

# Lista 1: Cálculo em várias variáveis reais

A. Ramos \*

March 13, 2019

## Abstract

**Lista em constante atualização.**

1. Vetores, geometria do espaço;
2. Superfícies, coordenadas esféricas e cilíndricas.

## 1 Exercícios

Faça do livro texto <sup>1</sup>, os seguintes exercícios.

### 1.1 Vetores, geometria do espaço, superfícies, coordenadas cilíndricas e esféricas

1. Capítulo 12.1: 7, 12, 19, 29, 31, 34, 36, 41, 42;
2. Capítulo 12.2: 27, 29, 36, 37, 44;
3. Capítulo 12.3: 19, 41, 52, 53;
4. Capítulo 12.4: 9, 10, 11, 31, 33, 38;
5. Capítulo 12.5: Exemplo 3, Exemplo 7, 5, 13, 30, 35, 41, 45, 54, 60, 69, 74;
6. Capítulo 12.6: Exemplo 5, Exemplo 6, Exemplo 8, 19, 21, 42, 44, 48;
7. Capítulo 12.7: Exemplo 3, Exemplo 7, 9, 13, 35, 41, 55, 65;
8. Problemas quentes: 1, 5.

### 1.2 Exercícios adicionais

1. Seja  $K$  o sólido limitado por o plano  $\mathcal{P} : x - y + 4 = 0$ , por o cilindro  $x^2 + z^2 = 4$  e o plano XZ. Encontre uma parametrização da parte do plano dentro do cilindro.  
*Rpta*  $\vec{r} : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , definido por  $\vec{r}(y, z) = (z/2, y, z)$  onde  $D = \{(y, z) : y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0\}$ .
2. Seja  $K$  o sólido limitado por o cone  $y = 2\sqrt{x^2 + z^2}$  e o plano  $x + y = 3$ . Encontre uma parametrização da parte do plano dentro do cone.  
*Rpta*  $\vec{r} : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , definido por  $\vec{r}(x, z) = (x, 3 - z, z)$  onde  $D = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{3} + \frac{(z+1)^2}{4} \leq 9, z \geq 1\}$ .
3. Considere  $K$  o sólido limitado por o parabolóide  $y = x^2 + z^2$ , e o plano  $y = 4$ . Escreva o sólido em coordenadas cilíndricas . *Rpta*  $K = \{(r, \theta, y) : r^2 \leq y \leq 4, 0 \leq r \leq 2, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ .
4. Considere  $K$  o sólido limitado por o cilindro  $S_1 : x^2 + y^2 - 2x - 2y = -1$ , o parabolóide  $S_2 : x^2 + y^2 + 2z = 8$ , e o plano  $z = 0$ . Escreva o sólido em coordenadas cilíndricas .  
*Rpta*  $K = \{(r, \theta, z) : 0 \leq z \leq 3 - r(\cos \theta + \sin \theta) - r^2/2, 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ .

---

\*Department of Mathematics, Federal University of Paraná, PR, Brazil. Email: [albertoramos@ufpr.br](mailto:albertoramos@ufpr.br).

<sup>1</sup>Livro texto: Cálculo. Volume II. *J. Stewart*, 5 edição.

5. Considere  $K$  o sólido limitado por a esfera  $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ , e por cima do parabolóide  $S_2 : x^2 + y^2 = z$ , e o plano  $z = 0$ . Escreva o sólido em coordenadas esféricas.

*Rpta* O sólido  $K$  está formado por duas partes, assim temos que

$$K = \{(\rho, \theta, \phi) : 0 \leq \rho \leq 2 \cos \phi, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\} \cup \{(\rho, \theta, \phi) : 0 \leq \rho \leq \frac{\cos \phi}{\sin^2 \phi}, \frac{\pi}{4} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}.$$

6. Considere  $K$  o sólido limitado por as esferas  $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 4$  e  $S_2 : x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$ . Escreva o sólido em coordenadas esféricas.

*Rpta* O sólido  $K$  está formado por duas partes, assim temos que

$$K = \{(\rho, \theta, \phi) : 0 \leq \rho \leq 2, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{3}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\} \cup \{(\rho, \theta, \phi) : 0 \leq \rho \leq 4, \frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}.$$