

# Métodos sem derivada

André Andriolli Bühler

5 de Outubro de 2015

## Ideia Geral

Muitos problemas práticos que requerem a otimização de funções possuem derivadas que não são conhecidas. Por essa razão foram desenvolvidos métodos sem a utilização da aproximação do gradiente, os DFO (Derivative-free optimization), que utilizam um conjunto de pontos gerado pela função para gerar uma nova iteração. Alguns métodos DFO largamente utilizados são o método da busca direcional (pattern-search) e o método de Nelder-Mead. Os métodos DFO não são tão desenvolvidos quanto os métodos baseados em gradientes, então os algoritmos atuais são efetivos apenas para problemas pequenos e sem restrições. Nosso problema se limita a

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x).$$

## Busca Direcional (Pattern-search)

Ao invés de construir um modelo de  $f$  com base em pontos coletados, o método Busca Direcional olha ao longo de certas direções específicas da iteração atual para achar um ponto que reduza o valor da função objetivo. Se um passo satisfatório é encontrado, desloca-se para o novo ponto e a partir dele busca-se uma nova direção. Caso o contrário, o tamanho do passo ou a direção são alterados.

## Nelder-Mead

Dado um simplex  $S$  com  $n + 1$  vértices, através de uma iteração do algoritmo de Nelder-Mead, buscamos remover o vértice que tenha o maior valor na função objetivo e substituí-lo por um ponto com um menor valor. Tal ponto pode ser obtido refletindo, expandindo ou contraindo o simplex ao longo da linha entre o pior vértice e o centróide dos vértices restantes. Se não conseguirmos encontrar um ponto melhor dessa maneira, nós podemos manter o vértice de melhor valor e mover os outros em direção à esse valor.

## Falha de Nelder-Mead

O método de Nelder-Mead frequentemente falha em convergir para um mínimo local de uma função suave. Nesses casos, a direção de busca se torna ortogonal à direção do gradiente, porém a razão disso não é totalmente compreendida. Iremos ver nesse trabalho alguns exemplos de famílias de funções de duas variáveis onde a convergência ocorre para um ponto não estacionário a uma distância do simplex inicial. Esses exemplos são muito simples mas mostram uma seria deficiência no método, o simplex colapsa ao longo de uma região de descida, uma direção que buscamos normalmente.

## Referências

- Numerical Optimization. Jorge Nocedal e Stephen J. Wright. Springer, 2006.
- McKinnon, K.I.M. (1999). "Convergence of the Nelder–Mead simplex method to a non-stationary point". SIAM J Optimization 9: 148–158