

Misura del tempo di volo dei raggi cosmici

Montanelli Alberto, Vinotto Chiara

31/05/2024

1 Abstract

Lo scopo dell'esperienza è la misura del tempo di volo dei raggi cosmici, cercando di distinguere una componente non relativistica di essi.

La rivelazione avviene tramite una barra di scintillatore con due fotomoltiplicatori (PMT01 e PMT02) posti alle estremità ed un ulteriore PMT03 mobile. I segnali dei 3 PMT vengono poi mandati in ingresso ad un DRS che ne acquisisce le forme d'onda, è quindi necessario scegliere un algoritmo per la selezione degli istanti temporali di riferimento dei segnali acquisiti che massimizzi la risoluzione temporale. Acquisendo varie differenze temporali tra PMT01 e PMT02 per diverse posizioni del PMT03 lungo la barra è possibile trovare una relazione $\Delta s - \Delta t$, che permette di trovare la velocità di propagazione dei fotoni lungo la barra, ottenendo un valore di $v_{\text{prop}} = (15.42 \pm 0.09) \text{cm/ns}$ e una retta di calibrazione. Tramite quest'ultima si riesce a misurare la posizione della barra attraversata dalla particella. Posizionando poi il PMT03 a una certa distanza al di sotto della barra è possibile ottenere il tempo di volo come la differenza temporale tra il segnale registrato dal PMT03 e quello corrispondente al passaggio della particella nella barra. Ricavando anche la distanza percorsa, attraverso un fit lineare, si ricava la velocità media delle particelle, ottenendo $\beta_{\text{media}} = 0.99 \pm 0.02$ e l'offset dovuto ai ritardi dell'apparato che affligge ciascun tempo di volo, $c_{\text{offset}} = (28.12 \pm 0.08) \text{ns}$. Posizionando una lastra di piombo ai piedi dell'apparato e uno scintillatore sottostante si cercano di rivelare le particelle non relativistiche che si fermano nel piombo, ovvero rivelate da 1&2&3&4, ottenendo una distribuzione con una media $\beta_{\text{nonrel}} = 0.998 \pm 0.003$.

Infine, utilizzando una FPGA e costruendo una logica di trigger con un segnale di START e STOP per rivelare soltanto le particelle che si arrestano nel piombo e decadono, si ottiene una distribuzione più pulita e significativa per le particelle non relativistiche, ottenendo una $\beta = 0.86 \pm 0.01$.

2 Introduzione

L'esperienza consiste nella misura del tempo di volo e della velocità di raggi cosmici (muoni) che raggiungono la superficie terrestre, cercando di rivelare la piccola frazione di essi che hanno velocità non relativistiche.

3 Apparato sperimentale

La rivelazione dei raggi cosmici avviene tramite degli scintillatori plastici. Ogni scintillatore è collegato ad un rispettivo fotomoltiplicatore alimentato da un opportuno modulo su cui si può variare e monitorare la tensione di alimentazione. I fotoni generati a causa del passaggio delle particelle negli scintillatori sono convogliati nei fotomoltiplicatori; quest'ultimi amplificano il segnale che può essere osservato (in tensione), opportunamente triggerato, all'oscilloscopio. I segnali sono discriminati a seconda di una soglia di tensione variabile dall'unità di discriminazione: il segnale discriminato ha la forma di un'onda quadra quando il segnale in ingresso supera la tensione di threshold del discriminatore. La larghezza temporale del segnale discriminato può essere variata agendo sulla manopola WIDTH del discriminatore ed osservando il segnale all'oscilloscopio. Il contatore segnala il numero di eventi (quindi i segnali discriminati) in uscita dal discriminatore. L'unità di coincidenza permette di comparare tramite porte logiche "AND" o "OR" segnali da diversi fotomoltiplicatori che arrivano dall'uscita dei rispettivi discriminatori.

Il modulo DUAL TIMER permette di allargare la durata di un segnale in ingresso, ritardarne l'arrivo o l'uscita, il convertitore TTL-NIM permette di convertire un segnale NIM in TTL o viceversa, permettendo la lettura da parte del trigger del DRS o del modulo FPGA.

La scheda di acquisizione Domino Ring Sampler (DRS4) consente di digitalizzare fino a 4 segnali analogici con una frequenza massima di 5 Gs/s e permette l'utilizzo di un segnale TTL in ingresso al trigger; il modulo FPGA permette di campionare tramite vari canali segnali temporali digitalmente con frequenza fino a 5 MHz, per poi trascriverli su file per l'analisi dati.

I raggi cosmici sono inizialmente rivelati da una barra di scintillatore fissa in alto che ha un fotomoltiplicatore collegato a ciascuna estremità (PMT01-PMT02); la differenza di tempo tra i segnali registrati ai due PMT fornisce una misura (a meno di una costante) della posizione in cui la barra è stata attraversata dalla particella. In seguito si utilizza un altro scintillatore mobile (PMT03); la differenza temporale tra il segnale registrato dal PMT03 e quello corrispondente al passaggio nella barra è la misura del tempo di volo per una particella passante dalla barra e dallo scintillatore mobile¹. Infine si utilizza uno scintillatore piano (PMT04) di grandi dimensioni posizionato a terra sotto uno strato di piombo, che costituisce il veto per selezionare muoni di bassa energia.

L'apparato sperimentale è così composto da:

- Barra di scintillatore fissa (BICRON BC408) a sezione quadrata (4x4 cm), di lunghezza di circa 3m, con un PMT a ciascuna estremità (PMT01 e PMT02). Lungo la barra è fissato un metro a nastro lungo 280cm;
- Scintillatore plastico mobile con relativo fotomoltiplicatore PMT03, di dimensioni 21x5x3 cm con una guida di luce lunga 13 cm;
- Scintillatore plastico piano con relativo fotomoltiplicatore PMT04 di dimensioni 40x100 cm, posto a terra;
- Lastre di piombo di dimensioni 44x44cm, spesse 0.5cm, poste una sopra l'altra, che formano uno strato di piombo di circa 3 cm;
- Crate NIM composto da:
 - alimentatore N472 per PMT01, PMT02, PMT03, PMT04;
 - unità di discriminazione;
 - unità di coincidenza "AND";
 - unità di coincidenza "OR";
 - contatore;
 - modulo DUAL TIMER;
 - modulo FPGA;
 - modulo DRS;
 - convertitore TTL-NIM.

La figura 3.1 mostra lo schema geometrico del setup sperimentale, mostrando la posizione dei vari PMT.

¹In seguito verrà spiegato esplicitamente il calcolo del tempo di volo e come si misurano effettivamente queste differenze temporali.

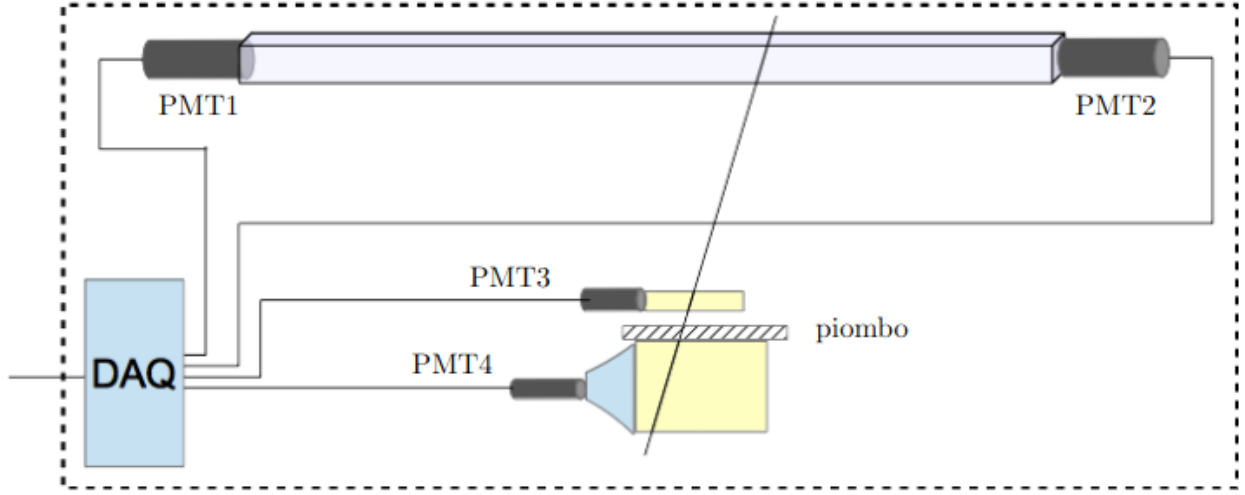


Figure 3.1: Schema geometrico dell'apparato sperimentale. Il PMT04 è rappresentato di taglio, la parte gialla non indica lo spessore poiché è uno scintillatore piano posto a terra. La linea rappresenta un ipotetico raggio che attraversa tutti gli scintillatori essendo quindi rivelato.

4 Setup sperimentale

Inizialmente occorre scegliere l'alimentazione dei vari fotomoltiplicatori, la tensione di soglia e la larghezza dei segnali discriminati.

Poiché il modulo DRS è in grado di campionare segnali analogici compresi tra -0.5V e 0.5V l'alimentazione di PMT è scelta al fine di garantire che i segnali siano contenuti in questo intervallo. Si osservano così in persistenza i segnali analogici dei vari PMT all'oscilloscopio: si ottengono dei segnali di ampiezza e si varia la tensione di alimentazione in modo da massimizzare il numero di eventi che non superino la soglia di -0.5V. In tabella 4.1 si riportano i valori delle alimentazioni scelte, la tensione di soglia (V_{thr}), la larghezza dei segnali (ω) impostata al discriminatore e i rate in singola (R) per i PMT01, PMT02 e PMT03.

	PMT01	PMT02	PMT03
$V_{alimentazione}$	(1180±2)V	(1162±2)V	(1440±2)V
V_{thr}	(-40.4±0.1)mV	(-40.1±0.1)mV	(-40.6±0.1)mV
ω	(81±2)ns	(80±2)ns	(82±2)ns
R	(15±4)Hz	(16±4)Hz	(6±2)Hz

Table 4.1

Con le larghezze così scelte e i rate in singola ottenuti si verifica che il rate delle doppie accidentali, definito come da $R_{1\&2\ accidentali} = R_1 R_2 (\omega_1 + \omega_2 - 2\Delta t)$, in cui R_1 e R_2 sono i rate dei conteggi singoli, ω_1 e ω_2 sono le larghezze dei segnali discriminati, Δt la sovrapposizione temporale dei segnali discriminati, è dell'ordine di $\sim 10^{-5}$ Hz, per cui trascurabile.

Collegando al modulo logico "AND" i segnali discriminati del PMT01 e PMT02 e mandando in ingresso al contatore l'uscita del modulo AND si misura il rate delle coincidenze doppie PMT01&PMT02, ottenendo $R_{1\&2} = (9 \pm 3)$ Hz. È atteso che se una particella attraversa la sbarra e viene rivelata da un PMT dovrebbe essere rivelata anche dal PMT dell'altra estremità, per cui il rate delle coincidenze doppie dovrebbe essere compatibile con i rate in singola dei PMT01 e PMT02. Poiché i segnali discriminati sono larghi ~ 80 ns, questa finestra dovrebbe coprire gli eventuali ritardi dovuti a differenze temporali tra i cavi dei due PMT (ancora ignoti) o del tempo di percorrenza della sbarra.² Tuttavia, a causa dell'attenuazione della luce nella sbarra, è possibile che all'attraversamento di una particella in un punto della sbarra più vicino ad un PMT rispetto all'altro, il segnale si attenui più in una direzione di propagazione rispetto all'altra (ovviamente si attenua di più nella direzione del PMT più lontano, dovendo percorrere un percorso più lungo). È possibile, dunque, che in questo caso il segnale riesca a superare la soglia impostata al discriminatore solo nel caso del PMT più vicino al punto di attraversamento nella sbarra, per cui questo evento è conteggiato da un solo PMT e la coincidenza non avviene. Ciò potrebbe spiegare la differenza tra i conteggi singoli di PMT01 e PMT02

²Nel caso limite si potrebbe avere una particella che attraversa la sbarra accanto al PMT01, per cui il PMT02 vede il segnale con un ritardo pari a $\Delta t = l_{sbarra}/v_{prop}$, con l_{sbarra} lunghezza della sbarra e v_{prop} la velocità di propagazione dei fotoni nella sbarra. Poiché il materiale ha un indice di rifrazione ~ 2 , il tempo di percorrenza in questo caso sarà $\sim \frac{l}{c/2} = \frac{280cm}{15cm/ns} \sim 20ns$ e quindi la larghezza dei segnali discriminati permette comunque la coincidenza.

rispetto alle coincidenze doppie 1&2.

Infine, posizionando il PMT03 mobile a contatto con la barra, abbiamo verificato le coincidenze triple 1&2&3 mandando in ingresso i tre segnali discriminati dei PMT01, PMT02, PMT03 al modulo "AND" e collegando l'uscita di quest'ultimo al contatore. Si osserva l'uscita della coincidenza all'oscilloscopio e, convertendola in segnale TTL tramite il convertitore NIM-TTL, si manda in ingresso al trigger del DRS, così da poter verificare simultaneamente la presenza del segnale tramite oscilloscopio, contatore e DRS. Il DRS, infatti, tramite apposito software, consente di visualizzare in tempo reale i segnali analogici digitalizzati in una schermata sul monitor del computer. Si ottiene così per le coincidenze triple un rate di $R_{1\&2\&3} = (0.17 \pm 0.04)\text{Hz}$ visualizzando simultaneamente tutti e tre i segnali. Si è provato, lasciando la tensione di alimentazione costante, ad abbassare le tensioni di soglia del discriminatore per cercare di avere un rate di coincidenze doppie o triple più alto. Tuttavia, i rate ottenuti erano compatibili con quelli menzionati in precedenza ma i segnali del DRS visualizzati al monitor risultavano essere molto più sporchi e rumorosi, per cui si è deciso di lasciare le tensioni di discriminazione di tabella 4.1.

5 Misura delle differenze temporali

5.1 Algoritmo per la scelta dei singoli istanti temporali

Poiché per l'obiettivo dell'esperienza è necessario misurare delle differenze temporali tra segnali, occorre stabilire un istante temporale dei segnali che rappresenta il punto di riferimento comune.

Il DRS, infatti, campiona segnali analogici con una frequenza massima di 5Gs/s in 1024 bin. Il segnale analogico di ciascun PMT è quindi campionato simultaneamente sia temporalmente in larghezza che in tensione in ampiezza; ogni evento corrispondente alla rivelazione del passaggio della particella può essere ricostruito a partire dai dati in scala di tempi (in ns) e in tensione (in mV) con 1024 punti per ogni asse, ricostruendo digitalmente proprio il segnale. Avendo impostato la frequenza di campionamento a 2Gs/s si ottiene quindi una risoluzione strumentale di $\sim 5\text{ ns}$ ³.

Un esempio di ricostruzione del segnale a partire dai dati salvati dal DRS è mostrato nelle figure sottostanti. In figura 5.1 si riporta la visualizzazione di un segnale rivelato dal PMT01 ricostruito a partire dai dati campionati del DRS, avendo unito con una linea continua tutti i 1024 punti per avere un'idea della forma del segnale; in figura 5.2 si riporta la visualizzazione tagliata dello stesso segnale mettendo in risalto soltanto i punti corrispondenti ai bin e la larghezza di ciascuno (ovvero la spaziatura tra due punti successivi corrispondente alla risoluzione di $\sim 0.5\text{ns}$).

Segnale PMT01

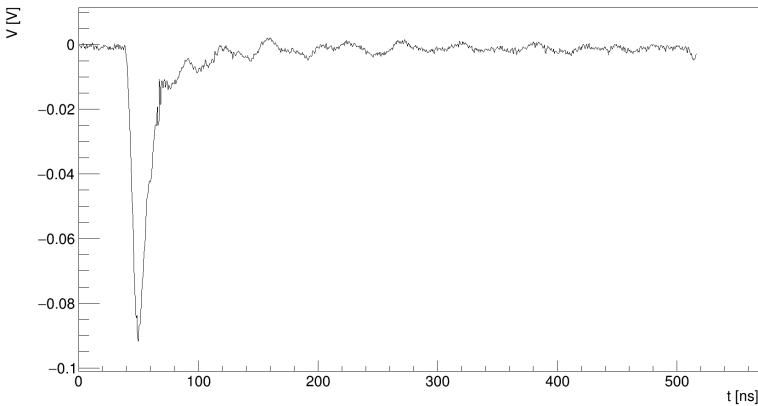


Figure 5.1

Segnale PMT01

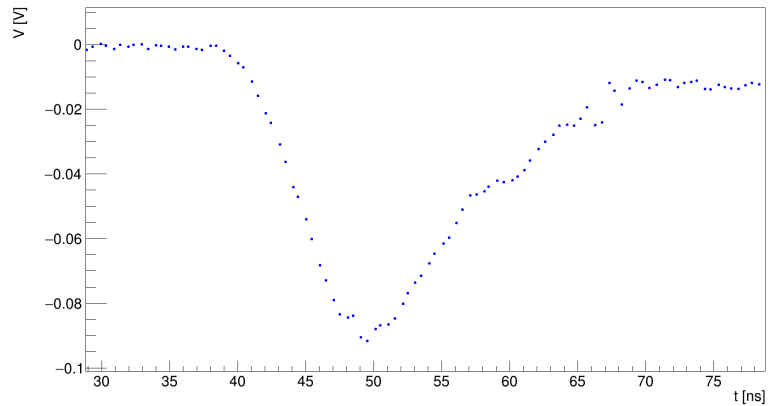


Figure 5.2

Talvolta si osservano al monitor del software del DRS dei segnali digitalizzati che rappresentano una fonte di rumore, poiché non sono ordinati temporalmente, hanno una forma indefinita e dei massimi e minimi che si susseguono casualmente superando la soglia di $\pm 0.5\text{V}$, come in figura 5.3. Per scartare questo rumore si inseriscono dei controlli nell'analisi dati dei segnali: si richiede che il minimo assoluto non avvenga prima di 10 ns e che non superi -500mV , che il massimo non superi 30mV e che il segnale del PMT03 arrivi prima degli altri due⁴. Il segnale atteso, infatti, è come quello di 5.1; il minimo assoluto deve essere presente almeno dopo 10 ns poiché si è impostato un delay al DRS che ritarda il trigger (al fine di visualizzare correttamente gli interi segnali), talvolta infatti si visualizzano segnali con picchi anomali a $t=0\text{ s}$ che vengono in questo modo scartati. Inoltre il minimo non deve superare la soglia del DRS ($\pm 0.5\text{V}$) e il massimo deve essere compatibile con 0V se il segnale non è troppo rumoroso. La richiesta che il segnale

³Il circa è dovuto al fatto che la frequenza di campionamento reale osservata al display del software del DRS è di 1.98Gs/s .

⁴Quest'ultima condizione vale se vengono acquisiti contemporaneamente i 3 segnali.

del PMT03 arrivi temporalmente prima degli altri due è dovuta al fatto che in qualunque posizione rispetto alla barra venga posizionato lo scintillatore mobile, quest'ultimo ha meno ritardi sia dovuti ai cavi che al tempo di percorrenza dei fotoni nella barra, come si nota per qualsiasi segnale osservando sul monitor i segnali digitalizzati del DRS. Si riporta in figura 5.4 un esempio dei tre segnali dei vari PMT acquisiti dal DRS visualizzati al monitor che rispettano i controlli precedentemente menzionati.

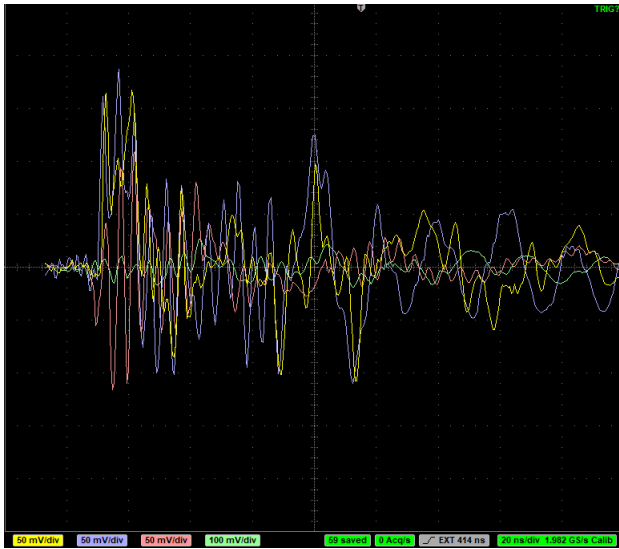


Figure 5.3

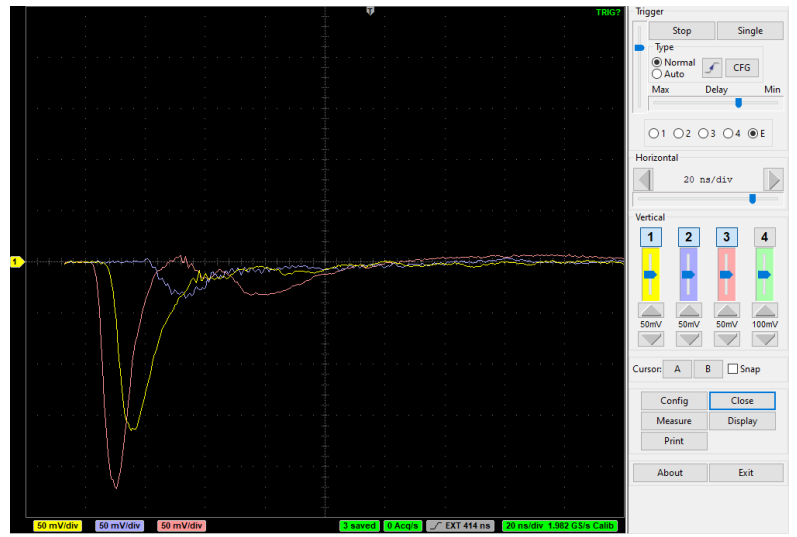


Figure 5.4

Per stabilire l'istante temporale di riferimento comune per tutti i segnali si introduce un metodo a soglia. Prendendo come riferimento il segnale di figura 5.5 si ricerca il primo punto temporale corrispondente a quando il segnale supera, in negativo, una soglia corrispondente al 40% del minimo del segnale (il punto in verde nel grafico, la retta orizzontale nera costituisce la soglia). La ricerca è fatta nella parte temporale precedente il minimo, poiché è la regione in cui il segnale è più pulito e la pendenza della curva più ripida e lineare. Una volta trovato questo punto si interpola con una parametrizzazione cubica (la curva in arancione) il punto così trovato, i due precedenti e i due successivi (i 4 punti in rosso), infine si stabilisce come istante temporale di riferimento il punto in cui la curva di parametrizzazione è maggiore o uguale alla soglia (il punto in blu).

Segnale PMT01

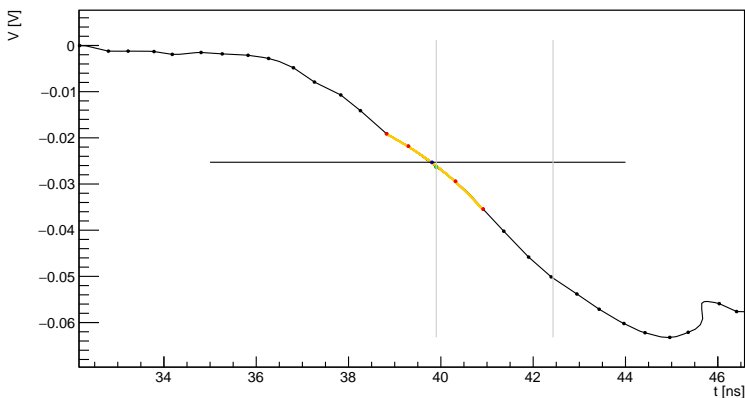


Figure 5.5

Segnale PMT03

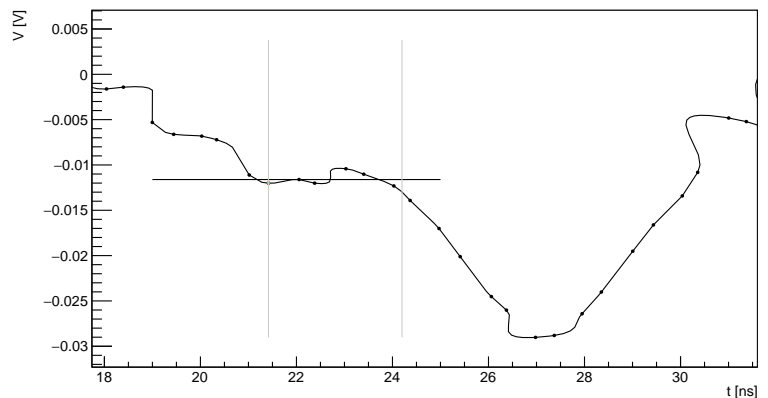


Figure 5.6

Può accadere, tuttavia, che per un segnale più rumoroso, in un intorno dell'istante temporale in cui il segnale attraversa la soglia, la curva abbia una risalita e una discesa (ovvero la curva non è monotona decrescente ed ha dei massimi e minimi relativi in questo intorno): ci possono essere più attraversamenti della soglia vicini. Si inserisce così un ulteriore controllo: nell'istante t_{soglia} in cui il segnale attraversa per la prima volta la soglia (con pendenza negativa) si genera una finestra temporale definita da $\Delta T_{\text{control}} = \left| \frac{t_{\text{soglia}} - t_{\text{min}}}{2} \right|$, in cui t_{min} è il tempo corrispondente al minimo assoluto del segnale; si ricercano ulteriori attraversamenti di soglia (indistintamente con pendenza negativa o positiva della curva) nella finestra temporale $[t_{\text{soglia}}, t_{\text{soglia}} + \Delta T_{\text{control}}]$, se si trova almeno un ulteriore attraversamento oltre a quello iniziale si scarta il segnale.

In figura 5.5 la finestra temporale di controllo è delimitata dalle due rette verticali in grigio (la prima retta a sx è

infatti $x = t_{\text{soglia}}$, con t_{soglia} il punto iniziale in verde). In figura 5.6 si riporta l'esempio di un segnale del PMT02 scartato: come si nota nella finestra temporale di controllo delimitata dalle rette verticali in verde ci sono infatti 2 ulteriori attraversamenti di soglia.

5.2 Misura della risoluzione e delle differenze temporali

La scelta dell'algoritmo non è univoca: inizialmente si era scelto di prendere come punti di riferimento i tempi corrispondenti ai minimi assoluti (in tensione) dei segnali. Un modo per confrontare i due metodi è quello di plottare la distribuzione dei tempi ottenuti per un dato segnale.

Con il PMT03 a contatto con la barra e, mantenendo la logica di trigger per le coincidenze triple già menzionata al termine della sezione 4, si acquisiscono al DRS i segnali dei 3 PMT. Si riportano negli istogrammi di seguito di figura 5.7 e 5.8 le distribuzioni delle differenze tempi tra PMT01 e PMT02 con il PMT03 fissato a 140cm di distanza⁵ rispetto allo 0 della barra, ovvero $x_1 = 140\text{cm}$ (vedi figura 6.1 a pagina 8).

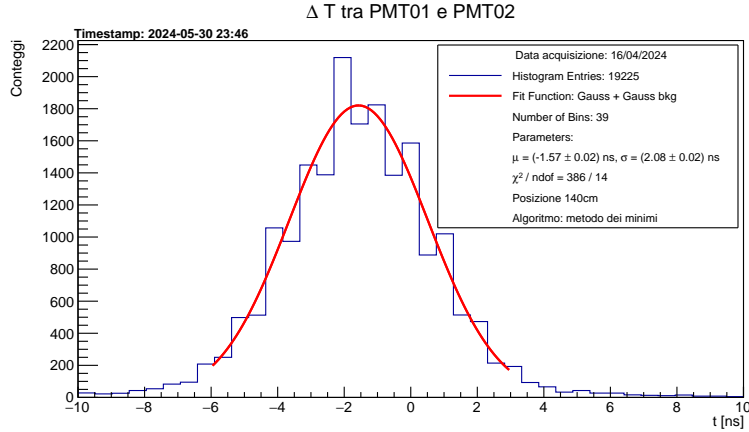


Figure 5.7: Distribuzione dei tempi trovati con il metodo dei minimi.

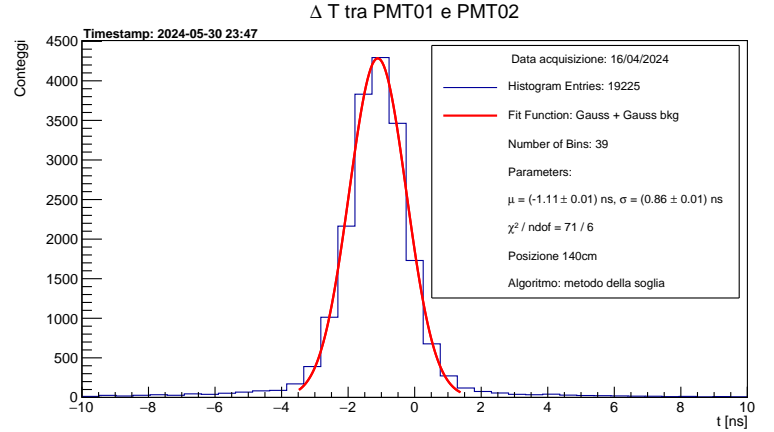


Figure 5.8: Distribuzione dei tempi trovati con il metodo della soglia.

Si fittano le distribuzioni con una gaussiana più uno spike gaussiano per il fondo con una funzione del tipo:

$$A \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) + A_{\text{bkg}} \exp\left(-\frac{(x_{\text{bkg}} - \mu_{\text{bkg}})^2}{2\sigma_{\text{bkg}}^2}\right). \quad (5.1)$$

In legenda dei due grafici sono riportati i risultati dei fit. Per ciascun istogramma alle ordinate è associato un errore poissoniano $\sigma_N = \sqrt{N}$, con N numero di eventi nel bin, e sulle ascisse è associato un errore statistico $\sigma_{\text{dist}} = \frac{d}{\sqrt{12}}$ (distribuzione uniforme), dove d è la larghezza del singolo bin. Ogni qualvolta si menziona un fit per un istogramma è stato eseguito tramite maximum likelihood estimation, utilizzando gli integrali degli intervalli dei bin anziché i valori dei bin center stessi durante il processo di adattamento. L'utilizzo degli integrali dei bin risulta essere vantaggioso in presenza di istogrammi con bin non uniformemente riempiti e i cui bin center seguono pendenze non costanti, come in questi casi.

Come si nota, la distribuzione dei tempi trovati con l'algoritmo della soglia ha σ e un χ^2/ndof minore rispetto alla distribuzione con il metodo dei minimi a parità di binnaggio⁶.

Inoltre, scegliendo il metodo dei minimi, si ha una limitazione sulla scelta dei bin: poiché il DRS campiona a $\sim 2\text{Gs/s}$ i punti temporali corrispondenti ai minimi assoluti sono punti discreti e binnati con una larghezza di campionamento di $\sim 0.5\text{ns}$. Se la larghezza dei bin dell'istogramma è minore o circa uguale a quest'ultima si hanno dei battimenti e l'istogramma ha la forma a dente di sega con dei buchi corrispondenti a bin vuoti o poco popolati, poiché le differenze temporali "cadono" nel mezzo tra un bin e l'altro.

La scelta dell'algoritmo del metodo della soglia permette, invece, attraverso l'interpolazione dei punti, di rendere continua la misura dell'istante temporale ed aumentare così la granularità. Nelle distribuzioni delle differenze temporali, in questo caso, è possibile aumentare il numero di bin e scendere a larghezze di bin inferiori a 0.5ns .

Per i motivi spiegati la scelta dell'algoritmo del metodo della soglia risulta migliore e permette di avere una migliore risoluzione temporale rispetto alla scelta dei minimi assoluti come punti di riferimento.

⁵per le distanze tra PMT03 e gli altri due PMT si considera il margine sinistro del PMT03 come riferimento, come in figura 6.1.

⁶il range di fit tra le due distribuzioni non è identico poiché la distribuzione di 5.8 è più stretta. Mantenere lo stesso range avrebbe forzato il fit ad allargare la curva, risultando in un χ^2 maggiore e meno comparabile. Si è cercato di stabilire un range comparabile tra le due distribuzioni, che avesse come limiti i punti della curva, a sx e dx del picco, corrispondenti a circa 200 eventi.

Poiché i tempi registrati al PMT01 e PMT02 non sono infinitamente precisi ma si può ipotizzare siano distribuiti gaussianamente, la distribuzione delle differenze temporali dei grafici di figura 5.7 e 5.8 sono una convoluzione tra una distribuzione uniforme e le due gaussiane dei PMT01 e PMT02. In generale una distribuzione ottenuta come somma o differenza di altre due⁷ ha come varianza la somma delle varianze e in prima approssimazione si può assumere che le distribuzioni relative a PMT01 e PMT02 siano uguali e abbiano la stessa varianza. Allora dalla σ ottenuta dal fit della distribuzione delle $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ si può ottenere una misura della risoluzione temporale come $\sigma_{\text{risoluzione}} = \sigma/\sqrt{2}$, in cui σ è quella relativa alla distribuzione delle differenze temporali (ovvero la convoluzione delle distribuzioni), $\sigma_{\text{risoluzione}}$ quella relativa alle singole distribuzioni dei PMT01 o PMT02.

Posizionando il PMT03 a contatto con la barra a varie distanze, con il trigger per le acquisizioni sempre fissato con le coincidenze triple 1&2&3, si possono ottenere le varie distribuzioni per le differenze temporali $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ per diverse posizioni del PMT03 lungo la barra. Le distribuzioni ottenute, come si nota già da quella di figura 5.8, sono piccate attorno ad un punto medio.

Poiché, come già spiegato, tali distribuzioni non hanno una forma ben precisa essendo convoluzioni di più distribuzioni diverse, occorre ricercare lo stimatore più adatto per stabilire il tempo corrispondente al picco di queste distribuzioni. Inizialmente si considerano tre diversi stimatori: la media che restituisce il fit con la funzione in equazione 5.1 con errore associato restituito dal parametro di fit; la mediana; la media troncata, ovvero la media ottenuta tagliando il 10% dei valori iniziali e finali (ordinati in modo crescente). Per questi ultimi due stimatori per calcolare una varianza e associarla come errore si esegue una tecnica di bootstrapping.

Poiché non si conosce la forma analitica esatta della distribuzione delle differenze temporali il bootstrapping permette di stimare la distribuzione di un parametro di interesse e calcolare l'incertezza associata a tale stima senza fare alcuna ipotesi sulla distribuzione dei dati. Questo metodo consente di stimare l'incertezza della mediana o della media troncata utilizzando ripetuti campionamenti dai dati, creando campioni di bootstrap e calcolando la varianza di questi campioni.

Il procedimento di base del bootstrapping è il seguente:

- Campionamento con sostituzione: Si parte da un insieme di dati originale. Per generare un campione di bootstrap, si selezionano casualmente dei punti dall'insieme di dati originale con sostituzione. Ciò significa che ogni punto può essere selezionato più volte o non essere selezionato affatto.
- Calcolo del parametro di interesse: Si calcola il parametro di interesse utilizzando il campione di bootstrap generato.
- Ripetizione del processo: Si ripete il processo di campionamento e calcolo un gran numero di volte (ad esempio, 1000 o più volte).
- Analisi dei risultati: Si analizzano i risultati ottenuti. Ad esempio, si può calcolare la media o la varianza dei valori stimati del parametro di interesse per ottenere un'indicazione del valore stimato e della sua incertezza.

Si utilizzano la mediana e la media troncata per ottenere un valore di tempo centrale corrispondente al picco della distribuzione, poiché questi stimatori sono più robusti di un fit gaussiano⁸. In particolare sono poco dipendenti dalle code della distribuzione, nei casi in esame si hanno code pesanti e talvolta asimmetriche, costituite da un fondo che non si è in grado di giustificare.

Si riporta in figura 5.9 un esempio della distribuzione per le differenze temporali $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$, con il PMT03 posto a $d=140$ cm rispetto allo 0 della barra. Si riportano i tre stimatori così costruiti, con i valori e relativo errore in legenda. Si notino la lunghezza delle code, come menzionato in precedenza.

Si ripete il procedimento con il PMT03 sempre a contatto con la barra ma a posizioni diverse rispetto allo 0. Si ottiene così una distribuzione per ciascuna posizione x_1 del PMT03. Le varie distribuzioni sono riportate in appendice, sez. 12.1. Per ciascun grafico è riportato in legenda la posizione del PMT03 e i valori degli stimatori (media troncata, mediana, media del fit gaussiano) con relativi errori ottenuti come già spiegato in precedenza.

⁷a patto che le distribuzioni siano indipendenti.

⁸Si ricordi inoltre che la funzione di fit è arbitraria poiché la distribuzione non ha una forma esatta, in particolare non è una gaussiana ma una convoluzione di due gaussiane e una distribuzione uniforme.

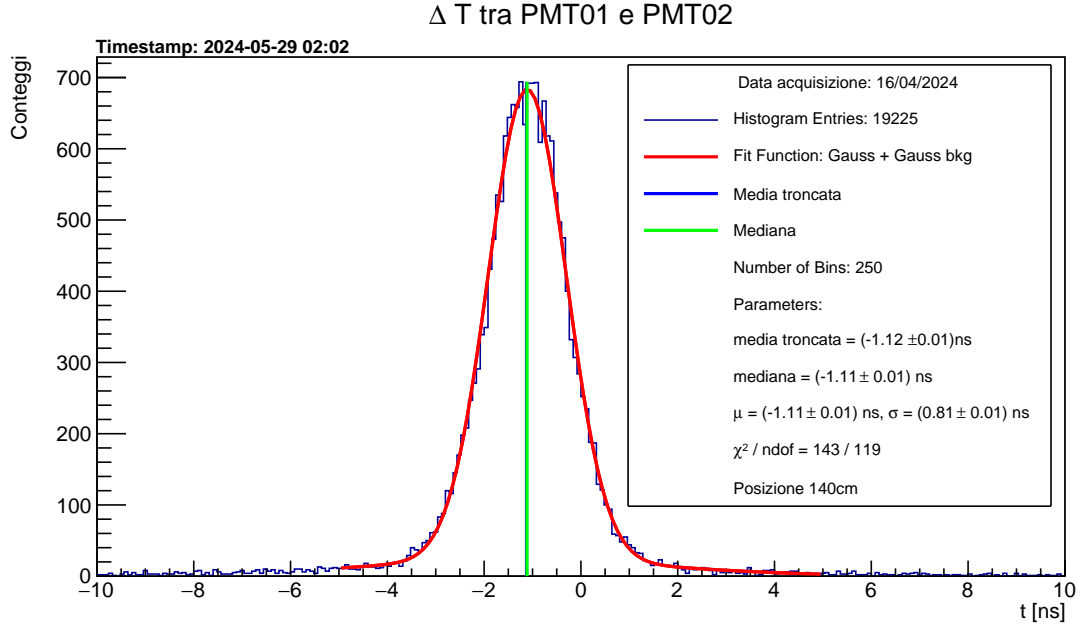


Figure 5.9: $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ con il PMT03 posizionato a $d=140\text{cm}$.

6 Velocità di propagazione

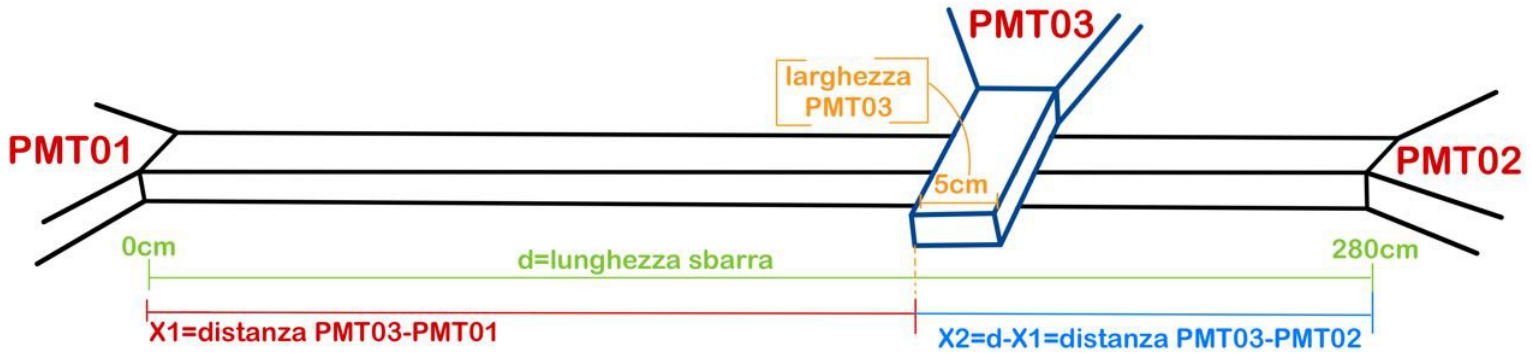


Figure 6.1: Schema geometrico quando il PMT03 è posizionato sopra e a contatto con la barra. Si noti la definizione delle varie distanze.

Una volta ottenute le distribuzioni delle differenze temporali per le varie posizioni del PMT03 si può ottenere una relazione distanza-tempo.

In particolare, con riferimento a figura 6.1, si possono graficare le differenze temporali ottenute PMT01-PMT02 in funzione della differenza spaziale $x_1 - x_2 = x_1 - (d - x_1) = 2x_1 - d$, con $d=280\text{cm}$ lunghezza barra. Il risultato atteso è una relazione lineare⁹, il reciproco della pendenza della retta di fit è la velocità di propagazione dei fotoni lungo la barra: si costruisce infatti una relazione tempo percorso ($\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$), distanza percorsa (la differenza spaziale corrispondente percorsa dai due segnali è appunto $x_1 - x_2$).

Si eseguono 3 diversi fit, con ciascun stimatore precedentemente ottenuto come valore centrale corrispondente al picco della distribuzione.

Si mostrano i risultati nei grafici 6.2, 6.3, 6.4 e nelle tabelle 6.1, 6.2, 6.3.

Il fit è stato eseguito con la funzione **curve fit** di python con una retta del tipo $\Delta t = md + q$, con Δt diff. temporali e d diff. spaziali tra PMT01 e PMT02. Nelle legende i valori dei parametri restituiti dai fit, la velocità di propagazione, sia in cm/ns sia in unità di c e il χ^2 ottenuto.

Gli errori associati alle distanze sono di 1cm poiché per effetti di parallasse e poiché il PMT03 non è esattamente a

⁹Questo in prima approssimazione, un modo più accurato sarebbe stato ricercare una relazione di tipo quadratico e vedere se il χ^2 avesse dato un'indicazione di un miglior fit. Il motivo per cui la relazione può essere non lineare potrebbe essere dovuto al fatto che la velocità di propagazione non sia costante lungo la barra.

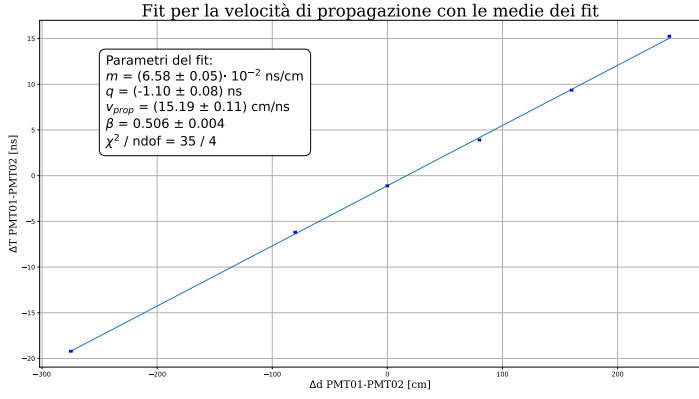


Figure 6.2: Fit lineare per la velocità di propagazione con la media dei fit gaussiani come stimatore.

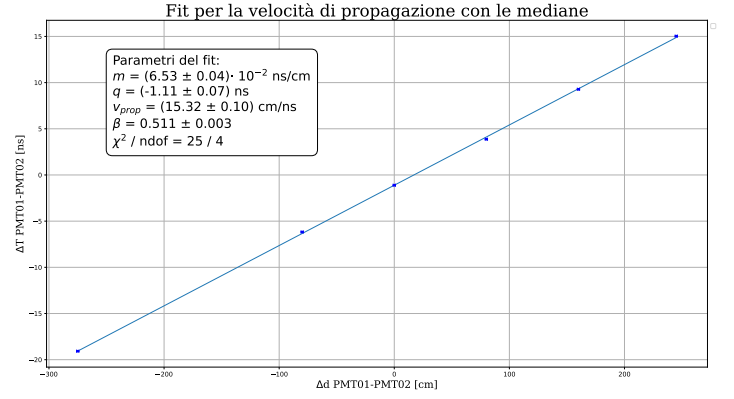


Figure 6.3: Fit lineare per la velocità di propagazione con la mediana come stimatore.

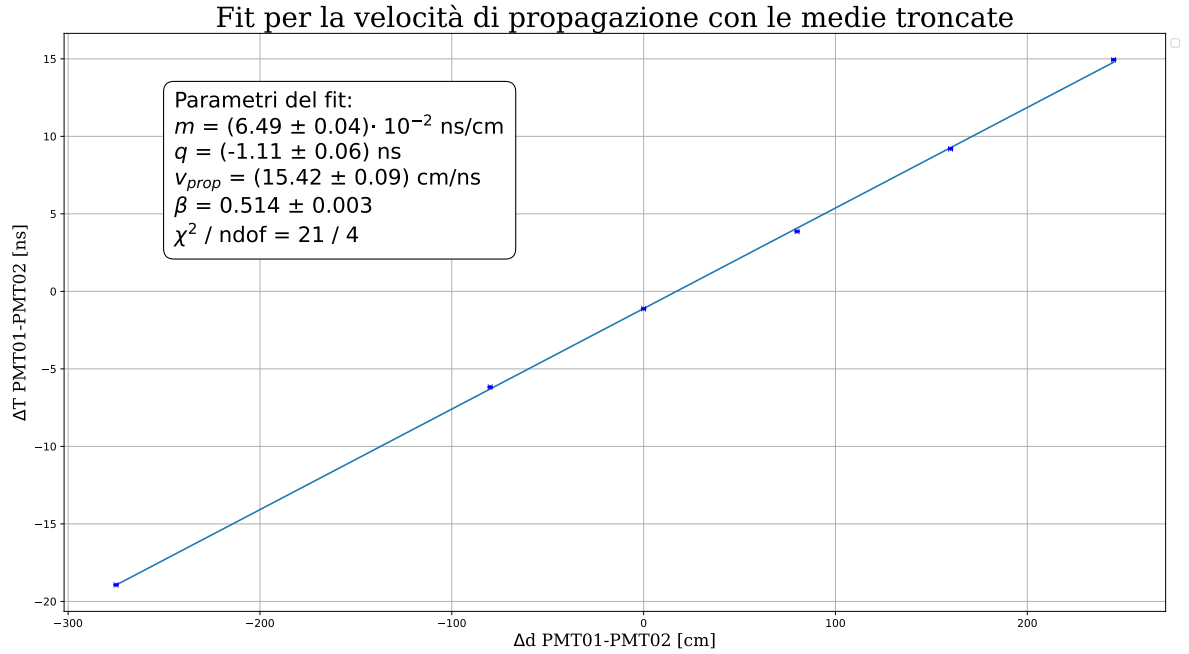


Figure 6.4: Fit lineare per la velocità di propagazione con la media troncata come stimatore.

$x_1 - x_2$ [cm]	-275±1	-80±1	0±1	80±1	160±1	245±1
$\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ [ns]	-19.21±0.07	-6.19±0.07	-1.11±0.07	3.90±0.07	9.35±0.07	15.25±0.07

Table 6.1: Tabella dei valori delle differenze temporali e spaziali con la media dei fit gaussiani come stimatore.

$x_1 - x_2$ [cm]	-275±1	-80±1	0±1	80±1	160±1	245±1
$\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ [ns]	-19.08±0.07	-6.17±0.07	-1.11±0.07	3.87±0.07	9.28±0.07	15.03±0.07

Table 6.2: Tabella dei valori delle differenze temporali e spaziali con la mediana come stimatore.

$x_1 - x_2$ [cm]	-275±1	-80±1	0±1	80±1	160±1	245±1
$\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ [ns]	-18.94±0.07	-6.17±0.07	-1.12±0.07	3.87±0.07	9.19±0.07	14.94±0.07

Table 6.3: Tabella dei valori delle differenze temporali e spaziali con la media troncata come stimatore.

contatto con la barra, la lettura della corrispondente posizione sul metro a nastro non è ottimale. Si stima così che il valore letto possa oscillare con questo errore. Poiché questo errore sulle distanze non è trascurabile rispetto all'errore sui tempi e la funzione **curve fit** di python presuppone appunto l'errore sulle x trascurabile, si passa al fit un errore

efficace, costruito come $\sigma_{\text{eff}} = \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_x^2 \cdot \left(\frac{df}{dx}\right)^2}$, ovvero propagando l'errore delle distanze sui tempi.

Come si nota dai valori dei χ^2 riportati nelle legende dei tre grafici, lo stimatore migliore risulta essere la media troncata. Tuttavia il $\chi^2/\text{ndof}=21/4=5.25$ indica che gli errori ottenuti sono leggermente sottostimati. Poiché questi sono ottenuti tramite bootstrapping e la distribuzione delle differenze temporali non ha una forma precisa, per cui non è possibile fare nessuna ipotesi a priori sugli errori, si ritiene più opportuno dedurre le incertezze a posteriori. Quindi, utilizzando **Absolute_sigma=False**, si riscalano gli errori con il χ^2 , di modo da ottenere $\chi^2/\text{ndof} = 1$. Gli errori dei parametri del fit mostrati in legenda in figura 6.4 sono ottenuti con questa modalità.

7 Calibrazione

Si può plottare le differenze temporali $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ in funzione della sola distanza x_1 . Eseguendo nuovamente un fit lineare si ottiene così una relazione che descrive la posizione lungo la barra in funzione della differenza di tempo tra i PMT della barra stessa. Il modo con cui si ottiene questa calibrazione permette, nella misura del tempo di volo, di ricostruire il punto spaziale in cui la particella ha attraversato la barra.

Si riporta il grafico del fit per la retta di calibrazione in figura 7.1. Per essere coerenti con il procedimento precedente anche in questo caso gli errori sono riscalati con il χ^2 , quindi i parametri restituiti dal fit con relativo errore mostrati in legenda sono ottenuti con **Absolute_sigma=False**¹⁰.

In tabella 7.1 si riportano quindi i valori dei parametri restituiti dai due fit per la retta per la velocità di propagazione e per la retta di calibrazione.

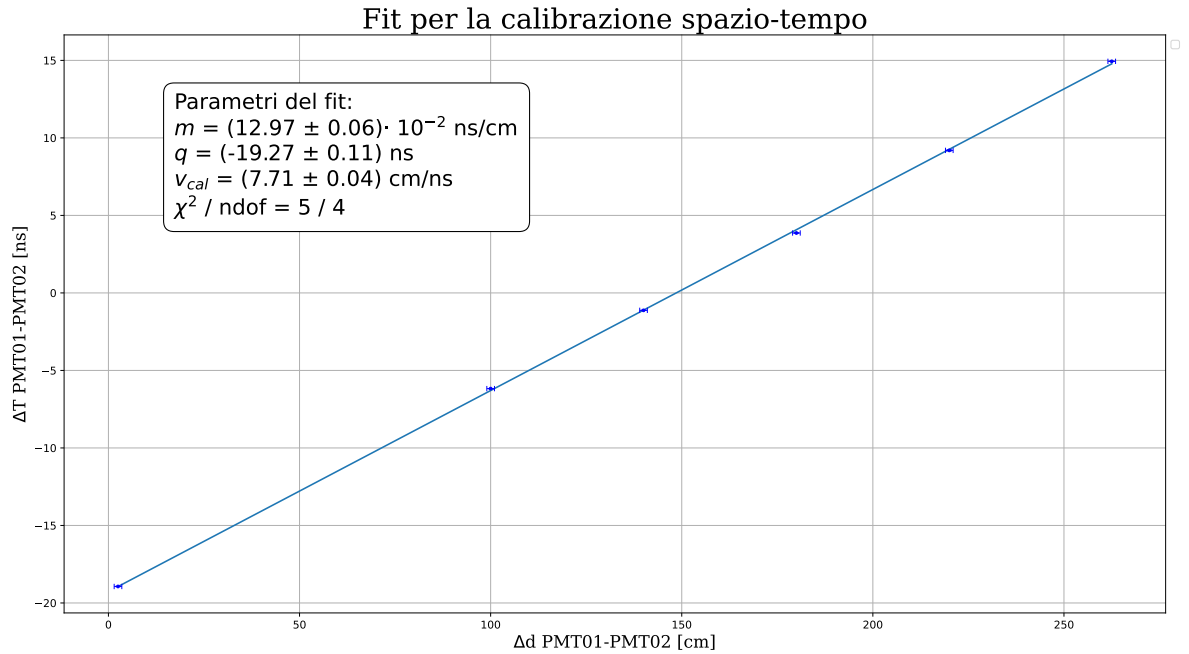


Figure 7.1: Fit lineare per la retta di calibrazione.

	m [ns/cm]	q [ns]	1/m [cm/ns]
fit per la velocità di propagazione	$(6.49 \pm 0.04) \cdot 10^{-2}$	-1.11 ± 0.06	15.42 ± 0.09
fit per la calibrazione	$(12.97 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}$	-19.27 ± 0.11	7.71 ± 0.04

Table 7.1

Avendo ricostruito la relazione $\Delta t - \Delta x$ per entrambi i casi ha permesso di poter stimare la velocità di propagazione e i parametri di calibrazione attraverso la pendenza della retta piuttosto che dal rapporto di due singoli punti. Questo ha permesso di ottenere i parametri senza conoscere l'offset dovuto ai ritardi dei cavi e dell'elettronica che affligge ogni

¹⁰In questo caso poiché il $\chi^2/\text{ndof} \sim 1$, gli errori sui parametri del fit rimangono pressoché identici tra riscalare o meno gli errori.

singola misura di tempo.

Si nota, infine, che la distanza utilizzata per la velocità di propagazione è $x = 2x_1 - d$, mentre per la retta di calibrazione si ha $x = x_1$. Quindi, poiché la retta di calibrazione è del tipo $t = mx + q$, si ottiene che $m_{\text{calibrazione}} = 2m_{\text{vel.propagazione}}$, come è mostrato anche nei valori di tabella 7.1. Dunque il prodotto $m_{\text{calibrazione}} \cdot v_{\text{propagazione}} = 2$.

8 Tempo di volo e velocità

Per misurare il tempo di volo è necessario modificare la posizione del PMT-03 ponendolo a una distanza maggiore di un metro in altezza (h_{PMT03}) rispetto alla barra di scintillatore come mostrato in figura 8.1.

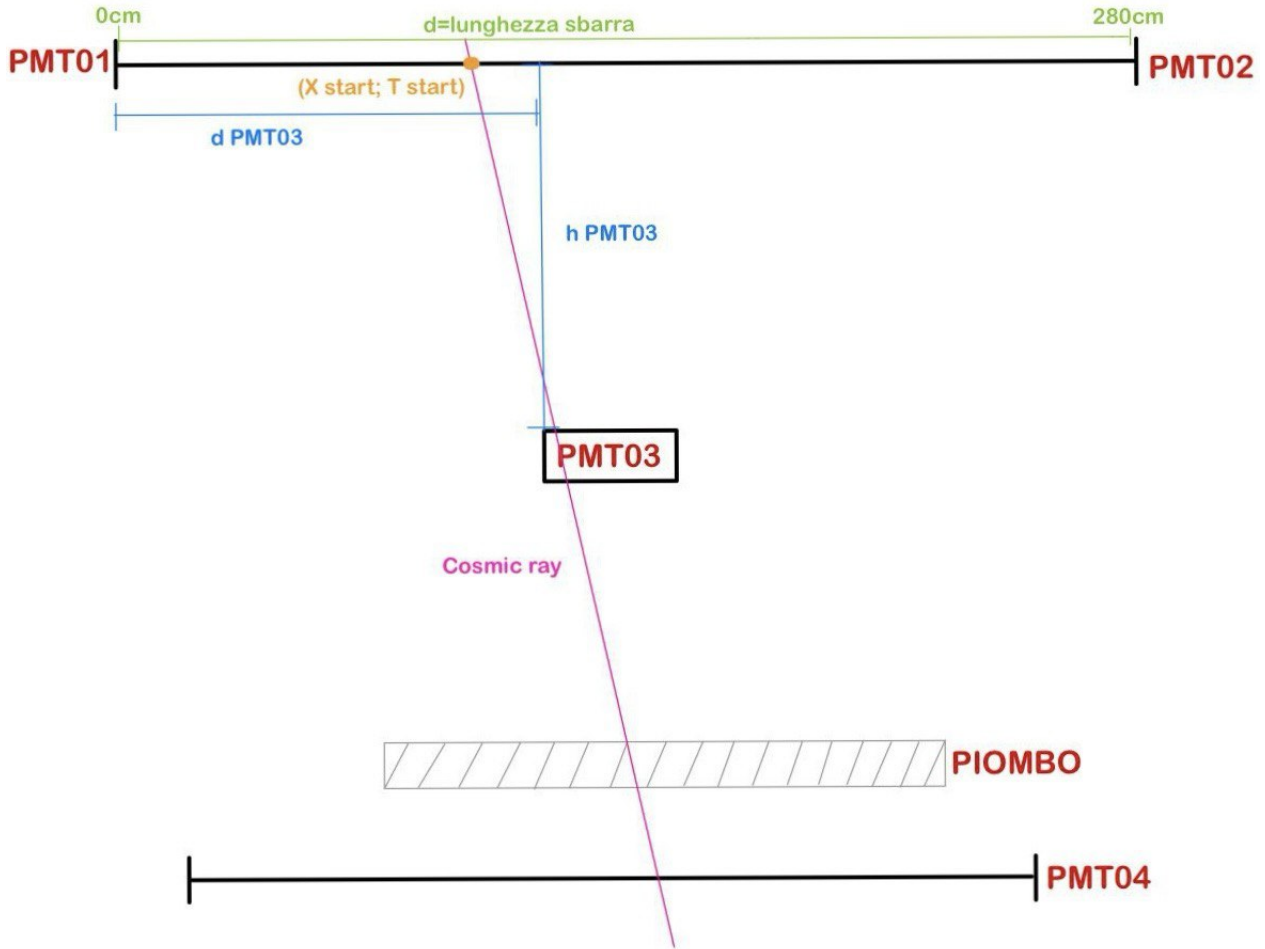


Figure 8.1: Setup sperimentale per la misura del tempo di volo e delle velocità delle particelle. Si noti la disposizione geometrica dei vari PMT e la definizione delle varie distanze e tempi.

8.1 Misura del tempo di volo

Per misurare il tempo di volo è necessario conoscere il punto in cui la particella carica ha attraversato la barra che si ricava tramite la seguente relazione, grazie alla calibrazione ottenuta in precedenza in sez. 7:

$$X_{\text{start}} = \frac{(T_{\text{PMT01}} - T_{\text{PMT02}}) - q_{\text{cal}}}{m_{\text{cal}}} \quad (8.1)$$

dove T_{PMT01} , T_{PMT02} sono i tempi di arrivo dei segnali dei PMT01 e PMT02, ottenuti come spiegato nella sezione 5.1, mentre q_{cal} e m_{cal} sono i parametri ottenuti dal fit discusso nella sezione 7.

Conoscendo X_{start} possiamo ricavare Δt_1 come:

$$\Delta t_1 = \frac{X_{\text{start}}}{v_{\text{prop}}} = \frac{(T_{\text{PMT01}} - T_{\text{PMT02}}) - q}{m \cdot v_{\text{prop}}} \quad (8.2)$$

ovvero il tempo impiegato dal fotone per percorrere la distanza tra X_{start} e la posizione del PMT01 all'interno della barra di scintillatore.

Quindi si ricava t_{start} , l'istante di tempo in cui la particella ha attraversato la barra, tramite la differenza tra T_{PMT01} (l'istante di tempo in cui arriva il segnale del PMT1) e Δt_1 .

$$t_{\text{start}} = T_{\text{PMT01}} - \Delta t_1 = T_{\text{PMT01}} - \frac{(T_{\text{PMT01}} - T_{\text{PMT02}}) - q}{m \cdot v_{\text{prop}}} \quad (8.3)$$

Ottenuto t_{start} si può ricavare il tempo di volo come:

$$\text{ToF} = T_{\text{PMT03}} - t_{\text{start}} = T_{\text{PMT03}} - T_{\text{PMT01}} - \frac{(T_{\text{PMT01}} - T_{\text{PMT02}}) - q}{m \cdot v_{\text{prop}}} \quad (8.4)$$

Dove T_{PMT03} è il tempo di arrivo del segnale del PMT03, posto a una certa distanza h_{PMT03} dalla barra.

Ricordando la relazione tra m_{cal} e v_{prop} trovata in precedenza, ovvero: $m \cdot v_{\text{prop}} = 2$, si ottiene il tempo di volo tramite un'equazione più semplice:

$$\text{ToF} = T_{\text{PMT03}} - \frac{T_{\text{PMT01}} + T_{\text{PMT02}}}{2} + \frac{q_{\text{cal}}}{2} \quad (8.5)$$

che dipende unicamente dal tempo di arrivo del segnale del PMT03, dalla media dei tempi di arrivo dei PMT01 e PMT02 e da una certa costante.

Così facendo, la misura del tempo di volo sarà nota a meno di una costante ignota, dovuta ai ritardi introdotti dell'apparato sperimentale e dall'elettronica. Per misurare questa costante è stato deciso di prendere diverse misure di ToF variando la posizione del PMT03, così da ottenere il tempo di volo in funzione della distanza percorsa.

Quindi è stato necessario ricavare la distanza percorsa tramite la seguente relazione:

$$d = \sqrt{(x_{\text{start}} - d_{\text{PMT03}})^2 + h_{\text{PMT03}}^2} \quad (8.6)$$

Dove d_{PMT03} e h_{PMT03} indicano la posizione del PMT-03 in verticale e in orizzontale come in figura 8.1 e X_{start} , come spiegato sopra, indica il punto della barra che è stato attraversato dalla particella.

8.1.1 Errori su ToF e distanza percorsa

Ad ogni misura di tempo di volo e di distanza percorsa è stata associata un'incertezza tramite la propagazione degli errori come riportato di seguito:

$$\sigma_{X_{\text{start}}} = \sqrt{\left(\frac{-(T_{\text{PMT01}} - T_{\text{PMT02}} - q_{\text{cal}})}{m_{\text{cal}}^2} \cdot \sigma_{m_{\text{cal}}} - \right)^2 + \left(-\frac{\sigma_{q_{\text{cal}}}}{m_{\text{cal}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{m_{\text{cal}}}\right)^2 + \left(-\frac{\sigma_t}{m_{\text{cal}}}\right)^2 + 2 \cdot \frac{-(T_{\text{PMT01}} - T_{\text{PMT02}} - q_{\text{cal}})}{m_{\text{cal}}^2} \cdot -\frac{1}{m_{\text{cal}}} \cdot \text{COV}_{mq}} \quad (8.7)$$

$$\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{X_{\text{start}} - d_{\text{PMT03}}}{\sqrt{(x_{\text{start}} - d_{\text{PMT03}})^2 + h_{\text{PMT03}}^2}} \cdot \sigma_{X_{\text{start}}}\right)^2 + \left(\frac{-X_{\text{start}} + d_{\text{PMT03}}}{\sqrt{(x_{\text{start}} - d_{\text{PMT03}})^2 + h_{\text{PMT03}}^2}} \cdot \sigma_{d_{\text{PMT03}}}\right)^2 + \left(\frac{h_{\text{PMT03}}}{\sqrt{(x_{\text{start}} - d_{\text{PMT03}})^2 + h_{\text{PMT03}}^2}} \cdot \sigma_{h_{\text{PMT03}}}\right)^2} \quad (8.8)$$

$$\sigma_{\text{ToF}} = \sqrt{\sigma_t^2 + \frac{1}{2}(\sigma_t)^2 + \left(\frac{1}{2}\sigma_{q_{\text{cal}}}\right)^2} \quad (8.9)$$

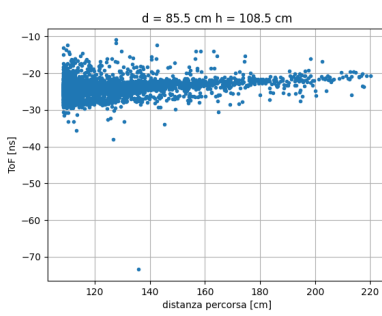
Come errore sui singoli tempi σ_t è stata presa la risoluzione temporale.

$\sigma_{q_{\text{cal}}}$ e $\sigma_{m_{\text{cal}}}$ sono gli errori sui parametri restituiti dal fit discusso in sezione 7, nell'equazione 8.7 compare anche la covarianza tra questi poiché sono correlati tra loro.

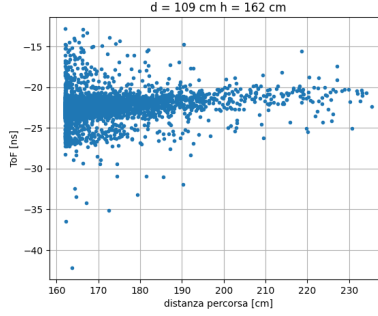
Per quanto riguarda le misure di distanza, poiché queste sono state effettuate con il metro a nastro, l'errore $\sigma_{d_{\text{PMT03}}}$ e $\sigma_{h_{\text{PMT03}}}$ è stato fissato a 1 cm in modo da tenere conto di possibili effetti di parallasse e dell'eventuale non perpendicolarità dello strumento rispetto al piano del PMT03 nelle misure di altezza.

8.2 Fit lineare per la misura della velocità e della costante ignota

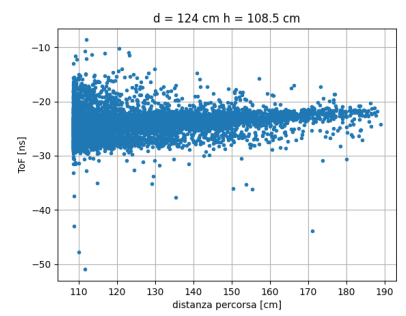
Dopo aver ricavato le formule per ricavare ToF, distanza percorsa e relativi errori, sono state fatte diverse acquisizioni con il DRS, triggerando sulla coincidenza tripla 1&2&3, variando la posizione del PMT03 come spiegato in precedenza, dalle quali sono stati ottenuti i seguenti scatterplot 8.2:



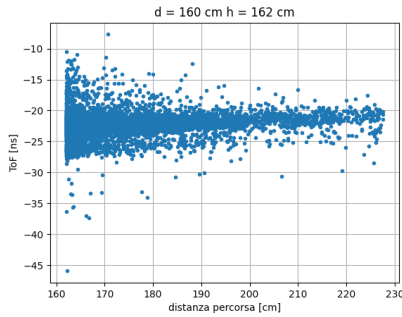
(a) Acquisizione del 30/04/2024
7272 eventi.



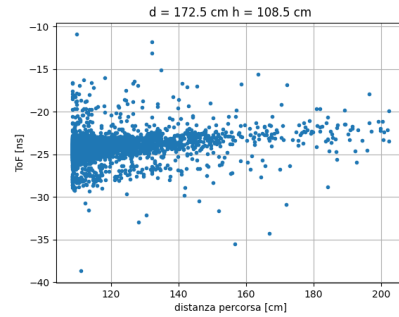
(b) Acquisizione del 08/05/2024
3641 eventi.



(c) Acquisizione del 24/04/2024
18229 eventi.



(d) Acquisizione del 09/05/2024
9852 eventi.



(e) Acquisizione del 07/05/2024
3097 eventi.

Figure 8.2: Tempo di volo in funzione della distanza percorsa al variare della posizione orizzontale e verticale del PMT03, riportata in alto sui grafici. Plot realizzati il 20/05/2024.

Osservando i plot si può notare che il ToF ha una dipendenza lineare dalla distanza percorsa, come atteso. Si può inoltre notare che ogni scatterplot ha un limite geometrico sulla distanza percorsa dovuto alla posizione (orizzontale e verticale) del PMT03. Per avere informazione sulla dipendenza del ToF dalla distanza in un range più ampio si sceglie di unire in un unico scatterplot tutte le acquisizioni, ottenendo il grafico in figura 8.3.

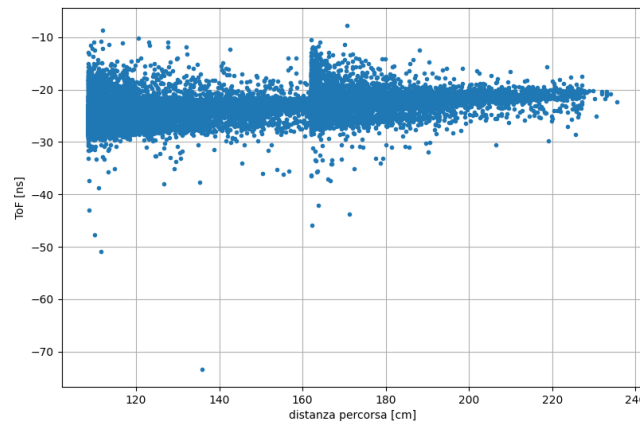


Figure 8.3: Plot realizzato il 20/05/2024. 41821 eventi.

Anche in questo caso è possibile notare una dipendenza lineare tra ToF e distanza percorsa, motivo per cui si procede eseguendo un fit lineare tramite la funzione:

$$ToF = m \cdot \text{distanza} + q \quad (8.10)$$

dove m e q sono i parametri liberi del fit. Il parametro q dà informazioni sulla possibile costante ignota dovuta ai ritardi, già discussa prima, mentre con m è possibile ricavare la velocità media delle particelle come:

$$v_{\text{media}} = \frac{1}{m} \quad \sigma_{v_{\text{media}}} = \sigma_m \cdot \frac{1}{m^2} \quad (8.11)$$

La grande quantità di eventi rende necessario un ulteriore passaggio che permetta di ridurre il numero di punti su cui eseguire il fit.

Si è deciso dunque di dividere il plot in 7 intervalli di distanze scelti in modo da contenere lo stesso numero di punti ciascuno (~ 5226).

Dato un intervallo, si media tra tutti i ToF e le distanze percorse contenute nell'intervallo per ottenere un solo punto che ha come ToF e distanza percorsa le rispettive medie. A questi punti si associano gli errori dei ToF e delle distanze percorse propagate tramite la media.

Così facendo si ottengono 7 punti sui quali è possibile eseguire un fit lineare come riportato in figura 8.4:

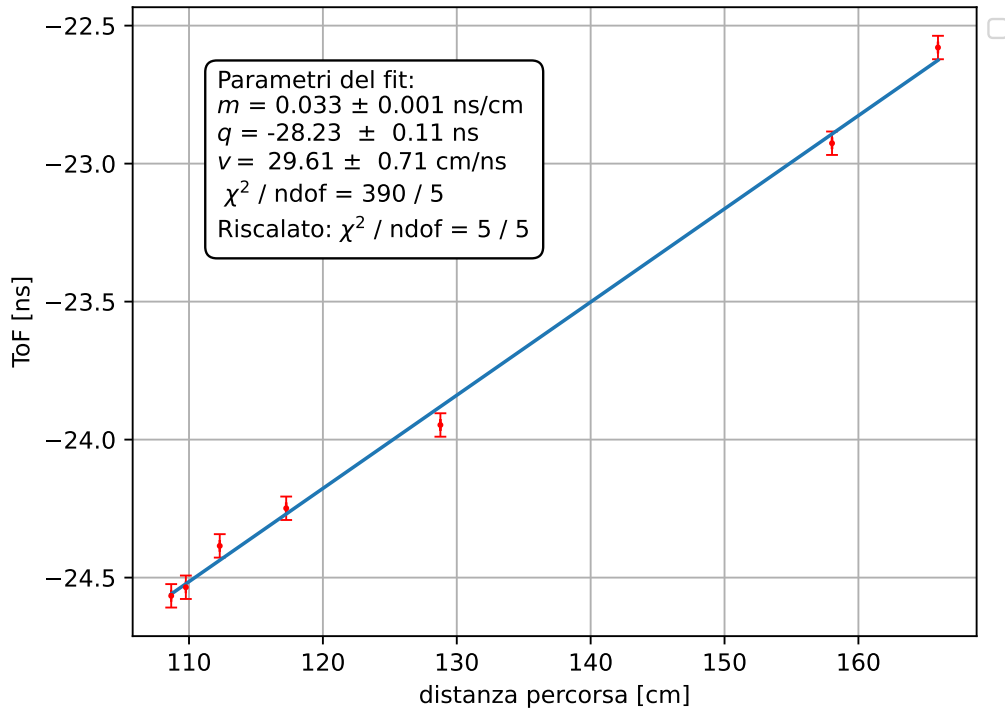


Figure 8.4: Fit lineare realizzato il 23/05/2024.

Il fit della minimizzazione del chiquadro è stato ottenuto utilizzando la funzione `curvefit` di `scipy.optimize` di python. In un primo momento è stata utilizzata l'opzione **absolute_sigma = True** di `curvefit` e dal fit si è ottenuto un $\chi^2/\text{ndof} = 390.29/5$. Da questo valore del χ^2 si deduce che gli errori sono stati sottostimati.

Non sapendo spiegare questa sottostima degli errori, si procede riscalando gli errori di un fattore costante così da ottenere un χ^2 normalizzato a 1 e cambiando l'opzione **absolute_sigma = False**.

m [ns/cm]	q [ns]	v_{media} [cm/ns]	β_{media}	χ^2/ν riscalato	χ^2/ν
0.034 ± 0.001	-28.23 ± 0.11	29.61 ± 0.71	0.99 ± 0.02	5/5	390.29/5

Table 8.1: Risultati del fit in figura 8.4.

Come riportato in tabella, dal parametro m restituito dal fit è possibile ricavare la velocità media delle particelle, $v_{\text{media}} = (29.61 \pm 0.71)\text{cm/ns}$ compatibile con la velocità della luce. Quindi si può concludere che i segnali acquisiti

fino a questo momento sono relativi al passaggio di particelle relativistiche.
Il parametro q invece fornisce una misura della costante di correzione del ToF.

8.2.1 Costante di correzione del ToF

Un modo alternativo per misurare la costante ignota è quello di misurare il tempo di volo acquisendo i segnali tramite il DRS con il PMT03 a contatto con la barra come in figura 6.1.

Essendo circa nulla la distanza tra lo scintillatore letto dal PMT03 e la barra, è atteso che T_{PMT03} e t_{start} coincidano e quindi che, come si può dedurre dall'equazione 8.4, il ToF sia nullo. Quindi il discostamento del picco della distribuzione dallo zero può dare una stima dell'offset dovuto ai ritardi dell'elettronica e della strumentazione, che affligge ciascun time of flight.

Quindi con le acquisizioni effettuate con il PMT03 a contatto con la barra¹¹ si calcola il ToF per ciascuna acquisizione e si costruisce l'istogramma riportato in figura 8.5.

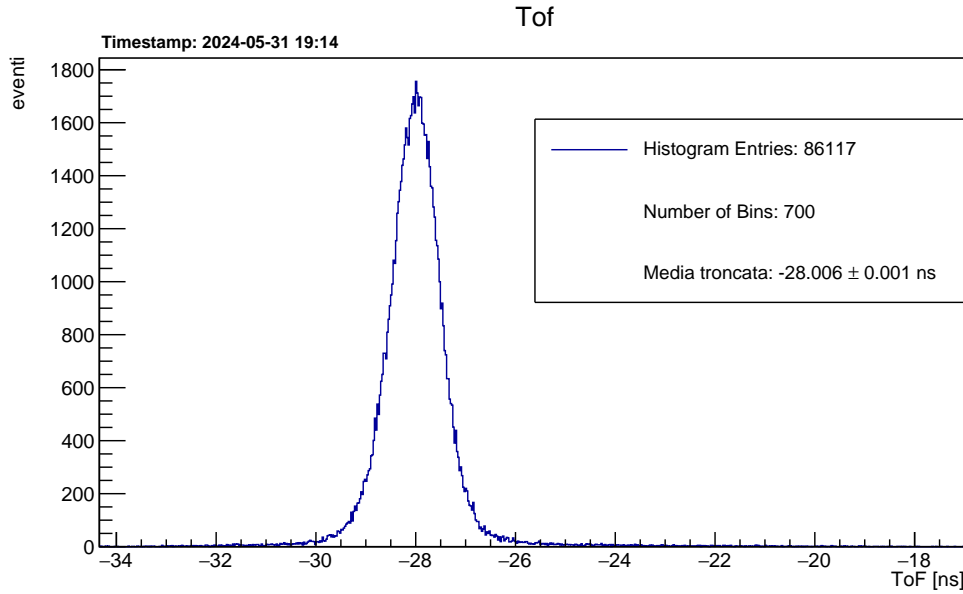


Figure 8.5: Fit della distribuzione del ToF realizzato utilizzando le acquisizioni fatte dal 16/04/2024 al 19/04/2024, 23/04/2024 e 02/05/2024 quando il PMT-03 è posizionato sulla barra.

Si calcola poi la media troncata e il rispettivo errore tramite bootstrapping della distribuzione e si ottiene $\text{offset}_{\text{ToF}} = (-28.006 \pm 0.001) \text{ ns}$.

Le due costanti $\text{offset}_{\text{ToF}}$ e $q = (-28.23 \pm 0.11) \text{ ns}$, che indicano il valore dell'offset, sono compatibili entro 3σ . Poiché non si sa giustificare a priori quale valore sia più corretto e gli errori relativi sono diversi, in particolare quello sulla media troncata potrebbe essere sottostimato, si decide di prendere come valore centrale la media dei valori ed associare come errore l'errore standard.¹²

Si ottiene così $c_{\text{offset}} = (-28.12 \pm 0.08) \text{ ns}$.

9 Particelle non relativistiche

Al fine di rivelare una possibile componente di raggi cosmici costituita da particelle non-relativistiche, si utilizzano 9 lastre di piombo spesse 0.5 cm l'una e lo scintillatore sottostante letto dal PMT04.

L'obiettivo è quello di misurare il ToF delle particelle che si fermano nello strato di piombo, acquisendo i segnali dei PMT01, PMT02, PMT03 al DRS. Per fare questo è necessario costruire una logica per triggerare l'acquisizione di segnali relativi agli eventi cercati.

¹¹Acquisizioni utilizzate anche nelle sezioni 6 e 7.

¹²Ovvero deviazione standard diviso la radice quadrata degli N valori.

9.1 Scelta del punto di lavoro del PMT04

Prima di procedere nella costruzione della logica di trigger del DRS, è necessario verificare il funzionamento e scegliere il punto di lavoro del PMT04.

Come per gli altri fotomoltiplicatori, il PMT04 viene collegato al discriminatore impostando $V_{th} = (-36.6 \pm 0.1)\text{mV}$, si osserva poi il segnale in uscita con ampiezza $\sim 800\text{mV}$ e larghezza temporale $\Delta t = 86\text{ns}$.

Per scegliere la tensione di alimentazione si decide di misurare l'efficienza del PMT04 al variare della tensione di alimentazione come:

$$\epsilon_{Pmt4} = \frac{1\&2\&3\&4}{1\&2\&3} \quad (9.1)$$

dove $1\&2\&3$ indica il rate di coincidenze triple dei PMT01,PMT02,PMT03 e $1\&2\&3\&4$ è il rate di coincidenze quaduple. Acquisendo per 100 s si ottengono i dati riportati in tabella 9.1 dai quali si ricava l'efficienza, anch'essa riportata in tabella.

V [V]	$Rate_{1\&2\&3}$ [mHz]	$Rate_{1\&2\&3\&4}$ [mHz]	ϵ_{Pmt4}	$Rate_{Pmt4}$ [Hz]
1200 ± 2	40 ± 20	20 ± 14	0.50 ± 0.25	26.4 ± 0.5
1304 ± 2	50 ± 22	40 ± 20	0.80 ± 0.10	81.7 ± 0.9
1400 ± 2	60 ± 24	50 ± 22	0.83 ± 0.15	229.7 ± 1.5

Table 9.1: Efficienza del PMT04.

L'errore sugli N conteggi in singola è la radice quadrata degli N conteggi stessi, poiché seguono una statistica poissoniana.

Poiché le coincidenze triple e quaduple sono prese in contemporanea, si possono considerare le triple come dato fisso, privo di errore. Le quaduple fluttuano allora tra due possibili valori a seconda dell'efficienza del rivelatore: la possibilità di avere un successo e quindi si ha un conteggio di coincidenza quadrupla in corrispondenza di una tripla, oppure un insuccesso, ovvero non scatta la coincidenza quadrupla in corrispondenza della tripla. Si nota, quindi, che i conteggi di coincidenza quadrupla seguono una distribuzione binomiale $B(\epsilon, N)$ con probabilità di successo pari all'efficienza ϵ e N, numero dei conteggi di coincidenza tripla, come numero di prove. L'errore associato all'efficienza allora sarà la deviazione standard di tale distribuzione normalizzato per il numero delle triple N, ovvero:

$$\sigma_\epsilon = \frac{\sqrt{N_{\text{quadruple}}[1 - (N_{\text{quadruple}}/N_{\text{triple}})]}}{N_{\text{triple}}}$$

Avendo solo questi punti non si riesce a ricostruire in modo ottimale la curva di efficienza trovando il punto di lavoro, poiché si ottengono efficienze tutte compatibili tra loro. Infatti, dati i rate così bassi, sarebbe stato migliore prendere acquisizioni più lunghe per avere un numero di conteggi più elevato.

Si sceglie quindi di mantenere il PMT04 a una tensione di alimentazione di $(1304 \pm 2)\text{V}$.

9.2 Logica di trigger

Per acquisire con il DRS segnali dei PMT01, PMT02, PMT03 relativi a particelle che si arrestano nel piombo, si realizza una logica di trigger costituita dalla coincidenza tra i segnali discriminati del PMT01, PMT02, PMT03 e il segnale negato del PMT04 utilizzato come veto ($1\&2\&3\&4$) poiché si vogliono acquisire eventi sono nel caso in cui lo scintillatore PMT04 non riveli particelle.

Per avere la garanzia che il veto rimanga attivo per tutta la durata della coincidenza, si osserva all'oscilloscopio il segnale discriminato del PMT04 (non negato) e la coincidenza tripla $1\&2\&3$. È stato poi allargato il segnale del PMT04 fino a $\sim 100\text{ns}$ in modo da contenere tutta la coincidenza, come mostrato in figura 9.1.

Dopo aver realizzato la coincidenza si manda in ingresso quest'ultima al trigger del DRS (dopo aver convertito il segnale da NIM a TTL) e si posiziona il PMT03 a contatto con le lastre di piombo.

Dopodiché sono state fatte partire diverse acquisizioni (dal 14/04/2024 al 23/04/2024). Per ciascuna di esse si è misurato il ToF (eq 8.5) e la distanza percorsa, tenendo di conto la posizione del PMT03 (tab 9.2) in ogni acquisizione, necessaria per la misura della distanza percorsa come visto in equazione 8.6.

Si vuole poi verificare che le particelle che hanno fatto scattare il trigger (e quindi l'acquisizione) siano non relativistiche; quindi dopo aver ottenuto ToF e distanza percorsa per ogni evento, si ottiene la velocità di ciascuna particella e il rispettivo β come:

$$v = \frac{\text{distanza percorsa}}{ToF + c_{\text{offset}}}; \quad \beta = \frac{v}{c} \quad (9.2)$$

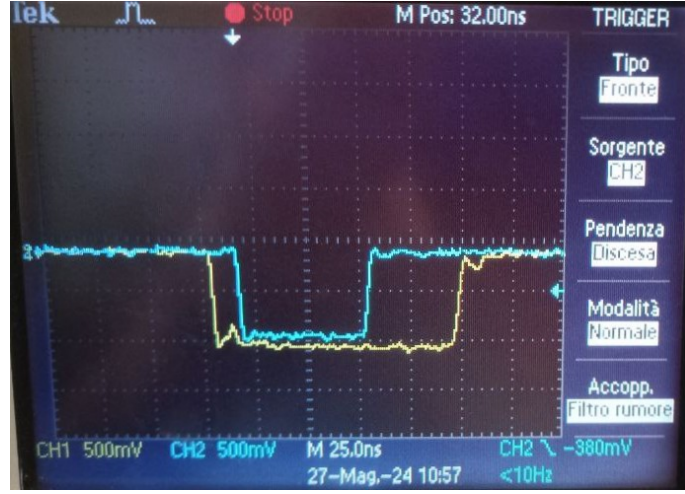


Figure 9.1: Visualizzazione all'oscilloscopio del segnale discriminato del PMT04 (giallo) e l'uscita della coincidenza 1&2&3 (blu).

Data Acquisizione	14-17/05/2024	17-23/05/2024
h_{Pmt3} [cm]	170 ± 1	166 ± 1
d_{Pmt3} [cm]	148 ± 1	150 ± 1

Table 9.2: Posizione del PMT3 durante le diverse acquisizioni.

dove c_{offset} è la costante di correzione trovata nella sezione 8.2.1.

Si costruisce quindi l'istogramma in β riportato in figura 9.2.

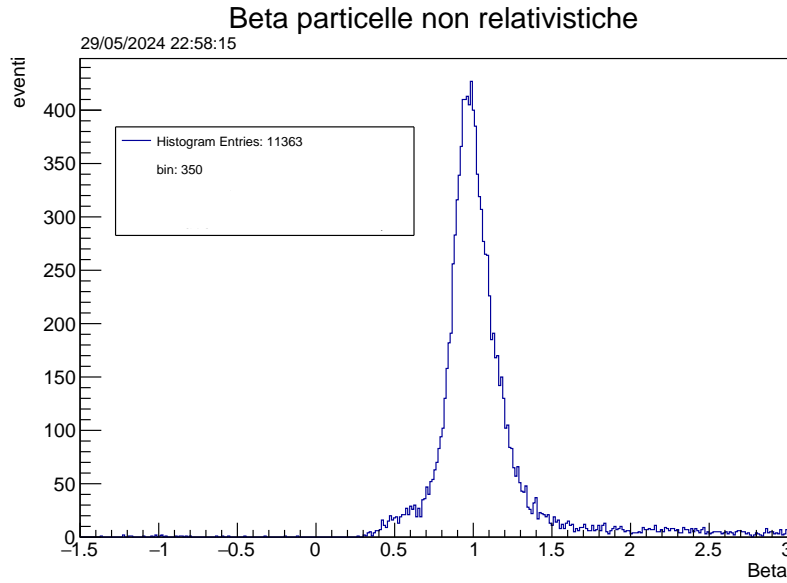


Figure 9.2: Plot in β realizzato con le acquisizioni dal 14-23/05/2024. Trigger del DRS: 1&2&3&4.

Osservando il plot si nota una coda asimmetrica a destra del picco: nel calcolo della velocità (9.2) compare il ToF al denominatore ed essendo questo dipendente da differenze di tempo (eq. 8.4), quando queste sono piccole, la velocità cresce asintoticamente, motivo per cui compaiono code nella regione in cui $\beta > 1$.

Si sceglie quindi di costruire un'istogramma con $1/\beta$ così da avere il ToF al numeratore e ridurre le code, ottenendo l'istogramma in figura 9.3. Ripetendo lo stesso procedimento con le acquisizioni del DRS triggerate solo dalla coincidenza 1&2&3, come in sezione 8.2, si ottiene l'istogramma in figura 9.4.

Avendo scelto di osservare la distribuzione di $1/\beta$, gli eventi contenuti nella coda a destra del picco non sono più trascurabili perché contengono informazioni sulle particelle con $\beta < 1$ e quindi possibili particelle non relativistiche. Per questo motivo per trovare la media della distribuzione si sceglie di procedere facendo una media aritmetica, e

1/β particelle non relativistiche

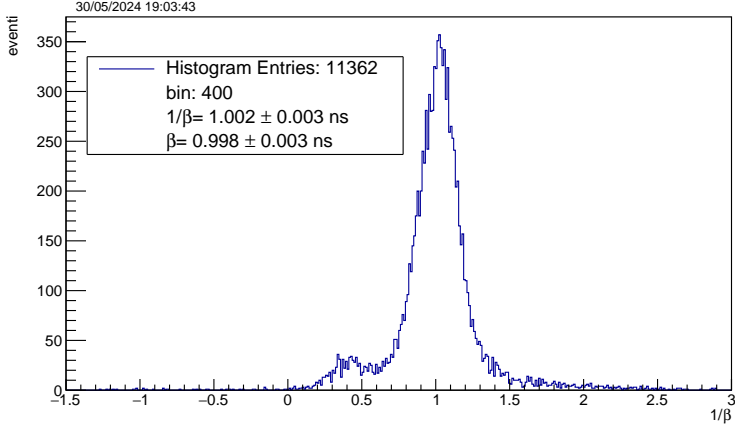


Figure 9.3: Plot realizzato con le acquisizioni dal 14-23/05/2024. Utilizzando come trigger del DRS 1&2&3&4.

1/β particelle relativistiche

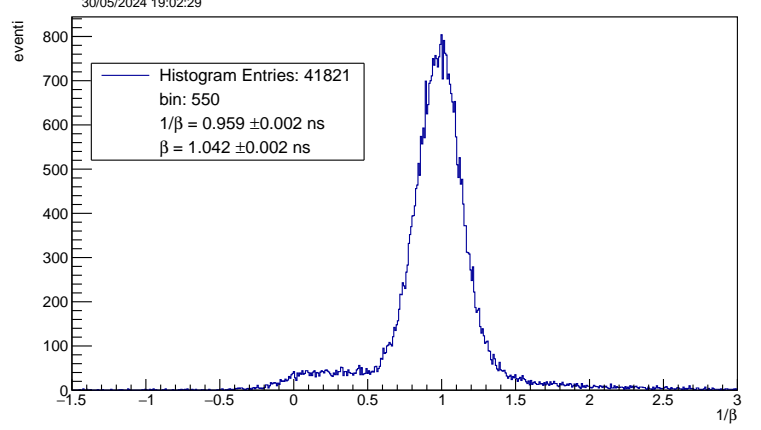


Figure 9.4: Plot realizzato con le acquisizioni del 24-9/05/2024. Utilizzando come trigger del DRS 1&2&3.

non la media troncata, in modo da tenere conto di tutti gli eventi, compresi quelle nelle code. Inoltre come errore da associare alla media si sceglie l'errore standard e non quello ottenuto tramite la propagazione poiché, come visto e discusso per il fit riportato in figura 8.4, risulta essere sottostimato.

Per confrontare le due distribuzioni, in modo da osservare un possibile shift della media della distribuzione delle particelle non relativistiche rispetto a quelle relativistiche, si calcola la media aritmetica di $1/\beta$ e il rispettivo errore standard per ciascun istogramma. Si ottiene poi β secondo l'equazione 9.3; i risultati sono riportati in tabella 9.3.

$$\beta_{mean} = \frac{1}{1/\beta} \quad \sigma_{\beta_{mean}} = \left(\frac{1}{1/\beta} \right)^2 \cdot \sigma_{1/\beta} \quad (9.3)$$

Trigger DRS	Particelle	$1/\beta$	β
1&2&3	rel	0.959 ± 0.002	1.042 ± 0.002
1&2&3&4	non rel	1.002 ± 0.003	0.998 ± 0.003

Table 9.3: Risultati ottenuti dalle medie delle distribuzioni in figura 9.3 e 9.4.

Si può notare che β_{nonrel} delle particelle non relativistiche è minore e non compatibile con β_{rel} ottenuto per le particelle relativistiche, ma compatibile con $\beta_{media} = 0.99 \pm 0.02$, ottenuto dalla velocità restituita dal fit in figura 8.4. Quest'ultimo, β_{media} , è a sua volta compatibile con $\beta = 1$, quindi con velocità relativistiche. Per avere un ulteriore mezzo di confronto qualitativo si sceglie di sovrapporre le due distribuzioni normalizzate sui rispettivi picchi e si ottiene il plot riportato in figura 9.5.

Osservando il plot si nota che la distribuzione di $1/\beta$ delle particelle non relativistiche è spostata verso destra rispetto a quella delle particelle relativistiche, in particolare il valore del picco della distribuzione, come è atteso. Tuttavia la coda a dx del picco, relativa ad eventi di particelle più lente, è sovrapposta all'altra distribuzione: questo indica che il fondo è lo stesso per entrambe e non si nota la presenza di piccoli spike che potrebbero indicare la presenza di particelle non relativistiche.

10 Decadimenti particelle non relativistiche

Come concluso nel punto precedente non si riesce a distinguere in maniera pulita le particelle non relativistiche che si arrestano nelle lastre di piombo.

Di conseguenza si prova a costruire una nuova logica di acquisizione che riesca a distinguere le particelle che si arrestano nel piombo e il loro successivo decadimento.

10.1 Logica di Start e di Stop

Per riuscire ad acquisire segnali relativi a un decadimento è necessario realizzare due segnali: il primo (START) che deve scattare quando la particella si ferma nel piombo, il secondo (STOP) quando questa decade.

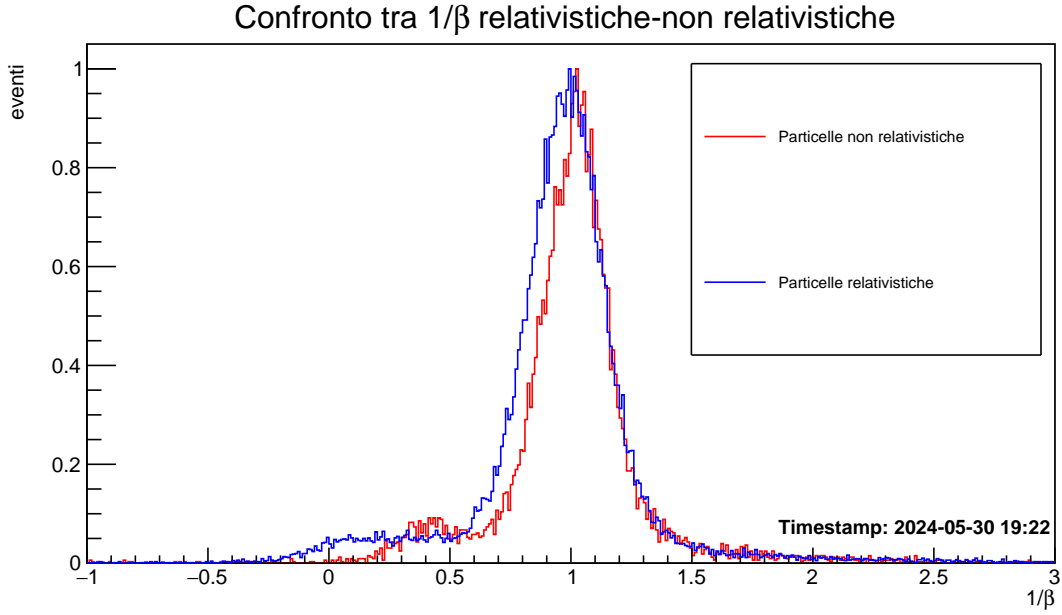


Figure 9.5: Confronto tra le distribuzioni delle particelle relativistiche e non relativistiche.

Per il segnale di START si utilizza la coincidenza utilizzata in precedenza come trigger del DRS ($1 \& 2 \& 3 \& \bar{4}$) mentre per il segnale di STOP viene costruita una coincidenza più complessa. Si manda il segnale di START in ingresso a una dual timer con la quale si genera un segnale di gate largo $5 \mu s$ entro il quale si vuole un decadimento. Questo segnale è messo in coincidenza con l'OR tra i segnali dei PMT03 e PMT04 e il segnale del PMT02 negato, poiché si vuole rivelare il decadimento in qualunque direzione e far sì che nel contempo non arrivi un'altra particella che potrebbe falsare il segnale di STOP.

In sintesi:

- segnale di START: $1 \& 2 \& 3 \& \bar{4}$;
- segnale di STOP: $GATE \& \bar{2} \& (3 \vee 4)$.

10.2 FPGA

Per questa parte dell'esperienza si utilizza la FPGA perché, nonostante abbia una frequenza di campionamento inferiore al DRS, è in grado di acquisire l'arrivo di diversi segnali con una frequenza di 5MHz; ogni acquisizione del DRS, invece, è seguita da un "tempo morto" che impedisce a due segnali che differiscono di decine di ns di essere acquisiti.

Si utilizza la FPGA per campionare tutti i segnali di START e di STOP, mentre si acquisiscono con il DRS i segnali delle particelle che si arrestano nel piombo (trigger DRS = segnale di START).

Prima di far partire l'acquisizione è necessario controllare la larghezza temporale dei segnali di START e di STOP perché la FPGA acquisisce al massimo con 5MHz e quindi i segnali non possono essere più piccoli di 20ns. Si sceglie quindi di mandare l'uscita OUT di entrambe le unità di coincidenza (utilizzate per realizzare i segnali di START e di STOP) a due unità della dual timer e allargare i due segnali fino a $\sim 60ns$.

La FPGA ha il segnale di START e di STOP in due canali differenti (rispettivamente CH1 e CH2). Acquisendo dati con la FPGA quest'ultima restituisce un file in cui indica il canale che ha acquisito l'evento (1 o 2), il tempo registrato al momento dell'evento e il timestamp.

Si selezionano quindi solo gli eventi di START (contrassegnati da un 1 corrispondente al canale) a cui corrisponde il successivo STOP (contrassegnato da un 2), verificando che tra di essi ci sia una differenza temporale compatibile con il decadimento del muone (ovvero inferiore a $\sim 10 - 20 \mu s$). Si ricerca così, confrontando il timestamp della FPGA e del DRS, il corrispettivo evento registrato dal DRS¹³. Il confronto tra i timestamp permette di controllare anche che i dati siano allineati o di rivelare ed eliminare eventuali falsi segnali: sia la FPGA che il DRS devono avere infatti lo stesso numero di acquisizioni, ovvero eventi di START. La differenza tra i timestamp varia infatti in valore assoluto tra 0 e $\sim 1.2s$, se si notano dei valori maggiori si può individuare un possibile disallineamento, quale strumento tra i

¹³solo l'evento di START, appunto, poiché il DRS ha un tempo morto troppo grande che non permette di registrare anche lo STOP.

due e in che istante ha acquisito un evento in più/meno.

La FPGA quindi è utilizzata come un discriminatore, ovvero permette di selezionare solo gli eventi corrispondenti alle particelle che decadono nel piombo per poi individuarli anche al DRS.

Una volta selezionati questi eventi tra le acquisizioni del DRS, se ne misura il ToF come descritto già in precedenza utilizzando i segnali dei PMT01, PMT02, PMT03, in modo da poter misurare la velocità solo delle particelle che sono decadute nel piombo.

10.3 Velocità delle particelle che decadono

Con il metodo descritto in sezione 9 sono state fatte partire diverse acquisizioni dal 21/05/2023 al 27/05/2024.

Si vuole conoscere la velocità delle particelle che si fermano e decadono del piombo, quindi si procede come nella sezione precedente: si ricava $1/\beta$ e si ottiene l'istogramma in figura 10.1.

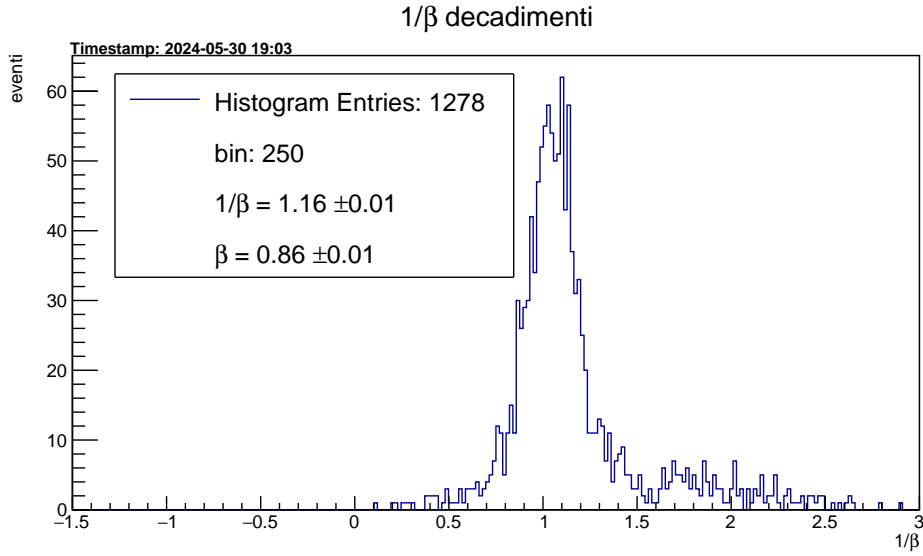


Figure 10.1: Plot di $1/\beta$ ottenuto con le acquisizioni di DRS/FPGA del 21-27/05/2024.

Per trovare il β medio della distribuzione si è eseguita la media aritmetica con errore standard come errore associato; il valore ottenuto si riporta in legenda nella figura 10.1. Dal valore ottenuto si nota che in questo caso β non è compatibile con i valori di tabella 9.3, cosa che indica che il picco della distribuzione è ancora più spostato verso destra e si hanno più eventi relativi a particelle non relativistiche.

Anche in questo caso si confronta la distribuzione ottenuta di 10.1 con quella di figura 9.3 ottenuta precedentemente. Normalizzando a 1 le distribuzioni si ottiene il grafico in figura 10.2.

Il confronto tra le due distribuzioni, entrambe per le particelle non relativistiche, indica che il metodo appena descritto in questa sezione 10 sembra essere migliore.

Oltre al picco, che già il valore numerico indica essere più spostato verso la regione di particelle più lente, si nota nella coda a dx un accumulo di eventi a $\beta < 1$ che si discosta dal fondo della distribuzione precedente di figura 9.3. Queste osservazioni indicano che questo metodo per individuare le particelle più lente risulta essere più pulito poiché si riesce a distinguere un fondo non relativistico e più significativo poiché la media della distribuzione si discosta in modo maggiore da $\beta = 1$ ¹⁴.

11 Conclusioni

I principali obbiettivi dell'esperienza sono stati raggiunti: la velocità di propagazione dei fotoni nella barra è stata misurata, come descritto in sez. 6, ottenendo $v_{\text{prop}} = (15.42 \pm 0.09)\text{cm/ns}$; la misura del tempo di volo ha permesso di ottenere una velocità media delle particelle relativistiche compatibile con $\beta = 1$, ottenendo infatti $\beta_{\text{media,part.rel.}} = 0.99 \pm 0.02$, inoltre si è ricavato l'offset dovuto ai ritardi introdotti dalla strumentazione e dall'elettronica dell'apparato, ottenendo $c_{\text{offset}} = 28.12 \pm 0.08\text{ns}$.

¹⁴In realtà per avere un'idea più qualitativa che si sta osservando una distribuzione diversa da quella precedente e che quell'accumulo nella coda sia costituito effettivamente da particelle più lente e non sia solo fondo statistico, sarebbe stato più ottimale eseguire un test statistico per comparare le distribuzioni oppure utilizzare una simulazione Monte Carlo per verificare tali ipotesi.

Confronto tra $1/\beta$ non relativistiche-decadimenti

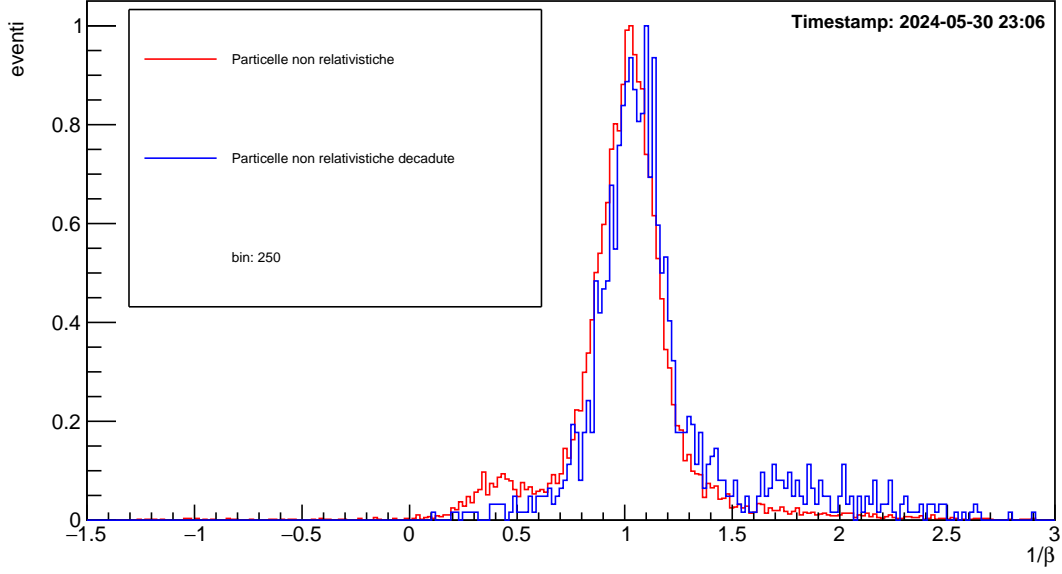


Figure 10.2: Confronto tra la distribuzione delle particelle non relativistiche e la distribuzione delle particelle non relativistiche decadute, ottenute con i due diversi metodi di acquisizione.

Per quanto riguarda le particelle non relativistiche, con il primo metodo di rivelazione descritto in sez. 9, si ottiene una distribuzione in $1/\beta$ che si discosta poco da quella delle particelle relativistiche, ottenendo una media pari a $\beta = 0.998 \pm 0.003$.

Il metodo descritto in sez. 10 sembra essere più pulito e significativo; si ottiene una media $\beta = 0.86 \pm 0.01$, la distribuzione è più spostata verso regioni con velocità meno relativistiche e presenta degli accumuli di eventi per regioni con $\beta \lesssim 0.7$.

12 Appendice

12.1 Distribuzione delle diff. temporali $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$

Si riportano le distribuzioni delle differenze temporali $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ per le diverse posizioni x_1 (distanza tra lo 0 della barra e il PMT03) del PMT03. Nelle legende la posizione del PMT03 e i valori degli stimatori con relativo errore, ottenuti come già spiegato in sez. 5.2.

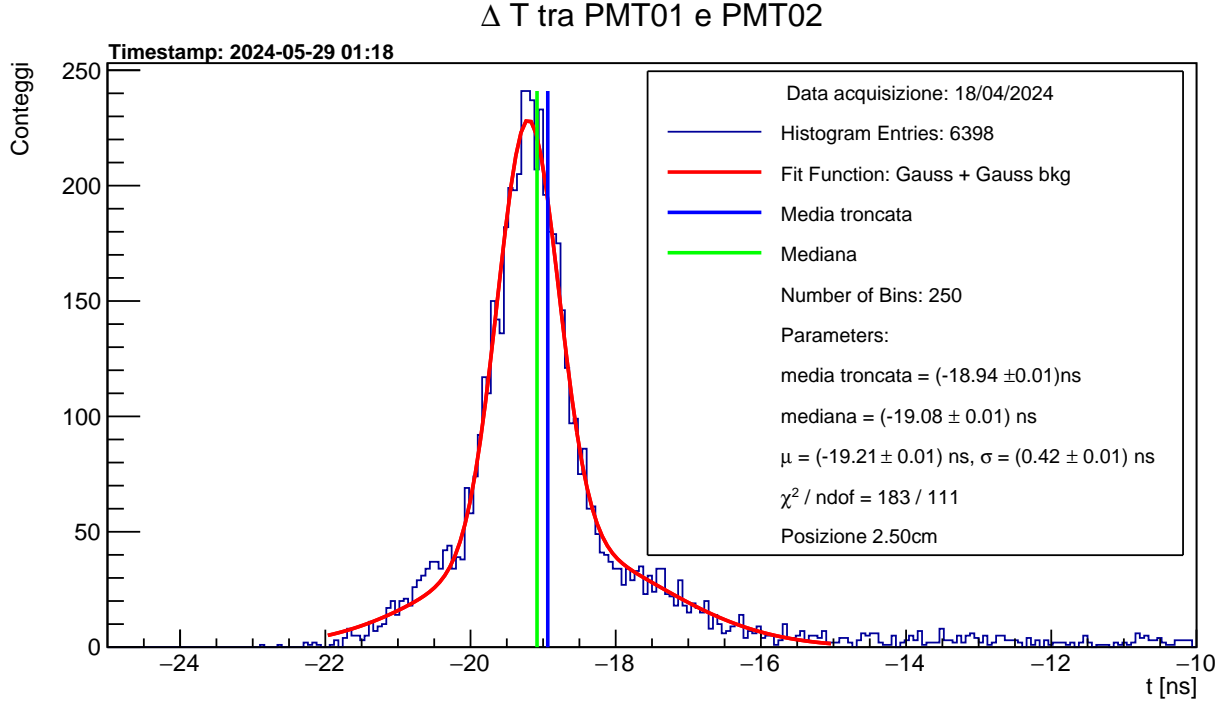


Figure 12.1: $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ con il PMT03 posizionato a $d=2.50$ cm.

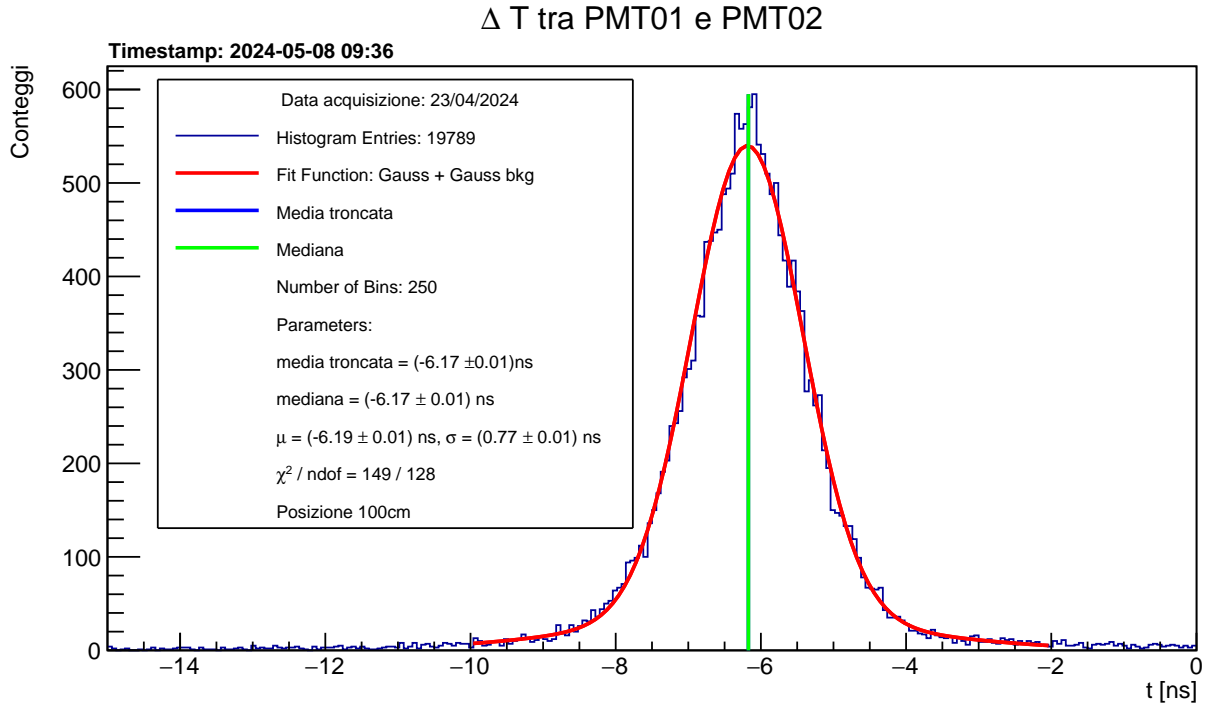


Figure 12.2: $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ con il PMT03 posizionato a $d=100$ cm.

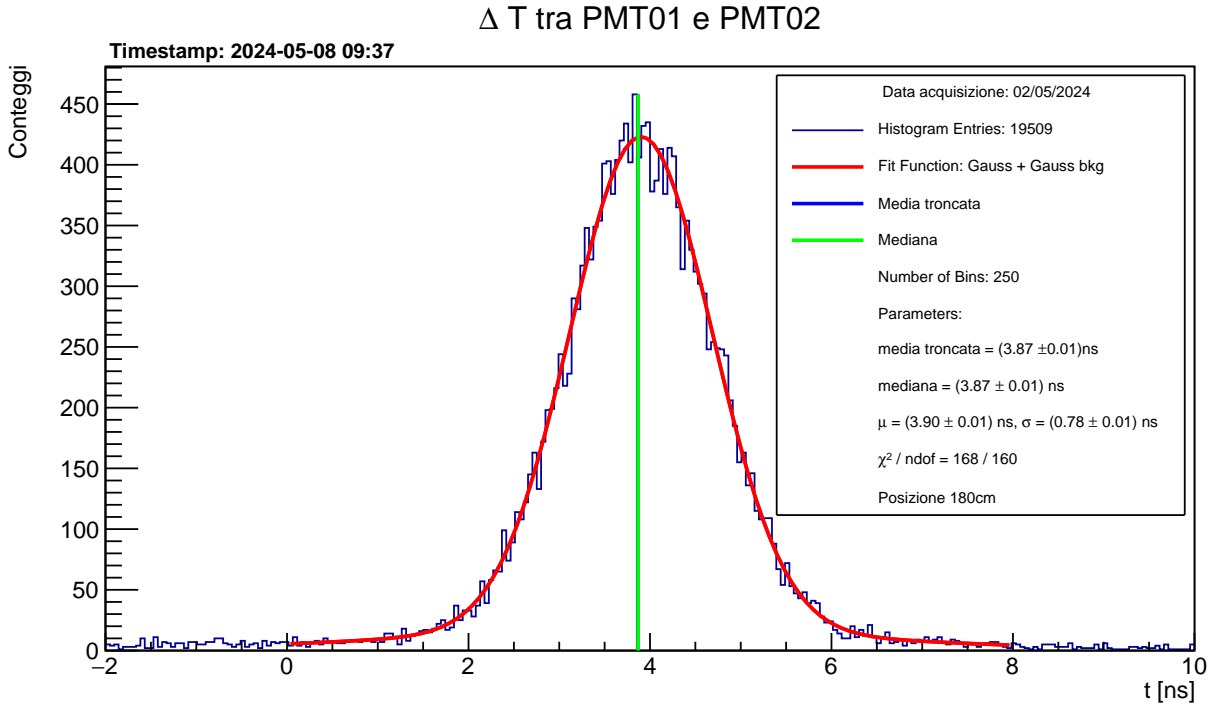


Figure 12.3: $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ con il PMT03 posizionato a $d=180$ cm.

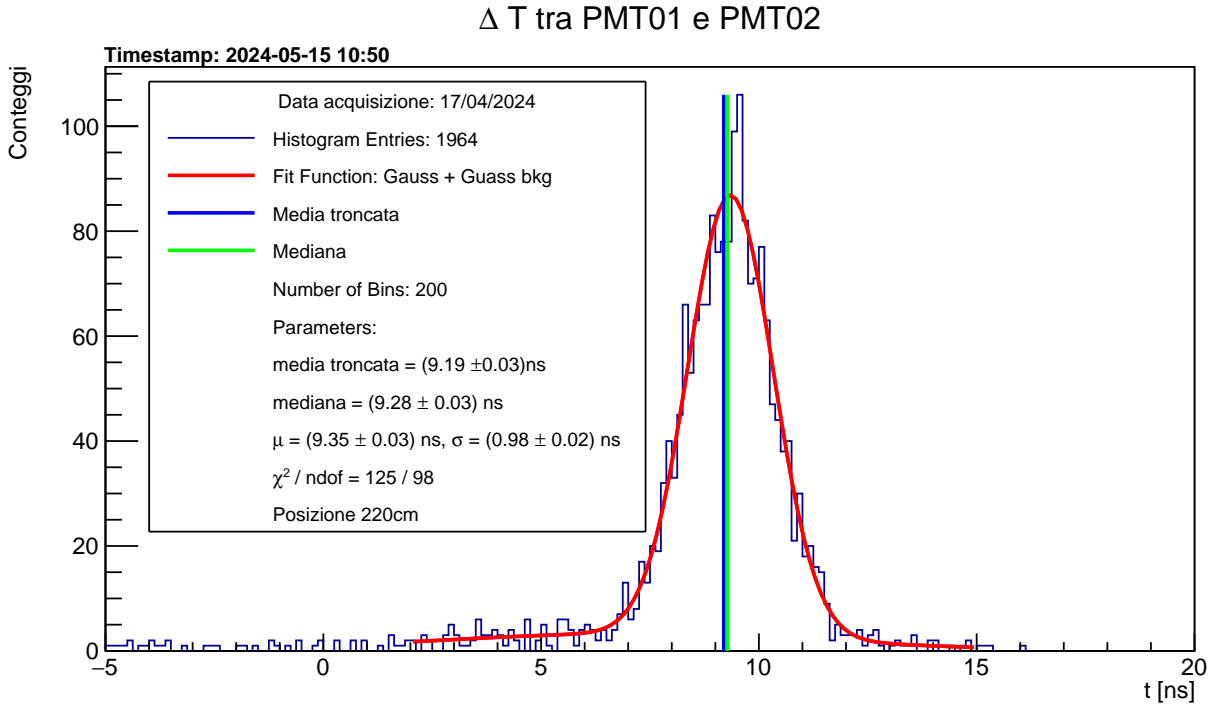


Figure 12.4: $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ con il PMT03 posizionato a $d=220$ cm.

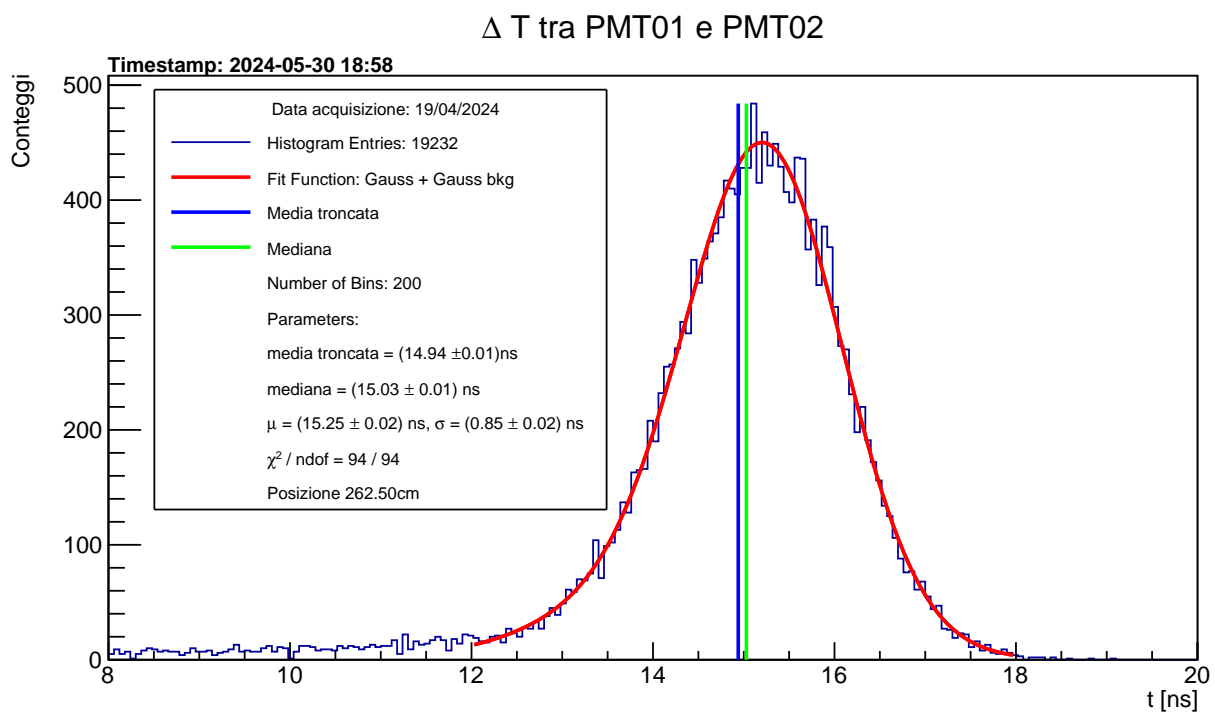


Figure 12.5: $\Delta t_{\text{PMT01-PMT02}}$ con il PMT03 posizionato a $d=262.50\text{cm}$.