Durante este trabajo vamos a estudiar el sistema de Henon-Heiles con distintos valores del Hamiltoniano. Partiremos desde H=1/6 e iremos mirando valores más pequeños.
Antes de nada debemos definir distintos conceptos los cuales usaremos en el transcurso del trabajo.

Teorema de Noether

El teorema de Noether explora la notable conexión entre la simetría, más la invarianza de un sistema en transformación, y las leyes de conservación relacionadas que implican la existencia de importantes principios físicos y constantes de movimiento. Las transformaciones donde las ecuaciones de movimiento son invariantes se denominan transformaciones invariantes. Las variables que son invariantes a una transformación se denominan variables cíclicas.
Cando el sistema presenta una simetría, hay una magnitud que se conserva.
Una simetría en matemáticas es cuando tienes una variable que si tú la trasladas, es decir: x->x+Ax, todo lo demás que hay en el sistema se queda igual. Entonces se dice que el sistema presenta una simetría con respecto a x.
Para poder despejar algo,tiene que haber una magnitud que se conserve.
Sabiendo esto, en un problema de dimensión 4, podemos, sabiendo tres soluciones y la constante, hallar la cuarta solución.
En un problema que tengamos V(x(t),Px(t)) y una simetría con respecto a t, podemos, conociendo un punto, saber toda la información dinámica de esa trayectoria.

Hamiltoniano

El hamiltoniano (H) es una función escalar a partir de la cual pueden obtenerse las ecuaciones de movimiento de un sistema mecánico clásico que se emplea en el enfoque hamiltoniano de la mecánica clásica.
Gracias al teorema de Noether podemos relacionae las propiedades del hamiltoniano con la invarianza temporal del lagrangiano:

(1) H se conserva si, y sólo si, el lagrangiano, y consecuentemente el hamiltoniano, no son funciones explícitas del tiempo.
(2) El hamiltoniano da la energía total si las restricciones y transformaciones de coordenadas son independientes del tiempo y la energía potencial es independiente de la velocidad. Esto equivale a afirmar que H=E si las restricciones, o coordenadas generalizadas, para el sistema son independientes del tiempo.

Henon-Heiles

Este sistema se planteó por primera vez para simular el movimiento de una estrella alrededor de un centro galáctico y restringiendo el movimiento al plano. Ha acabado siendo uno de los sistemas más conocidos dentro del campo de los sistemas dinámicos. La expresión de este potencial viene dada por V (x, y) = 1/2 (x^2 + y^2) + (x^2y + y^3/3).
El Hamiltoniano del Henon-Heiles se puede escribir de la siguiente forma:
H=1/2 (px^2 + py^2) +1/2 (x^2 + y^2) + (x^2y + y^3/3).
Y el sistema es definido por las siguientes cuatro ecuaciones:
x'=px
px'=-x-2xy
y'=py
py'=-y-(x^2-y^2)