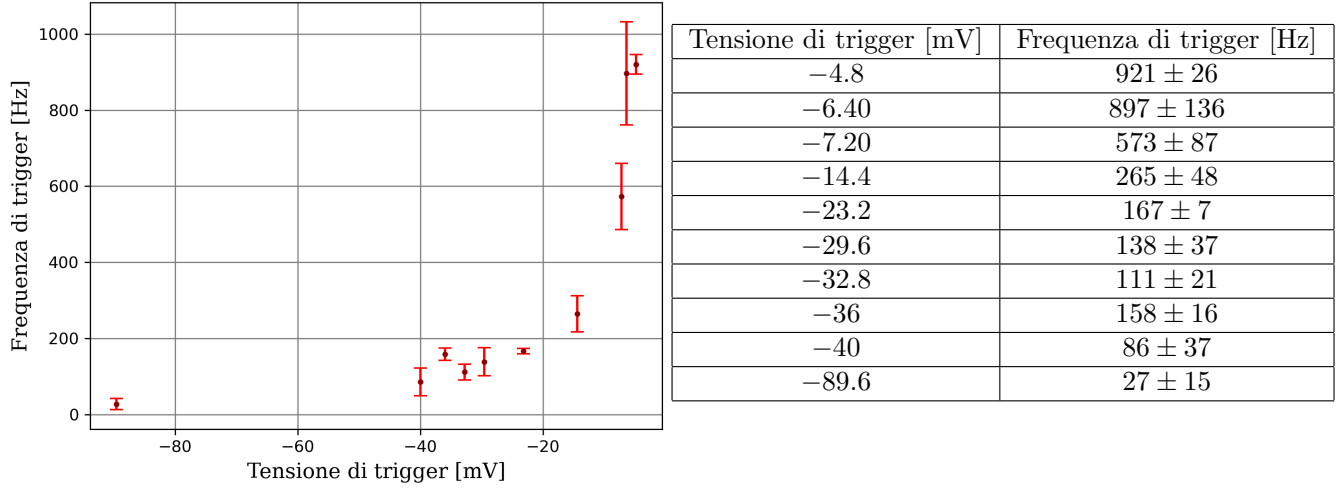


Figura 3.1.1: Frequenza di trigger al variare della soglia di tensione di trigger dell'oscilloscopio

CH1 e tra il cavo collegante uscita discriminatore e CH2 generi un ritardo compatibile con il ritardo del solo discriminatore: quando questo accade, il segnale discriminato tende a scattare effettivamente quando il segnale analogico passa la tensione di threshold.

Per la determinazione del ritardo del solo discriminatore sono state eseguite due differenti tipi di misurazioni:

- si è misurato, tramite i cursori dell'oscilloscopio, la distanza temporale tra il segnale analogico e quello discriminato nel momento in cui entrambi i segnali raggiungono circa metà altezza. Sono state eseguite tre misurazioni, poi è stata effettuata la media e la deviazione standard come errore associato. Si ottiene il valore di  $15.3 \pm 0.8 \text{ ns}$ ;
- si è misurato, tramite i cursori dell'oscilloscopio, la distanza temporale dal momento in cui il segnale su CH1 passa la soglia di threshold (e quindi dal momento in cui viene discriminato) fino a quando l'onda quadra su CH2 raggiunge metà altezza. Si ottiene il valore di  $15.4 \pm 0.2 \text{ ns}$ .

Si nota che quindi i due valori per il ritardo del discriminatore sono compatibili tra di loro.

## 4 Contatore

### 4.1 PMT05

Per il fotomoltiplicatore PMT05 si imposta, sempre con tensione di threshold del discriminatore pari a  $-40.1 \pm 0.5 \text{ mV}$ , la durata del segnale discriminato a  $44.27 \pm 1.73 \text{ ns}$ , ottenuta ricavando la media e deviazione standard tra tre misure consecutive della durata del segnale effettuate tramite cursori dell'oscilloscopio. Si hanno, infatti, delle fluttuazioni del segnale in durata maggiori della sensibilità dei cursori (pari a  $2 \text{ ns}$ ), per cui associando quest'ultima come errore della misura si avrebbe una sottostima dell'errore.

Collegando l'uscita del discriminatore all'ingresso del contatore, con tensione di alimentazione pari a  $1675.00 \pm 1.84 \text{ V}$ , si misura la frequenza di trigger tramite il contatore e si compara con quella osservata all'oscilloscopio. Si ottiene:

- $f = 123 \pm 11 \text{ Hz}$  ; ottenuta tramite il contatore, mediando tra 5 conteggi consecutivi ottenuti tramite run dalla durata di 10s ciascuna.
- $f = 90 \pm 50$  ; ottenuta tramite l'oscilloscopio, mediando tra 6 acquisizioni consecutive della frequenza di trigger osservata.

Si nota dunque come la misura della frequenza (intesa come rate di eventi al secondo) tramite il contatore sia più precisa di quella effettuata all'oscilloscopio, che risente di molte fluttuazioni tra più misure.

Si determina il rate dei conteggi del PMT05 al variare della tensione di alimentazione del fotomoltiplicatore. All'aumentare della tensione di alimentazione aumenta il guadagno del fotomoltiplicatore e il rate dei conteggi cresce.

Se si setta la tensione di alimentazione a valori troppo alti (tipicamente si nota questo effetto già per tensioni di  $\sim 1800\text{-}1900\text{V}$ ) il fotomoltiplicatore amplifica a soglie elevate anche segnali di rumore, i quali vengono discriminati e arrivano al contatore aumentando il rate di conteggi vertiginosamente. I valori misurati e il grafico ottenuto sono visibili in figura 4.1.1. Ogni rate di conteggi fa riferimento ad una run di 10 secondi.

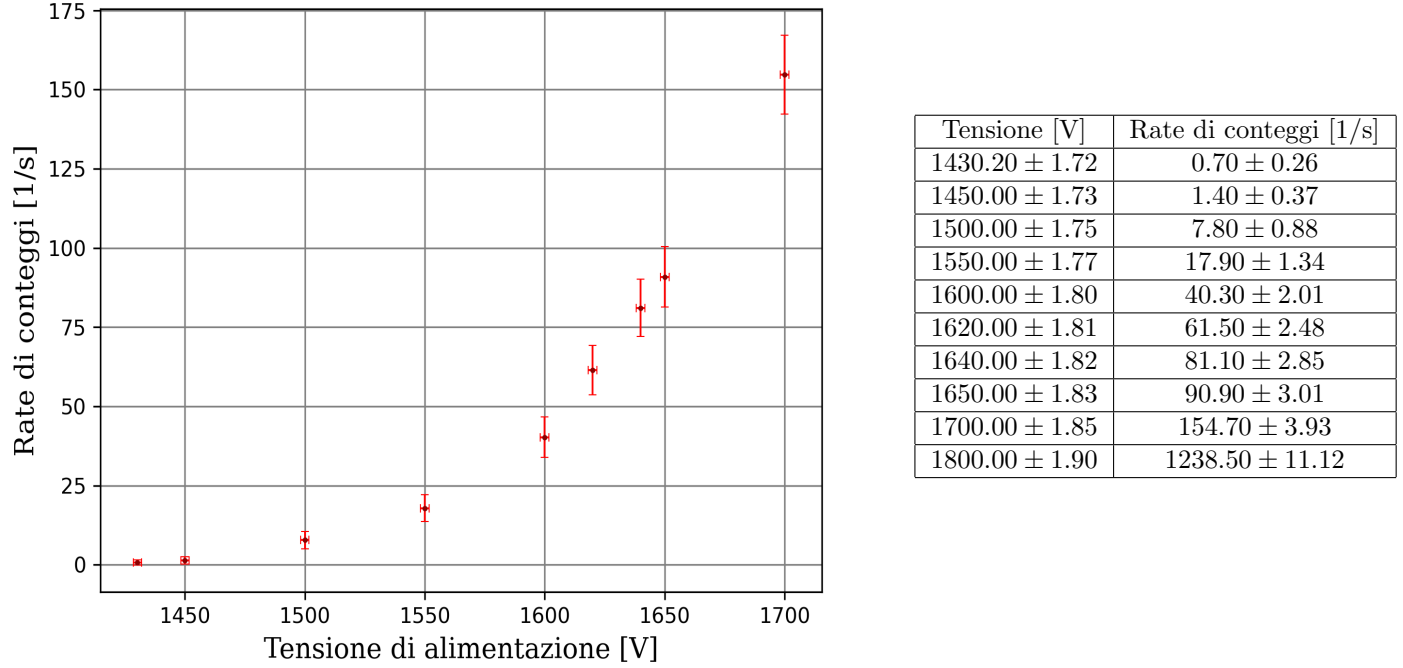


Figura 4.1.1: Rate di conteggi al variare della tensione di alimentazione per il fotomoltiplicatore PMT05

## 4.2 PMT04

Si ripete lo stesso procedimento per il fotomoltiplicatore centrale PMT04, collegando l'uscita del fotomoltiplicatore all'ingresso della seconda unità del discriminatore terminando l'altro ingresso con una resistenza da  $50\Omega$ .

Si imposta la tensione di threshold del discriminatore pari a  $-40.7 \pm 0.5\text{mV}$  e la durata del segnale discriminato a  $44.67 \pm 3.27\text{ns}$ , ottenuta ricavando la media e deviazione standard tra tre misure consecutive della durata del segnale effettuate tramite cursori dell'oscilloscopio. Con tensione di alimentazione fissata pari a  $1680.00 \pm 1.84\text{V}$  si misura la frequenza di trigger tramite il contatore mediando tra 5 conteggi consecutivi osservati con run della durata di 10s ciascuna, ottenendo  $f = 85 \pm 9\text{Hz}$ .

Si determina il rate dei conteggi del PMT04 al variare della tensione di alimentazione del fotomoltiplicatore: si ha lo stesso comportamento del fotomoltiplicatore PMT05. I valori misurati e il grafico ottenuto sono visibili in figura 4.2.1. Ogni rate di conteggi fa riferimento ad una run di 10 secondi.

## 4.3 PMT03

Si ripete lo stesso procedimento per il fotomoltiplicatore centrale PMT03, collegando l'uscita del fotomoltiplicatore all'ingresso della terza unità del discriminatore terminando l'altro ingresso con una resistenza da  $50\Omega$ .

Si imposta la tensione di threshold del discriminatore pari a  $-40.0 \pm 0.5\text{mV}$  e la durata del segnale discriminato a  $52.33 \pm 4.55\text{ns}$ , ottenuta ricavando la media e deviazione standard tra tre misure consecutive della durata del segnale effettuate tramite cursori dell'oscilloscopio. Con tensione di alimentazione fissata pari a  $1800.00 \pm 1.90\text{V}$  si misura la frequenza di trigger tramite il contatore mediando tra 5 conteggi consecutivi osservati con run della durata di 10s ciascuna, ottenendo  $f = 97 \pm 10\text{Hz}$ .

Si determina il rate dei conteggi del PMT03 al variare della tensione di alimentazione del fotomoltiplicatore: si ha lo stesso comportamento degli altri due fotomoltiplicatori. I valori misurati e il grafico ottenuto sono visibili in figura 4.3.1. Ogni rate di conteggi fa riferimento ad una run di 10 secondi.

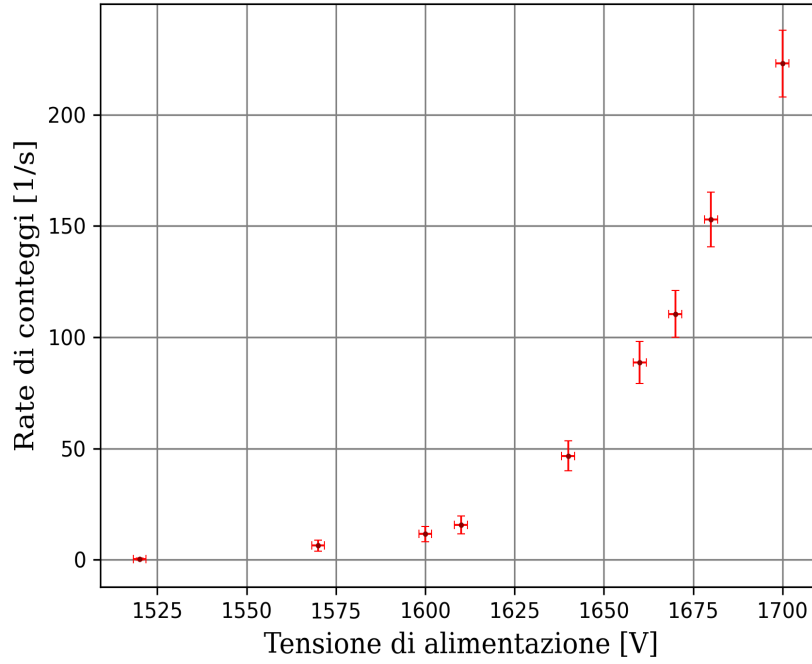


Figura 4.2.1: Rate di conteggi al variare della tensione di alimentazione per il fotomoltiplicatore PMT04

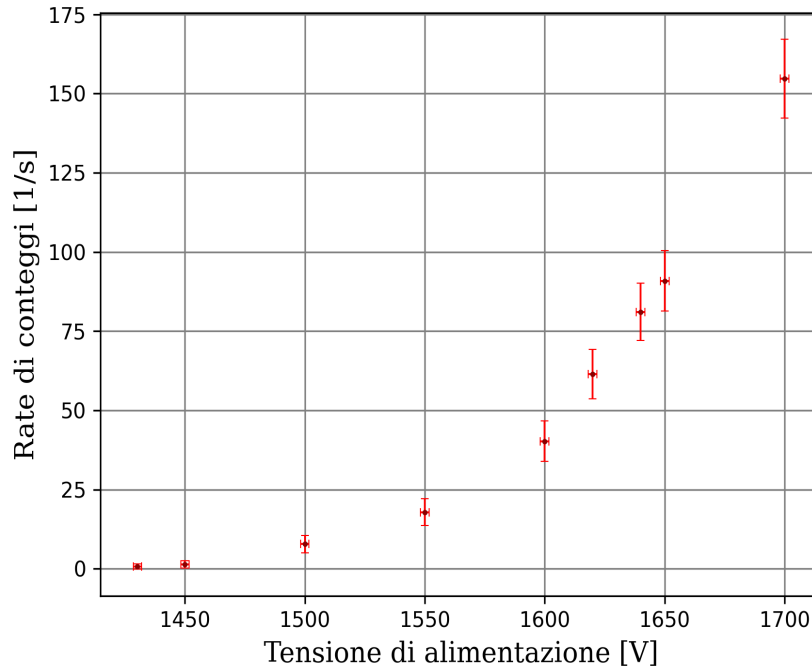


Figura 4.3.1: Rate di conteggi al variare della tensione di alimentazione per il fotomoltiplicatore PMT03



## 4.4 Errori sui conteggi

I conteggi osservati seguono una distribuzione poissoniana dunque l'errore su tali valori è poissoniano (radice dei conteggi), opportunamente normalizzato per la durata di ogni run (10 secondi) quando si associa alla misura del rate.

## 5 Unità di coincidenza

Si collegano le uscite della prima e seconda unità del discriminatore all'unità di coincidenza, terminando i secondi ingressi di entrambe le unità con una resistenza di  $50\Omega$ . Si collega l'uscita OUT dell'unità di coincidenza al CH4 dell'oscilloscopio, mentre si connette l'uscita LIN dell'unità a CH3. All'oscilloscopio vengono correttamente visualizzati i due segnali, come si nota in figura 5.0.1, con ampiezza rispettivamente  $760\pm 8\text{mV}$  per LIN e  $816\pm 8\text{mV}$  per OUT, con errore associato pari alla sensibilità del cursore dell'oscilloscopio, poiché i segnali sono entrambi stabili. Per valutare il ritardo temporale introdotto dall'unità di coincidenza si osservano all'oscilloscopio i segnali discriminati di PMT05 (CH1 in giallo), PMT04 (CH2 in blu) e l'uscita LIN, come in figura 5.0.2. I cavi utilizzati tra oscilloscopio e discriminatore hanno lo stesso ritardo nominale di quelli usati tra discriminatore e unità di coincidenza, mentre per collegare il discriminatore e l'unità di coincidenza sono presenti cavi con ritardo nominale di  $3\text{ns}$ . Misurando la distanza temporale tramite cursori tra il segnale che scatta più tardi tra CH1 e CH2 (che quindi fa scattare effettivamente la coincidenza) e il segnale LIN, si ottiene  $9.2\pm 0.2\text{ns}$ , ritardo dovuto all'unità di coincidenza e al ritardo nominale introdotto dal cavo tra discriminatore e unità di coincidenza (pari a  $3\text{ns}$ ). Si nota infine che il segnale proveniente dal fotomoltiplicatore PMT05 arriva mediamente sempre prima di quello proveniente PMT04: questo è dovuto ad una differenza del tempo di transito  $T_{\text{transito}}^{\text{PMT05}} - T_{\text{transito}}^{\text{PMT04}} \sim 8\text{ns}$  dei fotomoltiplicatori stessi.

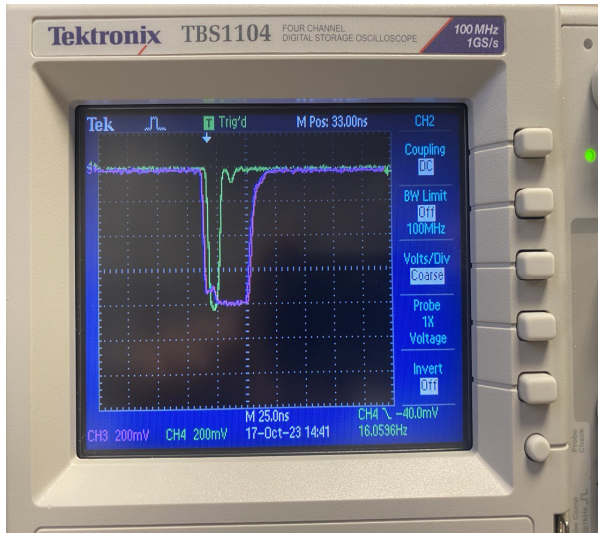


Figura 5.0.1: Segnale LIN in verde al CH4, segnale OUT in viola al CH3

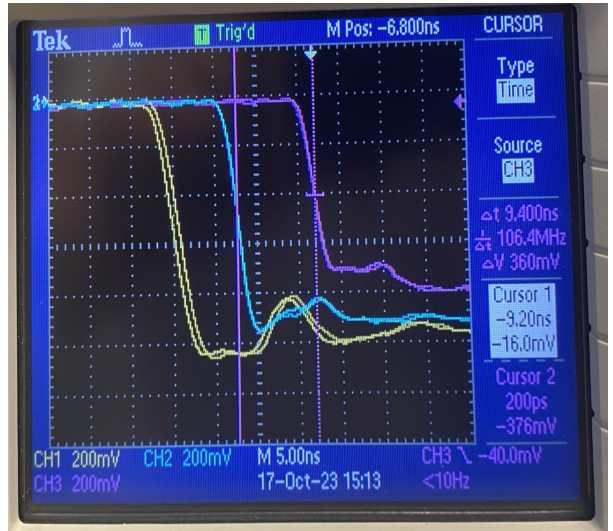


Figura 5.0.2: Misura del ritardo temporale dell'unità di coincidenza. Si nota l'anticipo del segnale proveniente da PMT05, in giallo su CH1, rispetto al segnale di PMT04, in blu su CH2. Il segnale LIN è quello viola su CH3

### 5.1 Conteggi coincidenze doppie e triple

Per le misure successive si mantengono fisse sia le tensioni di alimentazioni dei tre fotomoltiplicatori per cui si hanno frequenza di trigger dell'ordine di  $\sim 100\text{Hz}$ , sia le larghezze e le tensioni di threshold per i tre canali di discriminazione. Ricapitolando, in tabella 5.1.1:

Si collegano le uscite dei segnali discriminati di tutti e tre i fotomoltiplicatori al contatore per osservare i conteggi singoli e si connettono anche all'unità di coincidenza; da questa si collega l'uscita LIN al contatore per osservare i conteggi delle coincidenze triple per i tre PMT. Si collegano ulteriormente due segnali discriminati di due fotomoltiplicatori ad un'altra unità di coincidenza (e da quest'ultima si connette l'uscita LIN al contatore)

	PMT05	PMT04	PMT03
Tensione alimentazione [V]	1675.00±1.84	1680.00 ± 1.84	1800.00 ± 1.90
Tensione di threshold discriminatore [mV]	-40.1±0.5	-40.7±0.5	-40.0±0.5
Larghezza segnale discriminato [ns]	44.27±1.73	44.67 ± 3.27	52.33 ± 4.55

Tabella 5.1.1

per valutare contemporaneamente i conteggi delle coincidenze doppie rispetto alle triple. Si riportano i valori nelle seguenti tabelle 5.1.2, 5.1.3, 5.1.4, in cui 1 si riferisce allo scintillatore relativo al fotomoltiplicatore PMT05, 2 a PMT04, 3 a PMT03, & inteso come porta logica AND tra i segnali ed ogni run di conteggi ha durata 10 secondi.

1&3	1&2&3	PMT05	PMT04	PMT03
111	91	1234	795	960
129	110	1172	840	1001
133	115	1249	751	935
133	111	1197	791	972
109	97	1143	764	967
126	104	1222	804	988
104	86	1219	841	965
136	116	1221	876	967
120	99	1182	808	967
139	118	1207	834	1045

Tabella 5.1.2: Conteggi doppi per la coincidenza tra PMT05 e PMT03, conteggi per la coincidenza tripla tra PMT05, PMT04 e PMT03 e conteggi singoli.

2&3	1&2&3	PMT05	PMT04	PMT03
172	122	1241	847	1055
149	104	1233	851	970
140	105	1171	800	975
150	108	1267	867	1016
136	97	1226	808	993
155	114	1228	787	971
147	105	1237	810	1020
146	106	1259	800	1001
147	109	1247	836	993
142	91	1227	814	1026

Tabella 5.1.3: Conteggi doppi per la coincidenza tra PMT04 e PMT03, conteggi per la coincidenza tripla tra PMT05, PMT04 e PMT03 e conteggi singoli.

## 5.2 Efficienze

Dai dati della sezione precedente si possono ricavare così le efficienze dei tre rilevatori. Se, per esempio, si considera una particella passante per gli scintillatori relativi ai fotomoltiplicatore PMT05 (1) e PMT03 (3) si ha un evento per la coincidenza 1&3; se il fotomoltiplicatore nel mezzo PMT04 (2) avesse efficienza perfetta (100%) si dovrebbe avere un evento per la coincidenza 1&2&3 corrispondente alla coincidenza doppia, poiché la particella deve passare geometricamente anche nel rilevatore centrale. È evidente, dunque, definire le efficienze per ciascun rilevatore come:

$$\epsilon_1 = \frac{1\&2\&3}{2\&3}; \quad \epsilon_2 = \frac{1\&2\&3}{1\&3}; \quad \epsilon_3 = \frac{1\&2\&3}{1\&2}. \quad (5.2.1)$$

Per stimare i valori delle efficienze date le misurazioni dei conteggi delle coincidenze doppie e triple si è proceduto in due modi:

1&2	1&2&3	PMT05	PMT04	PMT03
126	95	1240	796	1003
139	96	1185	840	1023
166	111	1190	893	1034
137	95	1232	804	995
142	99	1165	862	981
125	99	1222	864	1010
132	97	1238	881	1071
147	118	1239	879	996
134	95	1299	850	1001
132	96	1212	825	997

Tabella 5.1.4: Conteggi doppi per la coincidenza tra PMT05 e PMT04, conteggi per la coincidenza tripla tra PMT05, PMT04 e PMT03 e conteggi singoli.

- nel primo caso si è semplicemente calcolato l’efficienza per ciascun valore di coincidenze doppie e triple (ovvero per ogni run di 10s), si è mediato su tutte le efficienze così trovate, trovando così un’efficienza media con la deviazione standard come errore associato, ottenendo i seguenti valori:

$$\epsilon_1 = (71.49 \pm 9.12)\%, \quad \epsilon_2 = (84.41 \pm 6.62)\%, \quad \epsilon_3 = (72.70 \pm 13.3)\%; \quad (5.2.2)$$

- nel secondo caso si sommano tutti i conteggi per le coincidenze doppie e triple, ipotizzando di avere una singola run di 100s totale, ottenendo così l’efficienza dal rapporto tra la somma di tutti i conteggi delle triple e la somma di tutti i conteggi delle doppie. Poiché le coincidenze doppie e triple sono prese in contemporanea, si possono considerare le doppie come dato fissato, privo di errore. Le triple fluttuano allora tra due possibili valori a seconda dell’efficienza del rivelatore: la possibilità di avere un successo e quindi si ha un conteggio di coincidenza tripla in corrispondenza di una doppia, oppure un insuccesso, ovvero non scatta la coincidenza tripla in corrispondenza della doppia. Si nota, quindi, che i conteggi di coincidenza tripla seguono una distribuzione binomiale  $B(\epsilon, N)$  con probabilità di successo pari all’efficienza  $\epsilon$  e  $N$ , numero dei conteggi di coincidenza doppia, come numero di prove. L’errore associato all’efficienza allora sarà la deviazione standard di tale distribuzione normalizzato per il numero delle doppie  $N$ , ovvero  $\sigma_\epsilon = \frac{\sqrt{N\epsilon(1-\epsilon)}}{N}$ . Con tale statistica si ottengono valori più precisi per le efficienze:

$$\epsilon_1 = (71.50 \pm 1.17)\%, \quad \epsilon_2 = (84.44 \pm 1.03)\%, \quad \epsilon_3 = (72.54 \pm 1.20)\%; \quad (5.2.3)$$

### 5.3 Efficienza rivelatore centrale al variare della tensione di alimentazione

Si valuta l’efficienza del rivelatore centrale 2 al variare della tensione di alimentazione di PMT04. La tabella dei valori e l’andamento è riportato in figura 5.3.1. Sono osservati conteggi contemporanei delle coincidenze doppie (per 1&3) e triple per una run di 100s eseguita per ogni valore della tensione di alimentazione. Si determina in seguito l’efficienza tramite eq. 5.2.1 con errore associato seguendo la statistica binomiale spiegata nella sezione precedente. L’andamento dell’efficienza cresce all’aumentare della tensione di alimentazione fintanto che non satura oltre alti valori della tensione ( $\gtrsim 1800V$ ). Infatti, a questi valori di tensione, il fotomoltiplicatore amplifica enormemente, oltre ai veri segnali di particelle passanti il rivelatore, segnali spuri di rumore. Dunque i conteggi singoli del PMT04 aumentano vertiginosamente, tuttavia i conteggi delle coincidenze doppie e triple rimangono circa costanti poiché i segnali reali dovuti effettivamente ai raggi cosmici (dunque i singoli conteggi degli altri due rivelatori e di conseguenza le coincidenze) rimangono gli stessi.

## 6 Note sugli errori

L’alimentatore di alta tensione dei fotomoltiplicatori ha un’incertezza sulla tensione visualizzata  $V_{set}$  pari a  $\Delta V = \pm(0.05\%V_{set} + 1V)$ .

Le tensioni di threshold del discriminatore sono misurate con un multimetro digitale, per cui si associa un errore di  $\pm 0.5mV$ , ovvero incertezza sull’ultima cifra mostrata sul multimetro. Per le misurazioni di intervalli temporali e di



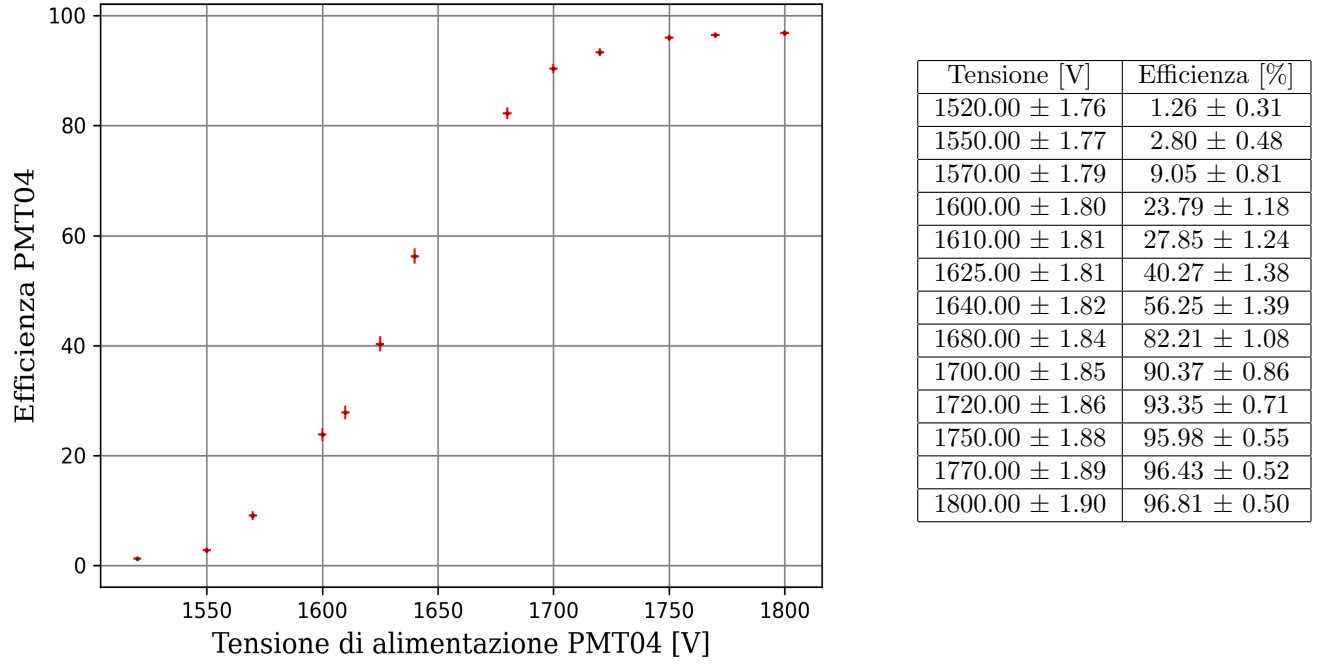


Figura 5.3.1: Efficienza di PMT04 al variare della tensione di alimentazione

tensione effettuate tramite cursori dell'oscilloscopio si associa la sensibilità del cursore per segnali stabili (quindi 2ns per le misure temporali, 8mV per le tensioni). Quando il segnale ha fluttuazioni maggiori della sensibilità dei cursori si è mediato tra più acquisizioni, come è spiegato in precedenza nei casi in cui si è utilizzato questo procedimento.

Si sono utilizzate frequenze di trigger dell'ordine di  $\sim 100\text{Hz}$  e larghezza di segnali discriminati dell'ordine di  $\sim 50\text{ns}$  per minimizzare il numero di conteggi di coincidenze accidentali. Per esempio, il rate di coincidenze doppie 1&3 accidentali è dato da  $R_{1\&2 \text{ accidentali}} = R_1 R_2 (\omega_1 + \omega_3 - 2\Delta t)$ , in cui  $R_1$  e  $R_2$  sono i rate dei conteggi singoli per PMT05 e PMT03 (dell'ordine di  $\sim 100\text{Hz}$ ),  $\omega_1$  e  $\omega_3$  sono le larghezze dei segnali discriminati per PMT05 e PMT03 (dell'ordine di  $\sim 50\text{ns}$ ),  $\Delta t$  la sovrapposizione temporale dei segnali discriminati. Se si vuole ottenere il numero di coincidenze doppie accidentali basterà moltiplicare il precedente rate  $R_{1\&3}$  per la durata della run dei conteggi  $T_{\text{RUN}}$ . Per  $T_{\text{RUN}}=10,100\text{s}$  si ottengono rispettivamente numeri di conteggi accidentali rispettivamente dell'ordine di  $\sim 0.1$  per  $T_{\text{RUN}}=100\text{s}$ ,  $\sim 0.01$  per  $T_{\text{RUN}}=10\text{s}$ , assolutamente trascurabili rispetto al numero di conteggi doppi tipico, dell'ordine di  $\sim 1000$  per run di  $100\text{s}$ ,  $\sim 100$  per run di  $10\text{s}$ .