

Tes Tengah Semester
Pemodelan Matematika
Jumat, 14 Februari 2025, 14.00-16.00 WIB

1. Buatlah **model matematika** menggunakan tahapan pembuatan model matematika meliputi **proses identifikasi masalah dunia nyata, formulasi matematis, asumsi, formula model matematis, penyelesaian model, interpretasi hasil** berdasarkan permasalahan dunia nyata di sekitar.
2. Carilah **solusi kesetimbangan dari sistem** untuk **model Lotka-Volterra** dan hitunglah **nilai eigen untuk masing-masing solusi yang diperoleh** menggunakan $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.02$, $\delta = 0.01$, $\gamma = 0.3$
3. Berdasarkan soal No. 1, tuliskan **source code python** untuk **memperoleh solusi** dan **menampilkan grafik solusinya**.

1. Model Matematika

1. Identifikasi Masalah Dunia Nyata

- Permasalahan: Penyebaran hoaks di media sosial yang dapat memicu pertikaian sehingga perlu dibuatkan model untuk mengetahui pengaruh dari upaya” untuk menghentikan penyebarannya.

2. Formulasi Matematis

Variabel:

- S : Jumlah populasi yang rentan terpapar hoax
- I : Jumlah populasi yang terpapar hoax dan menyebarkannya
- R : Jumlah populasi yang sudah mengetahui fakta dan berhenti

Parameter:

- Alpha : Populasi yang mulai menggunakan media sosial
- Beta : Laju penyebaran hoax
- Gamma : Laju mengetahui fakta dari hoax
- Sigma : Populasi yang berhenti menggunakan media sosial

3. Asumsi

- Populasi pengguna medsos tetap (Alpha = Sigma)
- Hoaks menyebar dari I ke yang rentan terpapar hoax (S)
- Populasi yang sudah sembuh (R) tidak terkena hoax tersebut lagi
- Pengguna medsos baru masuk ke kelompok yang rentan (S)

4. Formula model Matematis

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \alpha N - \frac{\beta SI}{N} - \sigma S \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \gamma I - \sigma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \sigma R\end{aligned}$$

5. Penyelesaian Model

- Diselesaikan menggunakan metode numerik pada soal no. 3.

6. Interpretasi Hasil

- Digambarkan pada grafik garis dengan tiga variabel (S, I dan R) terhadap waktu
- Penyebaran hoaks akan meningkat sesuai dengan jumlah populasi yang rentan
- Jumlah populasi yang rentan akan menurun setelah mengetahui fakta dari hoaks tersebut

2. Solusi kesetimbangan dari model Lotka – Volterra

Model Lotka – Volterra:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta y$$

$$\frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y$$

Solusi setimbang saat $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$

Penyelesaian:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta y$$

$$0 = \alpha x - \beta y$$

$$0 = x(\alpha - \beta y)$$

Vektor Eigen:

$$y^* = \frac{\alpha}{\beta}$$

Penyelesaian:

$$\frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y$$

$$0 = \delta xy - \gamma y$$

$$0 = y(\delta x - \gamma)$$

Vektor Eigen:

$$x^* = \frac{\gamma}{\delta}$$

Nilai Eigen masing-masing Vektor:

$$x^* = \frac{\gamma}{\delta}$$

$$x^* = \frac{0,3}{0,01}$$

$$x^* = \mathbf{30}$$

$$y^* = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$y^* = \frac{0,5}{0,02}$$

$$y^* = \mathbf{25}$$

3. Source Code python untuk menyelesaikan soal nomor 1

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint

# Parameter model
alpha = 0.01 # Tingkat masuk pengguna medsos karena asumsi sama dengan yang
keluar sigma akan digantikan alpha
beta = 0.3 # Tingkat penyebaran hoaks
gamma = 0.1 # Tingkat kesadaran pengguna
N = 1000 # Total populasi

# Kondisi awal
I0 = 10 # Jumlah pengguna yang sudah terpapar hoaks
S0 = N-I0 # Jumlah pengguna yang belum terpapar
R0 = 0 # Jumlah pengguna yang sadar

# Jangka waktu simulasi (dalam hari)
t = np.linspace(0, 100, 100)

# Membuat fungsi Model SIR untuk memudahkan penyelesaian sistem persamaan
differensial
def sir_model(y, t, N, beta, gamma, alpha):
    S, I, R = y
    dSdt = alpha * N - beta * S * I / N - alpha * S
    dIdt = beta * S * I / N - gamma * I - alpha * I
    dRdt = gamma * I - alpha * R
    return [dSdt, dIdt, dRdt]

# Solusi secara Numerik
y0 = [S0, I0, R0]
solution = odeint(sir_model, y0, t, args=(N, beta, gamma, alpha))
S, I, R = solution.T #Ditranspose agar menjadi kolom masing" variabel

# Plot hasil
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(t, S, label="Susceptible (S)", color="blue")
plt.plot(t, I, label="Infected (I)", color="red")
plt.plot(t, R, label="Recovered (R)", color="green")
plt.xlabel("Waktu (hari)")
```

```
plt.ylabel("Jumlah Pengguna")
plt.title("Penyebaran Hoaks di Media Sosial")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

Hasil output:

