UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

HEURÍSTICA Y OPTIMIZACIÓN

Práctica: Programación Lineal

Autores
ALBERTO VILLANUEVA NIETO 100374691
CRISTIAN CABRERA PINTO 100363778

19 de diciembre de 2018

Índice

1. Intorducción

Este documento está destinado a la explicación de los contenidos de la práctica. Esta práctica se divide en tres partes, dos partes obligatorias y una parte opcional. La primera parte se trata de un problema de satisfabilidad lógica en el cual hay que colocar a un personaje y unas serpientes en un mapa cumpliendo una serie de restricciones, para ello se explica la modelización que se ha llevado a cabo y un pequeño análisis de los resultados que se han obtenido. La segunda y tercera parte consiste en una búsqueda heurística en la que un personaje tiene que coger las llaves de un mapa, evitando las serpientes, para poder llegar a la salida. Para ello se explican la modelización que se ha llevado a cabo, las heurísticas desarrolladas y un análisis de los resultados.

2. Satisfabilidad lógica

2.1. Modelización

2.1.1. Variables

- Ah : Al se encuentra en el hueco h.
- Snh: La serpiente n se encuentra en el hueco h.

2.1.2. Cláusulas

Para el cumplimiento de la restricción de que Al y las serpientes se encuentren tan solo en lo huecos vacíos se ha trabajado solo sobre esos huecos no teniendo en cuenta ni las paredes ni las llaves ni las rocas ni la salida.
Para aclarar las siguientes cláusulas se explicaran una serie de términos:

- H: Conjunto de todos los huecos sobre los que se iterará con la forma (i, j). Siendo i las filas y j las columnas.
- h1 y h2: Hueco en el que se encuentren tanto Al como las serpientes.
- h1,i : Fila i del hueco h1. Para h2.i tiene el mismo significado.
- h1,j: Columna j del hueco h1. Para h2,j tiene el mismo significado.
- N: Conjunto de las serpientes que hay

Un hueco por personaje
Aunque no aparece en el enunciado otra restricción que nos encotramos es que no puede haber más de un personaje en el mismo hueco. Para tratar esa restricción se crea la siguiente cláusula en la que tan solo está implicado Al (el personaje):

$$A_{h_1} \implies \bigwedge_{h_2}^{H} \neg A_{h_2}; h_1 \neq h_2; \forall h_1 \in H$$

Esta cláusula es una implicación que itera sobre todos los huecos del mapa y significa que si Al esta el el hueco h1 no puede haber otro al en el mismo hueco pero si en otro. Además los huecos en los que esté el personaje debe pertenece al conjunto de todos los huecos del mapa.

Como es una implicación no está en forma normal conjuntiva (CNF) por lo que se aplican fórmulas lógicas para llegar a ello, obteniendo la siguiente expresión para las cláusulas:

$$\bigwedge_{h_2}^{H}(\neg A_{h_1} \vee \neg A_{h_2}); h_1 \neq h_2; \forall h_1 \in H$$

Un hueco por serpiente
Otra restricción que nos podemos encontrar es que no puede haber más de una serpiente en el mismo hueco. Para tratar esa restricción se crea la siguiente cláusula en la que están implicadas las serpientes:

$$S_{n,h_1} \implies \bigwedge_{h_2}^{H} \neg S_{n,h_2}; h_1 \neq h_2; \forall h_1 \in H; \forall n \in N$$

Esta cláusula es una implicación que itera sobre todos los huecos del mapa y significa que si la serpiente n está en el hueco h1 esta no puede estar en el hueco h2. Además los huecos en los que se encuentre la serpiente tiene que pertenecer al conjunto de huecos del mapa y la serpiente n tiene que pertenecer al conjunto de valores entre 0 y N-1. Pero para poder resolver el problema de satisfabilidad la cláusula tiene que estar en forma normal conjuntiva (CNF), de modo que el conjunto de cláusulas quedaría de la siguiente forma:

$$\bigwedge_{h_2}^{H}(\neg S_{n,h_1} \vee \neg S_{n,h_2}); h_1 \neq h_2; \forall h_1 \in H; \forall n \in N$$

Una serpiente por fila
Otra restricción que nos aparece en el enunciado es que tan solo puede haber una serpiente por fila. Para tratarla hemos llevado a cabo la siguiente cláusula:

$$S_{n,h_1} \implies \bigwedge_{h_2}^{H} \neg S_{m,h_2}; h_1.fila \neq h_2.fila; n \neq m; \forall h_1 \in H; \forall n, m \in N$$

Esta cláusula es una implicación que itera sobre todos los huecos del mapa y significa que si la serpiente n está en el hueco h1 con fila i entonces no puede haber otra serpiente m en un hueco h2 en la misma fila i. Los huecos en los que se encuentre la serpiente tiene que pertenecer al conjunto de huecos del mapa y las serpientes n y m tiene que pertenecer al conjunto de valores entre 0 y N-1. Pero para poder resolver el problema de satisfabilidad la cláusula tiene que estar en forma normal conjuntiva (CNF), de modo que el conjunto de cláusulas quedaría de la siguiente forma:

$$\bigwedge_{h_2}^{H}(\neg S_{n,h_1} \vee \neg S_{m,h_2}); h_1.fila \neq h_2.fila; n \neq m; \forall h_1 \in H; \forall n, m \in N$$

Columna de la serpiente distinta a la columna de Al
También nos podemos encontrar otra restricción en el enunciado que nos indica que una serpiente no puede estar en la misma columna que Al. Para ello hemos modelado la siguiente cláusula:

$$A_{h_1} \implies \bigwedge_{h_2}^{H} \neg S_{n,h_2}; h_1.columna = h_2.columna; \forall h_1 \in H; \forall n, m \in N$$

Esta cláusula itera sobre todos lo huecos del mapa y significa que si Al está en el hueco h1 con valor de columna j no puede haber una serpiente n (con valores entre 0 y N-1) en un hueco h2 en

la misma columna j. Los huecos en los que se encuentra Al y las serpientes pertenecen al conjunto de huecos del mapa. Para poder aplicar la resolución de satisfabilidad lógica las cláusulas tienen que estar en forma normal conjuntiva (CNF), de modo que el conjunto de cláusulas quedaría de la siguiente forma:

$$\bigwedge_{h_2}^{H}(\neg A_{h_1} \vee \neg S_{n,h_2}); h_1.columna = h_2.columna; \forall h_1 \in H; \forall n, m \in N$$

Fila de la serpiente distinta a la fila de Al
También nos podemos encontrar otra restricción en el enunciado que nos indica que una serpiente no puede estar en la misma fila que Al. Para ello hemos modelado la siguiente cláusula:

$$A_{h_1} \implies \bigwedge_{h_2}^{H} \neg S_{n,h_2}; h_1.fila = h_2.fila; \forall h_1 \in H; \forall n \in N$$

Esta cláusula itera sobre todos lo huecos del mapa y significa que si Al está en el hueco h1 con valor de fila i no puede haber una serpiente n (con valores entre 0 y N-1) en un hueco h2 en la misma fila i. Los huecos en los que se encuentra Al y las serpientes pertenecen al conjunto de huecos del mapa. Para poder aplicar la resolución de satisfabilidad lógica las cláusulas tienen que estar en forma normal conjuntiva (CNF), de modo que el conjunto de cláusulas quedaría de la siguiente forma:

$$\bigwedge_{h_2}^{H}(\neg A_{h_1} \vee \neg S_{n,h_2}); h_1.fila = h_2.fila; \forall h_1 \in H; \forall n \in N$$

Un único personaje en el mapa
Esta restricción no aparece de forma explicita en el enunciado pero es evidente que tan solo puede haber un Al en el mapa de juego, por ello se ha modelizado la siguiente cláusula para controlarlo:

$$\bigvee_{h}^{H} A_h; \forall h \in H$$

Está es una única cláusula sobre todos los posibles huecos en los que puede estar Al para que tan solo haya un Al en el mapa.

N serpientes en el mapa
Esta restricción no aparece de forma explicita en el enunciado pero es evidente que tan solo puede haber N serpiente en todo el mapa, pare ello se ha modelizado la siguiente cláusula para controlarlo:

$$\bigvee_{h}^{H} S_{n,h}; \forall h \in H; \forall n \in N$$

Esta cláusula hace que para las n serpientes se compruebe que no hay más de N serpientes en todo el mapa.

2.2. Evaluación

	Tamaño	Serpientes	Tiempo	Resultado
Mapa 1	5x10	1	0.06 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al
Mapa 1	5x10	2	0.07 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al
Mapa 1	5x10	3	0.1 s	No satisfacible
Mapa 2	7x12	1	0.07 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al
Mapa 2	7x12	3	0.09 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al
Mapa 2	7x12	5	0.9 s	SNo satisfacible
Mapa 3	10x17	1	0.1 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al
Mapa 3	10x17	5	0.18 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al
Mapa 3	10x17	7	0.17 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al
Mapa 4	17x25	1	0.22 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al
Mapa 4	17x25	4	0.34 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al
Mapa 4	17x25	8	0.54 s	Se colocan correctamente las serpientes y Al

Con la tabla anterior podemos comprobar que:

- Dentro de un mismo mapa a mayor número de serpientes mayor es el tiempo que tarda en encontrar una solución esto es debido a que el número de nodos que tiene que expandir para la búsqueda de la solución es mayor. Este tiempo que tarda en encontrar una solución para un mismo mapa también se ve afectado por el tamaño del mapa puesto que a mayor tamaño mayor es la diferencia de tiempos que podemos encontrar dentro de un mismo mapa debido a que tiene que recorrer más columnas para cumplir con la restricción de que no haya más de una serpiente en la fila y que la serpiente no se encuentre en la misma columna que Al.

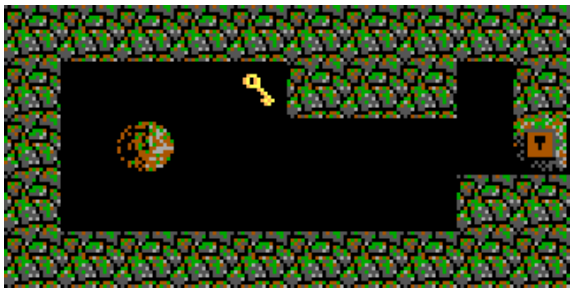
- En mapas distintos para el mismo caso también podemos comprobar que el tiempo que tarda en encontrar una solución es mayor y esto también es debido a la cantidad de nodos que tiene que expandir para encontrar la solución satisfacible.

- También podemos comprobar que a partir de cierto tamaño de mapa si hacemos que el número de serpientes a colocar sea mayor que el número de filas en las que se pueden colocar el programa tarda demasiado tiempo en determinar que el problema no es satisfacible, esto es debido a que tiene que realizar todas las combinaciones posibles para establecer un modelo y si el mapa es demasiado grande con gran cantidad de huecos en los que colocar tanto a las serpientes como al personaje el tiempo que tarda en realizar esta búsqueda es muy elevado.

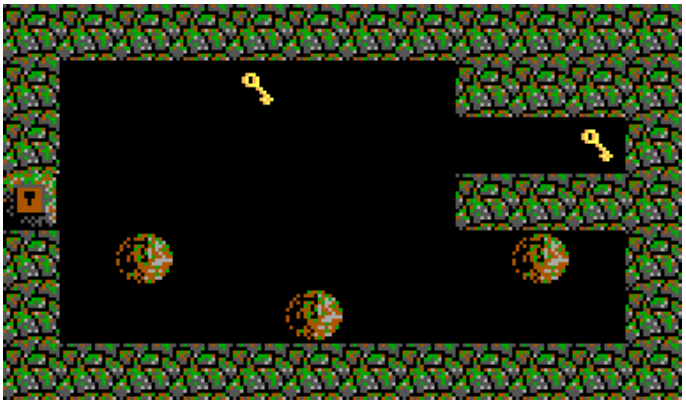
- Otra cosa que podemos observar en la tabla anterior es que en los casos en los que si se ha obtenido una solución no satisfacible (ya que el tamaño del mapa lo permitía) el tiempo que tarda en ejecutar es mucho mayor que el tiempo que se tarda en ejecutar para el caso más extremo en el que hay una serpiente por fila, esto es debido a que el algoritmo de resolución tiene que hacer todas las comprobaciones posibles para encontrar un modelo que determine una solución posible para esa situación.

- Comprobando los resultados que se obtienen en todos los mapas se observa que Al siempre se encuentra en la última fila en la que haya un hueco y de ahí las serpientes quedan colocadas en las filas anteriores. También podemos observar que en todos los casos tanto Al como todas las serpientes aparecen en la casilla en la que pueden estar que está más a la izquierda del mapa. Estas dos situaciones son debidas a como está implementado el algoritmo de resolución para los problemas de satisfabilidad en la librería de Java utilizada.

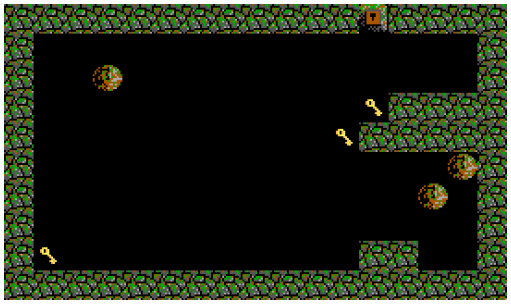
Los mapas con los que se ha probado han sido anexados a la entrega y son los siguientes:



(a) Mapa 1



(b) Mapa 2



(c) Mapa 3

(d) Mapa 4

3. Búsqueda heurística

3.1. Modelización

3.1.1. Representación de los estados

Dado que en los estados, lo único que es mutable es la posición de Al, la posición de las rocas, y si se han cogido o no las llaves, esto va a ser de lo único de lo que esten compuestos nuestros estados.

- Al: es la posición de Al
- Rocas: el conjunto formado por las posiciones de las rocas
- Llaves: el conjunto formado por las posiciones de las llaves que quedan[1]

[1]El el código se ha implementado como una lista de booleanos ya que las llaves tienen una posicion estática, de esta

Las posiciones estan representadas de la forma: (fila, columna).
Y para complementarlo tendremos unos elementos globales para todos los estados:

- Muros: Conjunto con todas las posiciones a las que no se puede pasar, es decir muros, serpientes y la salida.
- Serpientes: Conjunto con las posiciones de las serpientes.
- Salida: Posicion en la que se encuentra la salida.

3.1.2. Acciones y operadores

Al puede hacer 4 movimientos, moverse hacia arriba, hacia abajo, hacia la izquierda y hacia la derecha. Para representar los cambios que hacen el moverse en una dirección sobre al se ha representado mediante las operaciones que se hacen en las coordenadas:

- Arriba: (-1,0)
- Abajo: (1,0)
- Izquierda: (0,-1)
- Derecha: (0,1)

De esta forma, cuando escribamos arriba(al), es quivalente a disminuir la fila de al en 1. Para cada uno de estos movimientos, se pueden realizar dos acciones que son mutualmente exclusivas, moverse o mover una roca con coste 2 y 4 respectivamente.
Además al moverse horizontalmente no hay que comprobar que haya en la fila ya que si estas en esa fila no puede haber serpientes o al estaría muerto.
De esta forma las acciones y operadores quedarían definidos de la siguiente forma:
Para los movimientos verticales (Arriba y Abajo)

- precondiciones: $(Movimiento(Al) \notin muros, rocas \wedge Movimiento(Al)\ no\ espeligroso) \vee (llaves = \emptyset \wedge Movimiento(Al) = salida)$
  $\implies Al = Movimiento(Al)$
  $\implies llaves = llaves \setminus Movimiento(Al)$
- precondiciones: $Movimiento(Al) \in rocas \wedge Movimiento(Movimiento(Al)) \notin rocas, llaves, muros$
  $\implies Al = Movimiento(Al)$
  $\implies rocas = rocas \setminus Movimiento(Al)$
  $\implies rocas = rocas \cup Movimiento(Movimiento(Al))$

Para los movimientos horizontales (Izquierda y Derecha)

- precondiciones: $Movimiento(Al) \notin muros, rocas \vee (llaves = \emptyset \wedge Movimiento(Al) = salida)$
  $\implies Al = Movimiento(Al)$
  $\implies llaves = llaves \setminus Movimiento(Al)$
- precondiciones: $Movimiento(Al) \in rocas \wedge Movimiento(Movimiento(Al)) \notin rocas, llaves, muros$
  $\implies Al = Movimiento(Al)$
  $\implies rocas = rocas \setminus Movimiento(Al)$
  $\implies rocas = rocas \cup Movimiento(Movimiento(Al))$

forma, llavesi representa si la llave i-ésima se ha recogido ($\top$ es que se ha recogido, $\bot$ es que no)

3.1.3. Estado Inicial

El estado inicial tiene a Al, las rocas y las llaves[2] en sus posiciones iniciales.

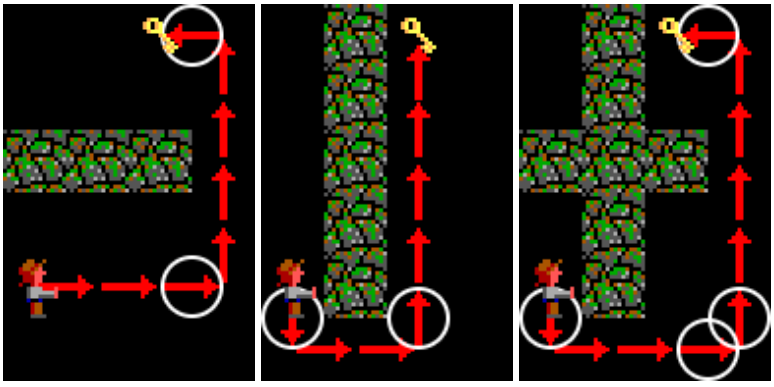
3.1.4. Estado Final

Dado que limitamos el poder entrar en la casilla de salida para que solo entren si tienen todas las llaves, solo hay que comprobar que el estado este en la misma posicion que la salida para que sea un estado final.

3.1.5. heuristicas

Las dos heurísticas comparten 2 cosas; la funcion que usan para tomar las distancias y el coste que le añade para cubrir las serpientes que estan amenazando directamente a una llave.

Función de las distancias, dist(a,b)
Esta funcion es manhattan solo que intenta ser un poco más completa teniendo en cuenta algunos muros. La funcion se queda con el submapa conformado entre los dos puntos a y b entre los que se calcula la distancia y comprube si alguna fila o columna esta rellena por completo de muros. Si alguna fila estaba llena de muros se le suma 2 a la distancia manhattan y lo mismo para las filas. Esto se hace para indicar que Al va a tener que rodear de alguna forma ese muro.



Cubrir Serpientes, cubrir(s,k)
Esto es algo que se añade a ambas heuristicas luego el valor heurístico que devolverian las heurísticas sería $h_i = h'_i + cubrir\ serpientes$
Lo que hace esta parte es comprobar todas las llaves y si alguna esta siendo directamente amenazada por una serpiente, es decir, si hay una fila en la misma fila y no hay ninguna otra llave, piedra o muro entre medias, estima un coste necesrio para cubrir la serpiente y que deje de estar amenazada.
Esto se hace de la siguiente forma:

$$cubrir(s,k) = 2 * \min_{r}^{rocas} \begin{cases} \mid k_{fila} - r_{fila} \mid & Si\ r_{columna} \in (s_{columna}, k_{columna}) \\ \min(dist(r, h_{iz}), dist(r, h_{der})) & Si\ r_{columna} \notin (s_{columna}, k_{columna}) \end{cases}$$

[2]En nuestra implementación es un conjunto con una posicion por cada llave que hay en el mapa donde esta todo como $\perp$, ya que aun no ha recogido ninguna.

k : Posición de la llave a tapar
s : Posición de la serpiente a tapar
h_{iz} : El hueco inmediatamente a la derecha de la posición que esté mas a la izquierda entre k y s
h_{der} : El hueco inmediatamente a la izquierda de la posición que esté mas a la derecha entre k y s
k_{fila} : Fila de k
$k_{columna}$: Columna de k

Es decir, para cada piedra calculamos la distacia que habria que moverla para tapar la linea de vision de la serpiente a la llave, si la columna de la piedra esta entre las columnas de la llave y la serpiente solo hay que moverla hacia abajo/arriba y si esta fuera de ese rango, hay que encontrar el camino mas corto para mover la piedra hasta el limite del rango de vision que este mas cerca.
Y luego lo multiplicamos por 2 para asimilarlo a los costes que se necesitan para moverse. Se usa 2 en vez de 4, que es lo que cuesta mover una roca, porque el coste añadido para mover una roca partiendo de que el movimiento se va a porducir, ya que en las heuristicas se tiene en cuenta movimiento y si aqui se usara 4, se podria estar teniendo en cuenta el coste del movimiento mas de una vez (una para el movimiento de la heuristica y otra para mover la piedra luego algo que tendria coste 4 le asignaria coste 6).

Heurística 1
Esta heurística calcula la distancia entre al y la llave mas lejana y desde la llave mas lejana hasta la salida, y si no hay llaves es la distancia desde al hasta la salida y luego lo multiplica por 2 ya que para una posicion cuesta 2.

$$dist(al, k_m) = \max_{k}^{llaves}(dist(al, k))$$

$$h'_1 \begin{cases} 2 * (dist(al, k_m) + dist(k_m, salida)) & \text{Si quedan llaves} \\ 2 * dist(al, salida) & \text{Si no quedan llaves} \end{cases}$$

Heurística 2
Esta heurística es muy parecida a la primera pero en vez de calcular las cosas en torno a al, las calcula en torno a la salida, es decir, primero calcula la distancia hasta la llave que esta mas lejos de la salida y luego, desde esa llave, la distancia hasta al.

$$dist(salida, k_m) = \max_{k}^{llaves}(dist(salida, k))$$

$$h'_2 \begin{cases} 2 * (dist(salida, k_m) + dist(k_m, al)) & \text{si quedan llaves} \\ 2 * dist(salida, al) & \text{si no quedan llaves} \end{cases}$$

3.2. Analisis

3.2.1. Casos de prueba

Para evaluar el funcionamiento, se han usado 6 mapas distintos con las 2 heuristicas implementadas y dijkstra (f() = g()) y se han obtenido los siguientes resultados:

Mapa	Heuristica	Tiempo	Nodos Expandidos
Mapa 1	h1	0.001 s	26
	h2	0.001 s	26
	dijkstra	0.007 s	112
Mapa 2	h1	0.008 s	67
	h2	0.001 s	81
	dijkstra	0.625 s	1 284
Mapa 3	h1	0.021 s	118
	h2	0.013 s	80
	dijkstra	501.141 s	26 310
Mapa 4	h1	1.673 s	2 478
	h2	1.755 s	2 510
	dijkstra	2.409 s	2 806
Mapa 5	h1	34.702 s	8 554
	h2	29.857 s	8 626
	dijkstra	60.447 s	10 775
Mapa 6	h1	58.091 s	9 097
	h2	58.308 s	9 251
	dijkstra	68 613.146 s	110 372

En todos los problemas, el entorno se comporta como esperado, y se alcanza una solución óptima. Lo primero de todo, analizemos la complejidad para cada mapa, segun los huecos que hay libres en cada mapa y el número de rocas y llaves el número de posibles estados es el siguiente[3]:

$$n^{o}\ estados^{4} = \frac{H!}{(H-(R+1))!} * 2^{k}$$

H : número de huecos (incluyendo las posiciones de las rocas y de al)
R : número de rocas
k : número de llaves

Basandonos en esta formula obtenemos los siguientes números:

	H	R	k	$\frac{H!}{(H-(R+1))!}$	2^k	n° estados
Mapa 1	23	1	1	506	2	1 012
Mapa 2	43	1	2	1 806	4	7 224
Mapa 3	109	2	2	1 259 604	4	5 038 416
Mapa 4	83	1	3	498	8	3 984
Mapa 5	39	2	2	54 834	4	219 336
Mapa 6	78	2	4	456 456	16	7 303 296

Observando en esto se pueden ver ver varias cosas:

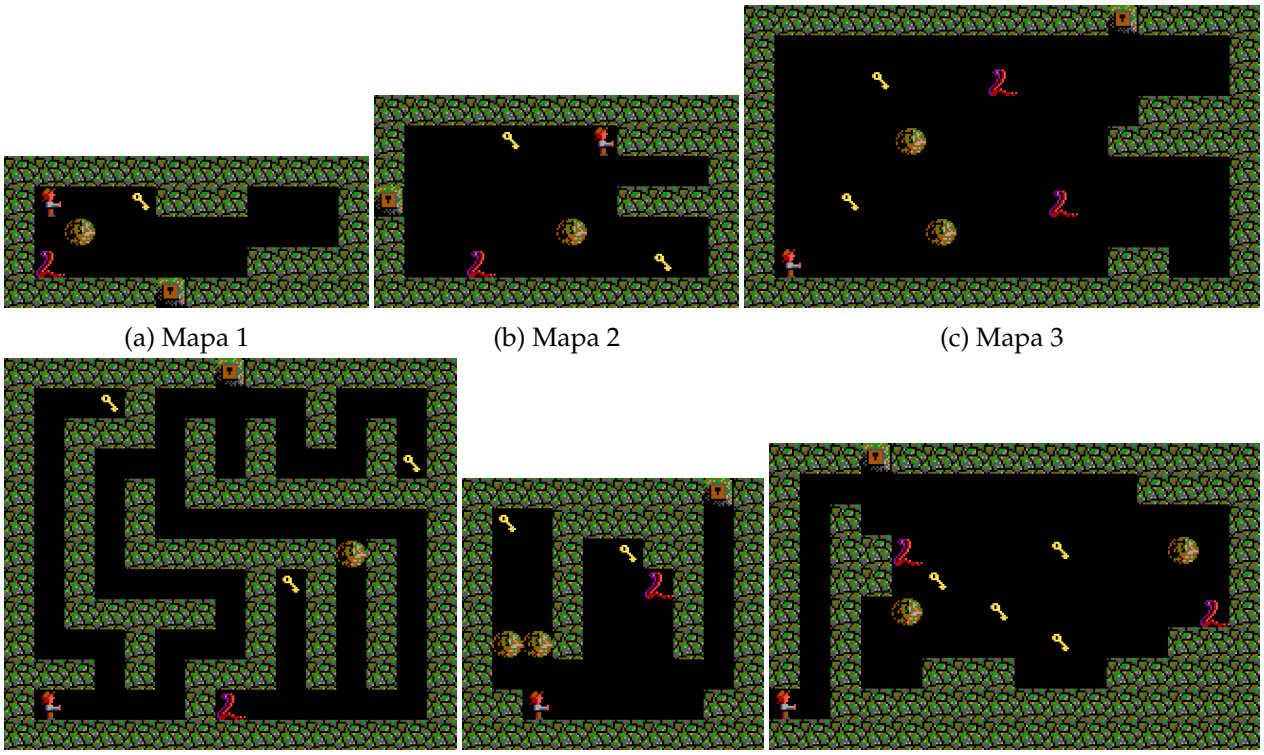
- La complejidad del problema crece principalmente con el número de huecos, piedras y llaves en ese orden de impacto.

[3]Para el mapa 4 no se usa la formula ya que la roca se puede ver claramente que solo puede estar en 6 posiciones

[4]Realmente este no es el número real de estados, es una aproximación ya que con esta aproximacion se tiene en cuenta estados adicionales como una llave y una roca estando en el mismo sitio o al estando en una posición amenazada por una serpiente, pero es suficientemente aproximada como para hacernos una idea

- La salida crea una especie de muro invisible ya que en cuanto se tengan todas las llaves, suponiendo un espacio abierto, nunca se va a usar la parte del lado contrario del muro porque se llegará primero a la salida, esto se puede ver facilmente en el primer mapa ya que todos los elementos relevantes estan a la izquierda de la salida asi que si reducimos nuestros posibles estados eliminando los huecos de la parte de la derecha nos quedaría como número de posibles estados 312 que se acerca mucho más a la realidad que el 1012 estimado anteriormente luego, cuanto más cerca este la salida de los elementos pertinentes en el mapa, principalmente las llaves, antes se va a encontrar la salida, y se van a expandir menos nodos.
- El mapa 4 limita mucho los descendientes que se pueden crear, por ello la estimación que hemos hecho es muy similar a la expansion de nodos que hace una busqueda de fuerza bruta.
- La busqueda por fuerza bruta en el mapa 3 y 6 expande significantemente menos nodos que los que el numero de nodos estimados, eso es porque estos mapas contienen 2 serpientes y las serpientes hacen que muchos nodos no sean posibles y limita los sucesores que algunos nodos generan eliminando los posibles huecos que puede haber para al, luego, si aumenta el numero de serpientes la complejidad del problema disminuye siempre que siga siendo satisfacible y no aumente el numero de rocas.

Los mapas con los que se ha hecho el analisis han sido anexados a la entrega y son:



(a) Mapa 1 (b) Mapa 2 (c) Mapa 3

(d) Mapa 4 (e) Mapa 5 (f) Mapa 6

3.2.2. Comparación de heurísticas

Como las 2 heurísticas son tan parecidas es complicado compararlas, las 2 implementan la misma idea de fondo solo que con perspectivas distintas. A la hora de crear heuristicas se contem-

plaron varias posibilidades como el numero de llaves * 2 o poner la misma heuristica pero en una de ellas con la distancia manhattan, pero tras pensarlo y hacer algunas pruebas, la de las llaves solo era mejor para mapas muy especificos y la de la distancia manhattan era simplemente peor (ya que nuestra función de calcular distancia es manhattan pero mejorado) luego no nos parecia util hacer comparatibas entre una heuristica y su mejora, ya que su mejora va a ser claramente mejor.
Por este motivo no se ve demasiada diferencia (en algunos casos ninguna) entre las 2 heuristicas pero lo que si que podemos notar es que la primera es mejor para casi todos los casos, para todos menos para uno. Esto nos podria llegar a deducir que la primera heuristica es mejor pero lo que esta ocurriendo de verdad es que depende del mapa. Para algunos mapas sera mejor la primera y para otros sera mejor la segunda. Una forma teorica de elegir siempre el mejor seria elegir el maximo de ambas, sin embargo esto nos haria que se tardase el doble de tiempo, luego en la practica no es util.
Una cosa que si que se puede ver del funcionamiento de ambas heuristicas es que los nodos expandidos y el tiempo, son claramente inferiores con respecto a los que crea y tarda dijkstra en los mapas en los que las llaves estan directamente amenazadas por una serpiente, esto se debe a la parte de la heuristica que se encarga de estimar un coste de mover las piedras y por lo tanto es mas informada.

4. Parte extra

Para añadir la parte adicional se han tenido que añadir movimientos en la parte de acciones y operadores y se ha cambiado una parte de las heuristicas.

4.1. Acciones y operadores

Ahora al puede hacer 4 movimientos adicionales cada uno descrito de la siguiente forma:

- arriba izquierda: (-1,-1)
- arriba derecha: (-1,1)
- abajo izquierda: (1,-1)
- abajo derecha: (-1,-1)

Y los operadores quedarian descritos como:

- precondiciones: $Movimiento(Al) \notin muros, rocas \wedge \neg((al_{fila}, Movimiento(Al)_{columna}) \in muros \vee rocas \wedge (Movimiento(al)_{fila}, Al_{columna}) \in muros \vee rocas) \vee (llaves = \emptyset \wedge Movimiento(Al) = salida)$
  $\implies Al = Movimiento(Al)$
  $\implies llaves = llaves \setminus Movimiento(Al)$

4.2. Heuristicas

Los cambios aqui han sido cambiar la funcion de distancias por:

$$\text{mín}(f, c) - 1 + \mid f - c \mid$$

f: numero de filas entre las 2 posiciones
c: numero de columnas entre las 2 posiciones

Y en la funcion para calcular la distancia para mover las rocas se ha cambiado a la distancia manhattan (ya que nopuedes mover las rocas diagonalmente).

4.3. Analisis

Mapa	Heuristica	Tiempo	Nodos Expandidos
Mapa 1	h1	0.002 s	27
	h2	0.002 s	27
Mapa 2	h1	0.014 s	73
	h2	0.011 s	61
Mapa 3	h1	0.835 s	792
	h2	1.982 s	1 292
Mapa 4	h1	5.451 s	4 010
	h2	6.844 s	4 379
Mapa 5	h1	642.194 s	25 256
	h2	673.194 s	25 256
Mapa 6	h1	860.009 s	25 821
	h2	1 317.874 s	28 540

Como se puede ver, para todos los casos se tarda más, esto es porque al haber mas posibles acciones, hay mas sucesores, muchos de los cuales se repiten, y tiene que estar haciendo muchas comprobaciones sobre cerrada y abierta para ver si cada uno de los nodos esta, ademas de calcular la heuristica varias veces mas para un mismo nodo.

5. Notas sobre el código

- Para todas las partes se ha incluido un arhivo bash script llamado run.sh que se encarga de llamar al archivo correspondiente con el compilador/interprete necesario.
  - parte 1: ./run.sh <laberinto> <n>
  - parte 2 y opcional: ./run.sh <laberinto> <heuristica>
- Para la parte 1, ademas se ha incluido un archivo para compilar el código primero: compile.sh, que no toma ningún argumento.
- Para la parte de busqueda se ha implementado una pequeña interfaz que por defecto no esta activada, para activarla hay que cambiar el valor con el nombre de ”interfaz” a True en el archivo config.py. Para que funcione hay que tener instalada la version de pygame para python 3.6.7

6. Conclusiones

La práctica nos ha llevado a la realización de modelos de satisfabilidad lógica relativamente complejos y la programación del algoritmo A* y la creacion de heuristicas. Con ello hemos podido

ver como funciona de fondo el algoritmo A* y lo importante que es tener una buena heurística ya que pensando una relativamente sencilla se tarda menos que intentandolo resolver directamente con fuerza bruta.
Lo que resultó más complicado en la pracitca fue encontrar los pequeños errores que se habian cometido en la programación del algoritmo ya que en algunos casos se tenia que seguir la evaluación de cada nodo hasta encontrar el fallo en arboles, que algunas veces, podian llegar a ser muy grandes.