

Modelagem de Quantidade de Medicamento no Sangue

Projeto de CM201 - Cálculo Diferencial e Integral I

Introdução

A modelagem é uma das principais ferramentas matemáticas para lidar com problemas aplicados. Ela é uma simplificação de uma problema real de uma maneira tratável. Neste projeto veremos um exemplo de modelagem para a ingestão de medicamentos, e uma maneira de usar esta modelagem.

Atenção: Esta modelagem é instrutiva. Não tome remédios sem o conhecimento do seu médico, e leia a bula.

Ingestão de um medicamento

Vamos considerar que a quantidade de um certo medicamento no sangue t horas depois se sua ingestão segue uma equação

$$Q(t) = Q_0 r t e^{-rt+1},$$

onde C_0 e r são parâmetros positivos de dependem do medicamento. Os medicamentos controlados pelo governo são liberados em quantidades razoavelmente seguras para consumo, e com recomendações de ingestão, detalhadas na bula do medicamento, sobre a posologia, isto é, quanto tomar, e com que frequência. Alguns medicamentos, por exemplo, podem ser ingeridos a cada 8 horas, 1 comprimido cada vez. O paciente, no entanto, pode escolher não seguir essa posologia, e ingerir uma quantidade maior de medicamento, ou ainda tomar uma segunda dose num intervalo menor que o recomendado, por esse motivo, a quantidade de medicamento numa “dose” não pode ser muito grande. Por outro lado, uma dose muito pequeno do medicamento não irá surtir o efeito desejado. A partir dessa suposições e parâmetros, a indústria farmacéutica pode escolher as melhores quantidades de uma droga, e o governo pode regular a segurança da ingestão dessa droga.

Perguntas

Com base no modelo apresentado acima, responda às perguntas abaixo. Os detalhes para a submissão do trabalho estão no capítulo seguinte. Leia todo este projeto antes de resolver qualquer questão, para que não haja dúvidas na sua execução.

1. Faça o gráfico **manualmente** da função Q no domínio $x \geq 0$. Encontre os seus intervalos de crescimento e decrescimento, seus pontos críticos, sua concavidade, assíntota, e tudo mais que for necessário para fazer um esboço interessante.
2. Utilize o software **Julia** para fazer o gráfico da função Q , para alguns valores de C_0 e r .
3. Encontre uma função S que descreve a ingestão de duas doses de uma droga do tipo descrito acima, sendo que a primeira dose acontece no momento $t = 0$, e a segunda no momento $t = T$, isto é, a segunda acontece T horas depois da primeira. (Dica: Perceba que até $t < T$, somente a primeira dose faz efeito, e que em $t = T$ a segunda começa a fazer efeito.)
4. Faça gráficos no Julia para alguns valores de C_0 , r e T da função S acima.

5. Encontre **manualmente** o máximo global da função S no intervalo $[0, \infty)$, em função de r e T (C_0 não influencia em nada).
6. Implemente o **método da bissecção** que encontre o zero de uma equação $f(x) = 0$, dados a e b tais que $f(a)$ e $f(b)$ tem sinais diferentes. (Dica: Este método é uma aplicação do Teorema do Valor Intermediário, que vimos em sala, inclusive já comentei sobre ele.)
7. Implemente uma função em Julia que recebe um limite L , e encontra qual o T mínimo em que é seguro ingerir a segunda dose, pois o máximo de quantidade da droga no sangue será menor que L . Teste com valores diferentes de r , C_0 e L , e faça gráficos. (Dica: Use a equação para o máximo e o método de bissecção.)

Detalhes do projeto

Atente-se a cada item abaixo.

- O projeto é para grupos de 4-6 pessoas.
- A entrega do projeto é para 27 de Junho de 2016, até 15h00. Em outras palavras, na aula desse dia.
- Não serão aceitas submissões com atraso. Verifique seus anexos, texto, referências, e tudo mais com antecedência.

Detalhes do desenvolvimento

Atente-se a cada item abaixo.

- Explique todo o desenvolvimento do projeto. Resultados “mágicos”, sem suporte teórico ou computacional serão desconsiderados.
- A parte manual do projeto deve ser feita numa folha almaço ou sulfite.
- A parte computacional do projeto deve ser enviada por e-mail.
- Todos os resultados computacionais devem ser **referenciados**, por exemplo, “esta imagem foi gerada pela função *tal* do arquivo *tal*”.
- A parte escrita do projeto deve ser feita em \LaTeX , que deve incluir as equações importantes, como a função S , e a fórmula do máximo, assim como os gráficos, e a explicação do projeto. As partes manuais (itens 1 e 5) são entregues separadamente.

Referência técnica

Julia

Julia é uma linguagem de programação (<http://julialang.org/>) que pode ser instalada em qualquer computador. Os alunos podem utilizar também o laboratório LAMIND, no PC13, que

já contém o Julia instalado. O horário de funcionamento está disponível aqui (<https://github.com/ufpr-lamind/tutoriais/blob/master/horario.md>).

Para fazer gráficos no Julia, instale o pacote `Plots` e o `GR`. Os comandos abaixo instalam esses pacotes:

```
Pkg.add("Plots")
Pkg.add("GR")
```

Um exemplo de uso do `Plots` é

```
using Plots

x = linspace(0, 3, 100)
y = sin(x)
plot(x, y)
png("ex1")

y = x.^3 - x
plot(x, y)
png("ex2")
```

Esse código gera duas imagens, `ex1.png` e `ex2.png` com os gráficos de $\sin(x)$ e $x^3 - x$ no intervalo $[0, 3]$.

L^AT_EX

L^AT_EX é uma linguagem de marcação, e é a principal usada no meio acadêmico de exatas. Ela gera documentos bonitos e bem formatados, com pouco esforço do usuário.

Entrem no <http://sharelatex.com/>, criem uma conta e criem um projeto simples. O próprio sharelatex tem uma documentação bem extensa, então não há muita dificuldade em aprender. Vocês podem ver este post também onde falo rapidamente do mínimo pra funcionar: <http://abelsiqueira.github.io/blog/sharelatex-e-o-basico-do-cabecalho/>.