

## Método dos Gradientes Conjugados

Neste trabalho será apresentado o Método dos Gradientes Conjugados para minimizar uma função real de varias variáveis. Será visto apenas o Método dos Gradientes Conjugados Lineares, porém existem aplicações para funções não-lineares também.

O método dos Gradientes Conjugados (GC) foi desenvolvido por Hestenes e Stiefel. Originalmente ele foi desenvolvido como um método direto projetado para resolver sistemas lineares com matrizes de coeficientes simétricos definidas positiva de tamanho  $n \times n$ . Um sistema de  $n$  equações e  $n$  incógnitas tem solução em  $n$  iterações.

Como é um método direto, ele é inferior a eliminação Gaussiana com pivô, mas ambos requerem  $n$  iterações para determinar a solução, porém as iterações do método dos GC são mais caros computacionalmente que o da eliminação Gaussiana.

Entretanto, o método dos GC é útil quando utilizado como um método iterativo de aproximação para solucionar grandes sistemas esparsos com as entradas não zeros ocorrendo em padrões pré-determinados. Quando as matrizes são preconditionadas para tornar os cálculos mais efetivos, bons resultados são obtidos em apenas cerca de  $\sqrt{n}$  iterações. Empregado desta maneira, o método dos GC é preferido sobre outros métodos iterativos.

O método consiste basicamente de que cada nova direção do GC é uma combinação linear de resíduo corrente com a direção anterior. O GC é o método das direções conjugadas que consiste na seleção de sucessivos vetores direção como uma versão conjugada dos sucessivos gradientes encontrados ao longo do processo de solução.

Para uma dada aproximação inicial  $x^0$  para a solução do sistema  $Ax = b$ , o processo iterativo do método dos GC é dado por:

$$\begin{aligned} r^k &= b - Ax^k \\ \alpha_k &= \frac{\nabla f(d^k)^T d^k}{(d^k)^T A d^k} \\ x^{k+1} &= x^k + \alpha_k d^k \end{aligned}$$

O principal objetivo é obter uma convergência mais rápida que outros métodos e reduzir o custo computacional com relação ao Método de Newton, por exemplo, por não fazer uso de derivadas segundas.

Serão realizados testes numéricos e os gráficos de perfil de desempenho. Para estes testes será utilizado a ferramenta de programação **Julia**.

Palavras-chave: otimização, gradientes conjugados, método computacional.

## Referências Bibliográficas

- Numerical Optimization. Jorge Nocedal e Stephen J. Wright. Springer, 2a edição, 2006.
- Matrix Computations. Gene H. Golub e Charles F. Van Loan. Johns Hopkins University Press, 4a edição, 2013.
- Numerical Analysis. Richard L. Burden e J. Douglas Faires. Cengage Learning, 9a edição, 2011.