

UNIVERSIDAD DE GRANADA

---

# Análisis Matemático I

## Ejercicios resueltos

---

Doble Grado de Informática y Matemáticas

Curso 2016/17

## 1. Topología de un espacio métrico.

**Ejercicio.** Dado el conjunto  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 1\}$ , ¿es abierto?

*Demostración.* Tenemos que comprobar si  $A$  es abierto, es decir, si es cierto que  $\forall a \in A \ \exists s > 0$  tal que  $B(a, s) \subset A$ . Para ello, fijo  $y \in \mathbb{R}$  y escojo  $x_o = (1, y) \in A$ . Además, tomo  $s > 0$  cualquiera. Veamos que hay puntos  $z \in B(x_o, s)$  que no pertenecen a  $A$ .

Sea  $z = (1 + \frac{s}{2}, y)$ . Entonces, se tiene que  $d(z, x_o) = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + 0} = \frac{s}{2} < s$ , y por tanto  $z \in B(x_o, s)$ .

Claramente  $z \notin A$ , pues  $1 + \frac{s}{2} > 1$ . Así, concluimos que  $z$  es un punto de  $B(x_o, s)$  que no pertenece a  $A$ , por lo que  $B(x_o, s) \not\subset A$ , y  $A$  no es abierto.  $\square$