CM201 - Exercícios de Integrais

1. Calcule as seguintes integrais:

   (a) $\int (3x^4 - x^2)\mathrm{d}x$

   (b) $\int (a\cos x + b\sin x)\mathrm{d}x$

   (c) $\int \left(3\sqrt{x} - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$

   (d) $\int (x^2 - 1)\sqrt{x}\mathrm{d}x$

   (e) $\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2}\mathrm{d}x$

   (f) $\int \frac{x + 1}{x^3}\mathrm{d}x$

   (g) $\int_{-1}^{1} \mathrm{d}x$

   (h) $\int_{1}^{2} \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x$

   (i) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x\mathrm{d}x$

   (j) $\int_{0}^{3} \left(5 + 2x - \frac{1}{2}x^2\right)\mathrm{d}x$

   (k) $\int_{0}^{1} e^{-x}\mathrm{d}x$

   (l) $\int_{1}^{9} \left(\sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}}\right)\mathrm{d}x$

2. Calcule as seguintes integrais (Método da Substituição)

   (a) $\int x e^{x^2+2}\mathrm{d}x$

   (b) $\int \frac{(\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x$

   (c) $\int \frac{x}{x+1}\mathrm{d}x$

   (d) $\int (2x + 6)^5\mathrm{d}x$

   (e) $\int 3x\sqrt{x^2 + 8}\mathrm{d}x$

   (f) $\int (\sec^2 x)(\sin x)\mathrm{d}x$

   (g) $\int_{e}^{e^2} \frac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x$

3. Calcule as seguintes integrais (por partes)

   (a) $\int 2x e^{3x}\mathrm{d}x$

   (b) $\int \ln x\mathrm{d}x$

   (c) $\int x^2\cos x\mathrm{d}x$

   (d) $\int_{0}^{\ln 2} x e^{2x}\mathrm{d}x$

   (e) $\int_{-1}^{1} x\cos(\pi x)\mathrm{d}x$

   (f) $\int_{1}^{e} \frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x$

4. Resolva as seguintes integras.

(a) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x+2}}\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int x^3 e^{x^2}\mathrm{d}x$

(c) $\displaystyle\int x^3(x^2-1)^6\mathrm{d}x$

5. Calcule a área da região limitada pelas curvas $y = x^2 + 1$ e $y = 2x - 2$ entre $x = -1$ e $x = 2$.

6. Calcule a área da região limitada pelas curvas $y = x^2 - 5x + 6$ e $y = 6 - 2x$.

7. Uma árvore for transplantada e e sua taxa de crescimento após x anos é de $1 + \dfrac{1}{(x+1)^2}$ metros por ano. Após 2 anos, alcançou 5 metros de altura. Qual a sua altura quando foi transplantada.

8. Um estudo indica que, daqui a x meses, a população de determinada cidade crescerá a uma a taxa de $2 + 6\sqrt{x}$ pessoas por mês. Qual será o aumento da população nos próximos quatro meses?

9. O número de bactérias presentes em uma certa cultura experimental após t minutos cresce a uma taxa $Q(t) = 2000e^{0.05t}$. Qual era o número de bactérias presentes durante os cinco primeiros minutos da experiência?

10. Estima-se que, daqui a t meses, a população de uma certa cidade variará à taxa de $4+5\sqrt[3]{t^2}$ pessoas por mês. Se a população atual é de 10.000 pessoas, qual será a população daqui a 8 meses?

11. O preço de uma TV é R$ 400,00. Estima-se que, daqui a x semanas, o preço variará a uma taxa de $0.2 + 0.03x^2$ reais por semana. Quanto custará a TV daqui a 10 semanas?

12. Um estudo indica que daqui a t anos, o nível de CO_2 no ar variará $0.1t + 0.1$ ppm (partes por milhão) por ano. Se o nível atual de CO_2 no ar é de 3.4 ppm, qual será o nível daqui a 3 anos?

Gabarito

1. (a) $\frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + C$
   (b) $a\sin x - b\cos x + C$
   (c) $2x^{3/2} + \frac{1}{x^2} + \ln x + C$
   (d) $\frac{2}{7}x^{7/2} - \frac{2}{3}x^{3/2} + C$
   (e) $x + 2\ln x - \frac{1}{x} + C$
   (f) $-\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$
   (g) 2
   (h) $\frac{1}{2}$
   (i) 2
   (j) $\frac{39}{2}$
   (k) $\frac{e-1}{e}$
   (l) $\frac{40}{3}$

2. (a) $\frac{1}{2}e^{x^2+2} + C$
   (b) $\dfrac{(\ln x)^3}{3} + C$
   (c) $x + 1 - \ln(x+1) + C$
   (d) $\frac{(2x+6)^6}{12} + C$
   (e) $(x^2+8)^{3/2} + C$
   (f) $\sec x + C$
   (g) $\ln 2$

3.

(a) $\frac{2}{3}xe^{3x} - \frac{2}{9}e^{3x}$

(b) $x\ln x - x + C$

(c) $x^2 \sin x + 2x\cos x - 2\sin x + C$

(d) $2\ln 2 - \frac{3}{4}$ (Tem que usar propriedades do ln pra chegar nesse valor.

(e) 0

(f) $1 - 2e^{-1}$

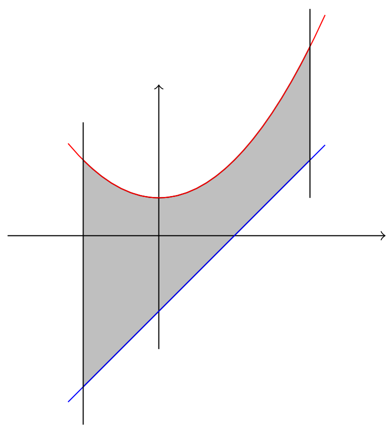
4. (a) $\frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}} - 4\sqrt{x+2} + C$

(b) $\frac{(x^2-1)}{2}e^{x^2} + C$

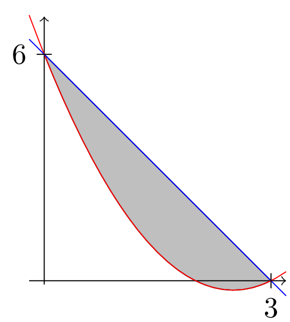
(c) $\frac{(x^2-1)^8}{16} + \frac{(x^2-1)^7}{14} + C$

2

5. A $= 9$



6. $A = \frac{9}{2}$



7.

$$h(x) = \int \left(1 + \frac{1}{(x+1)^2}\right) \mathrm{d}x = x - \frac{1}{x+1} + C$$

Pelo enunciado, $h(2) = 5$, então

$$h(2) = 2 - \frac{1}{3} + C = 5 \Rightarrow C = \frac{10}{3}$$

A altura inicial é

$$h(0) = -1 + \frac{10}{3} = \frac{7}{3}.$$

8. Aumento de 40 pessoas.

9.
$$\int_0^5 2000e^{0.05t}\mathrm{d}t \approx 11361$$

10.
$$\Delta P = \int_0^8 (4+5\sqrt[3]{t^2})\mathrm{d}t = [4t+3t^{5/3}]\Big|_0^8 = 128$$
$$P = 10000 + \Delta P = 10000 + 10128$$

11.
$$\Delta C = \int_0^{10} (0.2+0.03x^2)\mathrm{d}x = [0.2x+0.01x^3]\Big|_0^{10} = 12$$
$$C = 400 + 12 = 412$$

12.
$$\Delta N = \int_0^3 (0.1t+0.1)\mathrm{d}t = 0.1\left(\frac{t^2}{2}+t\right)\Big|_0^3 = 0.75$$
$$N = 3.4 + 0.75 = 4.15$$