Calculo II 21/oct/2020

Bosquejo de demostración: (Regla de la cadena)

Sean $g: I \to \mathbb{R}$ y $f: J \to \mathbb{R}$ funciones tales que $f(J) \subseteq I$, $c \in J$.
Si f es derivable en c y g es derivable en $f(c)$, entonces $g \circ f$ es derivable en c y ademas $(g \circ f)'(c) = g'(f(c))f'(c)$

Sabemos:

$\exists\, \varphi: J \to \mathbb{R}$ continua en c tal que
$f(x) - f(c) = \varphi(x)(x-c)$ para toda $x \in J$
y ademas $\varphi(c) = f'(c)$.

$\exists\, \psi: I \to \mathbb{R}$ continua en ~~todo~~ c tal que
$g(y) - g(f(c)) = \psi(y)(y - f(c))$ para toda $y \in I$
y ademas $\psi(c) = g'(c) \Rightarrow$ continua en $f(c)$

Queremos:

H ??? continua en c ???
$(g \circ f)(x) - (g \circ f)(c) = H(x)(x-c) \quad \forall\, x \in J$???

¿Como contruir una funcion continua H con la información que conocemos?

$\Rightarrow (g \circ f)(x) - (g \circ f)(c) = \psi(y)(y - f(c)) = \psi(y)(\ldots)$
$\Rightarrow (g \circ f)(x) - (g \circ f)(c) = \psi(f(x))(f(x) - f(c)) = \psi(f(x))(\varphi(x)(x-c))$
$\Rightarrow (\psi(f(x))\varphi(x))(x-c)$

PROPONEMOS $H := \underset{c \text{ en } \text{"}c\text{"}}{\overset{\text{c.d. f. c.}}{(\psi \circ f)\varphi}} \rightarrow$ DAR BIEN CADA ARGUMENTO

DAR ARGUMENTO QUE SOSTENTA LO QUE QUEREMOS

$H(c) = ((\psi \circ f)\varphi)(c) = \underbrace{(\psi \circ f)(c)\varphi(c)}_{} = \underbrace{g'(f(c))f'(c)}_{\text{Teorema de caratheodory}}$

$\Rightarrow H(x)(x-c) = (g \circ f)(x) - (g \circ f)(c)$

Teorema: (Derivabilidad de la función inversa)

Sean $f: I \to \mathbb{R}$ es estrictamente monótona y continúa sobre I

Sean $J := f(I)$ y $g: I \to \mathbb{R}$ la inversa de f. Si f es derivable en c y $f'(c) \neq 0$, entonces g es derivable en $f(c)$ y

$$g'(f(c)) = \frac{1}{f'(c)}$$

obtiene ambas propiedades (monótona y continúa sobre I)

BOSQUEJO:

$\exists\, \varphi$: $\quad \varphi(x) \neq 0 \ldots \forall x \in I$

$f(x) - f(c) = \varphi(x)(x-c) \to$ Distinto de 0.

$D\varphi\{x \mid \ldots\}$ Distinta de 0. en todo su dominio

QUEREMOS

ψ ??? continua en $f(c)$

$g(y) - g(f(y)) = \psi(y)(y - f(c))$ para todo $y \in J$????

¿COMO CONSTRUIR LA FUNCION ψ CON LA INFORMACION QUÉ CONOCEMOS

$$g(y) - g(f(c)) = g(f(x)) - g(f(c)) = x - c = \frac{f(x) - f(c)}{\varphi(x)}$$

$$\Rightarrow \frac{y - f(c)}{\varphi(g(y))} = \frac{1}{\varphi(g(y))}(y - f(c)) \quad \forall\, y \in J$$

$\psi(y)(y - f(c))$, luego $\psi := \dfrac{1}{\varphi \circ g}$

$\varphi \circ g \to$ es continua???

CALCULO II

40.– Se derivo usando formulas;

Sea $f(x) := \{$

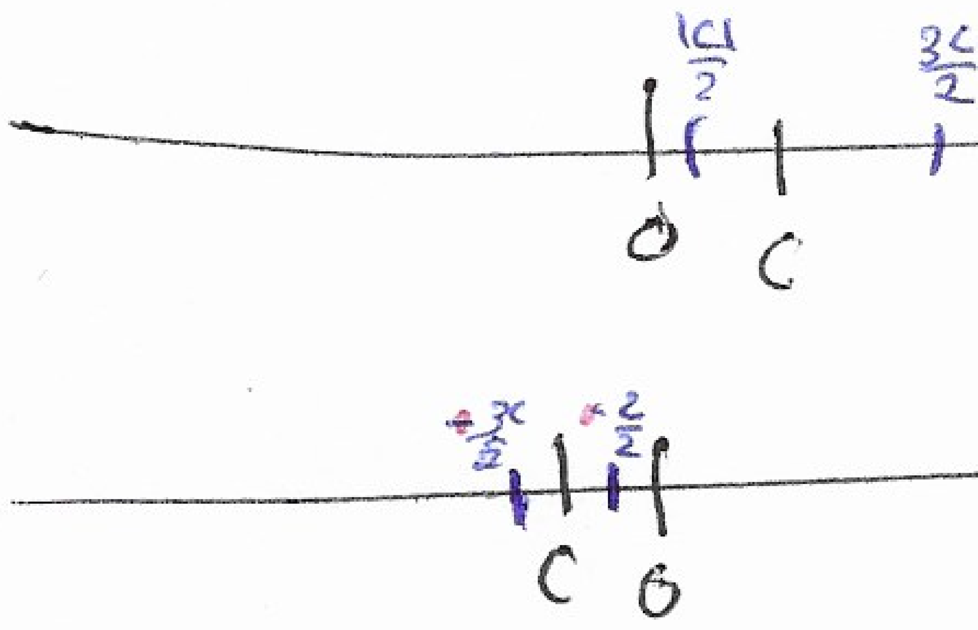
$c > 0$

$c < 0$

Definimos

$c > 0$

$I_T := V(c)$



$V_{\frac{|c|}{2}}\left(\frac{c}{2}, \frac{3c}{2}\right)$

$\frac{|c|}{2} > 0$

$D_f \ (-\infty, 0] \cup [0, +\infty)$

$V_{\frac{|c|}{2}}\left(-\frac{3c}{2}, -\frac{c}{2}\right)$

$I_T := V_{\frac{|c|}{2}}(c)$, $0 \notin V_{\frac{|c|}{2}}(c)$

$V_{\frac{|c|}{2}}(c) = \left(c - \frac{|c|}{2}, c + \frac{|c|}{2}\right)$

Nota: usar intervalos delta vecindad para aislar al punto. así se permite usar los teoremas.

---

x_n, y_n

z_n: $x_1, y_1, x_2, y_2 \ldots, x_n, y_n)$ Es decir z_n intercala ambas sucesiones $\underline{x_n, y_n}$

Teorema de Densidad.

Calculo II 02/10/2020

Si $\lim_{x \to c} f(x) = +\infty$, Entonces la funcion no tiene limite, ¿Por qué?

Porque si el limite existe debe ser un numero real.

Nota: Infinito no es un numero real.

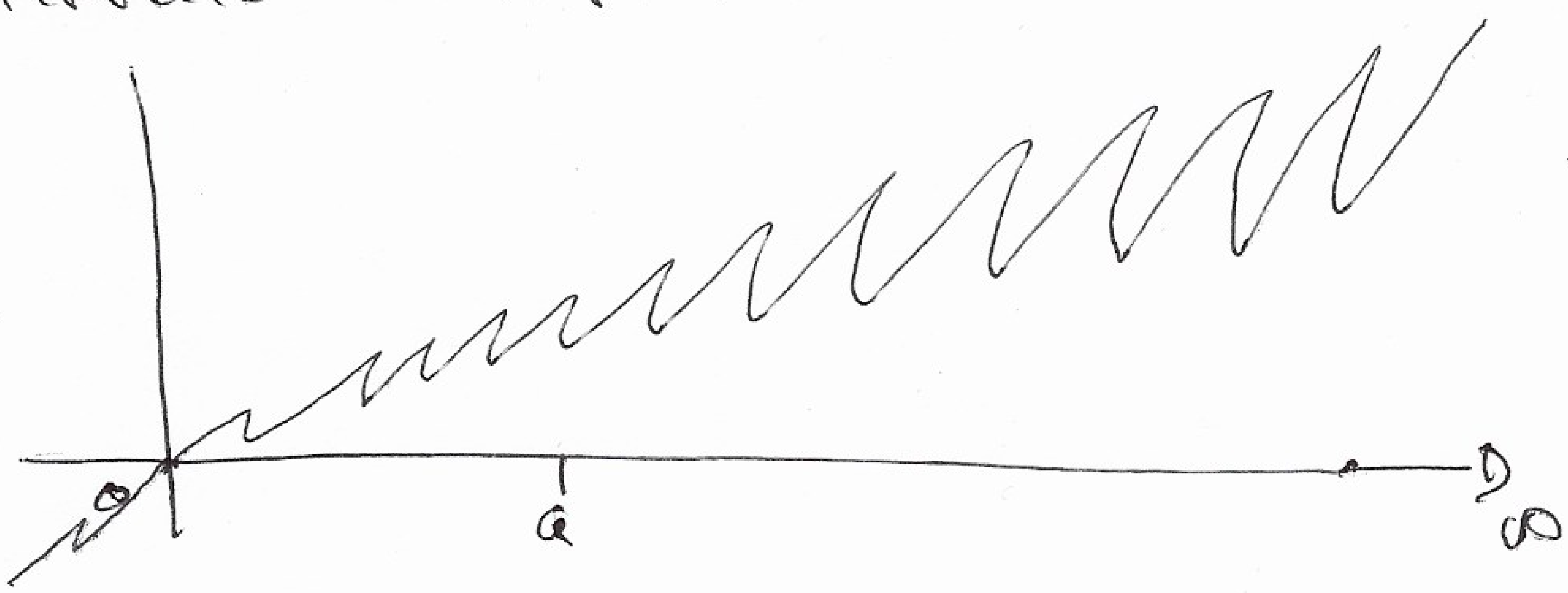
Este tipo de divirgencia se distinge de otras, por ejemplo:

Si $\lim_{x \to c} f(x) = +\infty$, entonces $\lim_{x \to c} \frac{1}{f(x)} = 0$

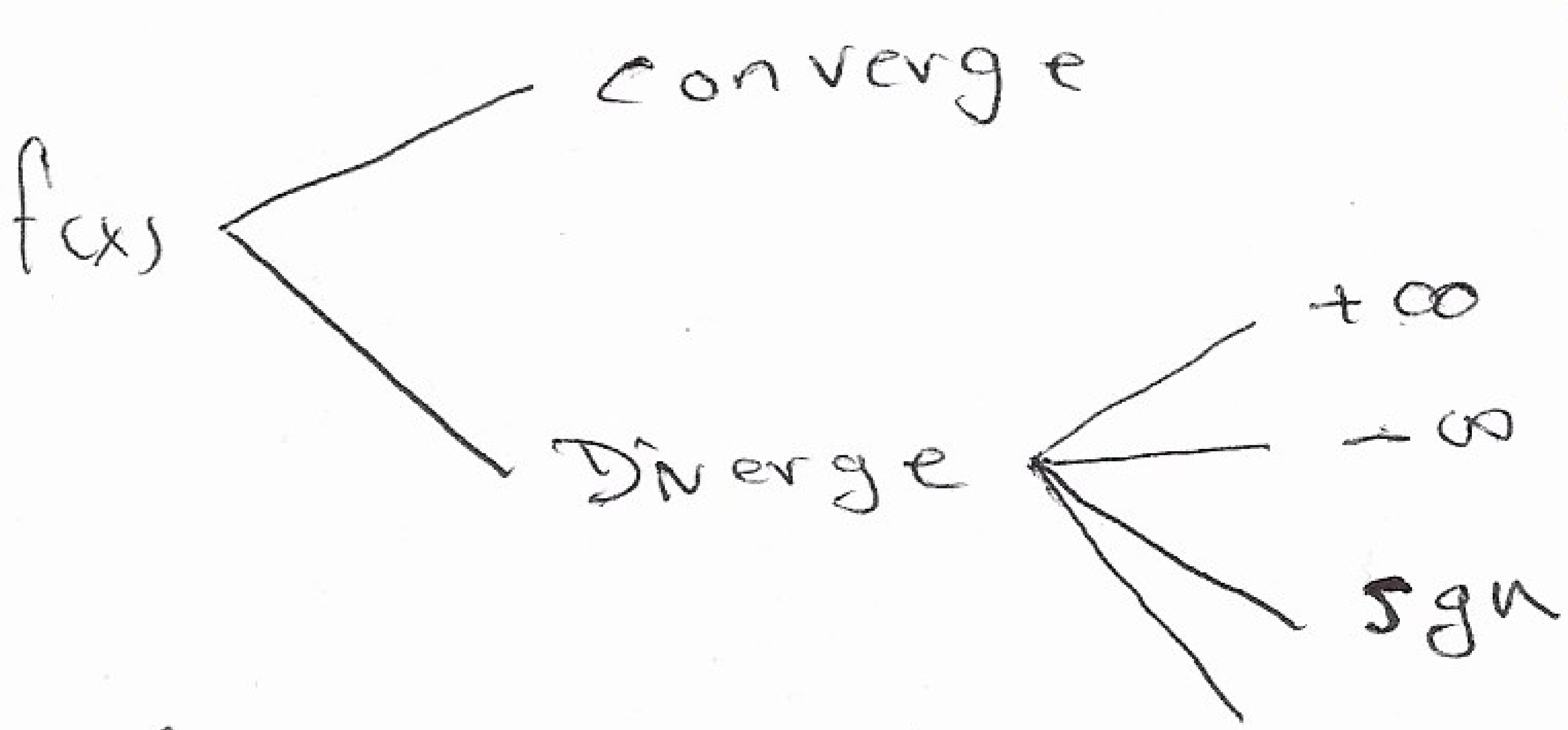
¿Si el limite de f(x) en c es màs infinito, entonces f(x) es creciente?

Nota: concepto de creciente solo es valido en intervalos.

¿Si $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, entonces la funcion es creciente en algún intervalo de la forma $[a, +\infty)$? NO.



$\lim_{x \to \infty} f(x) = +\infty$



Para que sea convergente hay situaciones marcadas, y si no las cumple es divergente.

Decimos que f tiene un limite