

Região de Confiança - Steihaug

Francine Luise Milian Ribas

6 de Outubro de 2015

O método proposto por Steihaug é baseado no método de gradientes conjugados para encontrar uma solução aproximada do problema região de confiança. Pode ser considerado uma generalização do método dogleg. A otimização irrestrita de uma função suave de várias variáveis são problemas que geralmente conhecidos como problemas de otimização em larga escala e ocorrem frequentemente, por exemplo, no projeto estrutural e no método dos elementos finitos para equações diferenciais parciais não-lineares.

Desde que a função é suave, o mínimo local é achado nos pontos estacionários, ou seja, nos zeros do gradiente. Algoritmos baseados no método de Newton ou variações como os métodos quase-Newton para achar o ponto que zera o gradiente. Para prolongar a região de convergência os métodos precisam ser modificados. A modificação mais familiar é a abordagem de busca de linha onde uma direção p é calculada seguida por uma busca a um minimizador local aproximado ao longo da linha definida pela direção p . Outra alternativa é baseada na observação de que os métodos quase-Newton modelam a função por uma aproximação quadrática em torno da iteração atual. A quadrática é exata apenas na vizinhança da iteração atual e a nova iteração é escolhida para ser um minimizador aproximado da quadrática forçada a estar na região onde se confia a aproximação.

Seja,

$$\varphi(p) = g(x)^T p + \frac{1}{2} p^T B p,$$

onde B é uma matriz simétrica real $n \times n$ e $g(x)$ o gradiente da função.

O problema de região de confiança é achar $p(\delta)$ de modo que

$$\varphi(p(\delta)) = \min\{\varphi(p) : \|p\|_C \leq \delta\}$$

onde

$$\|p\|_C^2 = p^T C p,$$

e C é uma matriz simétrica definida positiva.

Para o algoritmo básico foram incluídas três regras de terminação no algoritmo dos Gradientes Conjugados. Posteriormente é considerado o problema de região de confiança

$$\min\{\varphi(p) : \|p\|_C \leq \delta\},$$

onde φ foi definido anteriormente e é usada a norma ponderada

$$\|p\|_C = (p, C p)^{1/2}.$$

Referências

- [1] T. Steihaug, The Conjugate Gradient Method and Trust Regions in Large Scale Optimization
- [2] A. A. Ribeiro, E. W. Karas, Otimização Contínua: Aspectos teóricos e computacionais.