Каримова Альбина Миннуровна гр. 05-107 (var10\_Z2)

**Задание 1.**

1. Агрономы утверждают, что поля, обработанные новым препаратом, будут иметь меньше инфицированных сельскохозяйственных культур.
2. В экспериментальной группе у каждого из сельскохозяйственных культур были собраны данные о количестве инфицированных растений за месяц до и после применения нового препарата.
3. В соответствии с ЦПТ можно предполагать, что измерения представляют собой реализацию нормальной случайной величины , где - математическое ожидание показателя инфицированных растений всех сельскохозяйственных культур, а - дисперсия, характеризирующая степень изменчивости этого показателя от одного сорта к другому. До проведения обработки ; после проведения обработки .
4. Ожидается, что . Нулевая гипотеза при альтернативе .
5. Уровень значимости .
6. Ввиду предположения нормальности наблюдений следует применить одновыборочный критерий Стьюдента, основанный на среднем арифметическом и выборочной дисперсии (несмещенный вариант) разностей

В связи с теоретическими предпосылками ожидается, что будет иметь большое положительное значение. Нулевая гипотеза будет отвергаться при .

1. Функция распределения тестовой статистики в граничной точке совпадает с функцией распределения Стьюдента степенями свободы.
2. Критическая константа находится из уравнения

,

т.е. равна верхней 0.05-квантили распределения Стьюдента с 59 степенями свободы. Воспользовавшись пакетами pandas, numpy, scipy.stats в Python, нашли, что

1. Окончательный вид критической области .
2. По представляемым данным найдено

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | До | | После | По разностям | |
| Объем выборки |  | 60 | | 60 | 60 | |
| Среднее |  | 171.06 | | 171.2 | -0.14 | |
| Станд. отклонение |  | 11.781 | | 9.705 | 2.512 | |
| Станд. ошибка среднего |  | 1.534 | | 1.264 | 0.327 | |
| Статистика Стьюдента | | |  | | |
| 5%-ая критическая область | | |  | | |
| Нулевая гипотеза | | | принимается | | |
| с критическим уровнем значимости | | |  | | |
| Вывод: отклонение от нулевой гипотезы статистически не значимо. | | | | | |

1. Критический уровень значимости вычислялся по формуле

Так как следует считать наблюдения не противоречащими гипотезе уменьшения эффекта от обработки.

**Задание 2.**

1. Требуется сравнить точность измерений, производимых двумя видами термометров: ртутным и инфракрасным. Утверждается, что инфракрасный термометр, разработанный по новой технологии, повышает точность измерения.
2. Первым термометром было произведено 62 измерения, вторым – 48.
3. Можно предположить, что ошибка измерения каждым из термометров носит случайный характер и имеет нормальное распределение со средним ноль и дисперсиями .
4. Ожидается, что . Т.е. в терминах параметра нулевая гипотеза при альтернативе .
5. Уровень значимости .
6. В силу нормальности распределения наблюдений, можно применить критерий Фишера. Тестовая статистика Фишера

,

Где - несмещенная оценка дисперсии в -й группе, Ожидания будут подтверждены, если примет достаточно большие значения, т.е. критическая область имеет вид

1. В граничной точке распределение статистики Фишера совпадает с распределением Фишера с степенями свободы.
2. Критическая константа находится из уравнения

,

т.е. равна верхней 0.05-квантили распределения Фишера. Воспользовавшись пакетами pandas, numpy, scipy.stats в Python, нашли, что .

1. Окончательный вид критической области .

a. По представляемым данным найдено

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1-я группа | | 2-я группа |
|  | 62 | | 48 |
|  | 194.82 | | 224.44 |
|  | 98.23 | | 64.293 |
| Статистика Фишера | | 1.528 | | |
| 5%-ая критическая область | |  | | |
| Нулевая гипотеза | | принимается | | |
| Вывод: отклонение от нулевой  гипотезы статистически не значимо. | |  | | |
| Критический уровень значимости | | 0.066 | | |

1. вычисляется по формуле

Так как следует считать наблюдения не противоречащими гипотезе уменьшения точности измерения.

**Задание 3.**

1. В промышленное предприятие завезли новое оборудование, которое, по мнению поставщика, снизит вероятность производства бракованных деталей. Как утверждает поставщик, доля бракованных деталей будет меньше 0.2.
2. Для проверки этого заявления предполагается произвести на новом оборудовании случайных деталей.
3. Таким образом, в эксперименте наблюдаются бернуллиевские случайные величины с вероятностью успеха (производство бракованной детали).
4. Ожидается, что . Нулевая гипотеза при альтернативе .
5. Уровень значимости .
6. Применим критерий знаков, основанный на числе производства бракованных деталей, на новом оборудовании. Ожидания поставщика будут подтверждены, если примет достаточно малые значения, т.е. критическая область имеет вид
7. В граничной точке распределение статистики совпадает с биномиальным распределением с
8. Критическая константа находится как решение неравенства

т.е равна квантили порядка 0.05 биномиального распределения. Воспользовавшись пакетами pandas, numpy, scipy.stats в Python, нашли, что .

1. Окончательный вид критической области .
2. По представляемым данным найдено

|  |  |
| --- | --- |
| Частота появления А (бракованная деталь) | 0.107  8 из 75 |
| 5%-ая критическая область |  |
| Нулевая гипотеза | отвергается |
| Вывод: отклонение от нулевой гипотезы статистически значимо. Имеются все основания одобрить применение нового оборудования |  |
| Критический уровень значимости | 0.024 |

1. вычисляется по формуле

Поскольку меньше 5%-го уровня значимости, можно сделать вывод о согласии данных с ожиданиями поставщика.

**Задание 4.**

1. Некоторая компания, ориентирующаяся на производстве смартфонов, разработала, по их мнению, более мощный аккумулятор для смартфонов.
2. Чтобы проверить это утверждение предлагается провести испытания на долговечность в одинаковых условиях партии смартфонов, изготовленных по старым технологиям, и, независимо, партии смартфонов с новым аккумулятором.
3. Время службы каждого аккумулятора есть случайная величина с функцией распределения (для старых образцов – 1-я выборка) и (для новых образцов – 2-я выборка).
4. Ожидается, что для всех . Нулевая гипотеза при альтернативе .
5. Уровень значимости .
6. Применим критерий Вилкоксона, основанный на сумме рангов 1-й выборки в общем ряду данных. Если справедлива альтернативная гипотеза, то ожидаются большие значения , т.е. критическая область имеет вид
7. При справедливости нулевой гипотезы распределение статистики есть распределение Вилкоксона с параметрами (35, 16). Можно применить нормальную аппроксимацию с математическим ожиданием и стандартным отклонением .
8. Критическая константа находится как целая часть решения уравнения

,

т.е. равна квантили порядка 0.05 нормального закона. Воспользовавшись пакетами pandas, numpy, scipy.stats в Python, нашли, что .

1. Окончательный вид критической области: нулевая гипотеза отвергается, если .
2. По представленным данным:

|  |  |
| --- | --- |
| Объем выборок |  |
| Сумма рангов 1-й выборки | 630 |
| Математическое ожидание | 910 |
| Стандартное отклонение | 49.261 |
| 5%-ая критическая область |  |
| Вывод: отклонение от нулевой гипотезы  статистически значимо. Имеются все основания принять утверждение производителя. | отвергается |
| Критический уровень значимости |  |

1. вычисляется по формуле

Поскольку значительно меньше 5%-го уровня значимости, можно сделать вывод о высокой значимости согласия данных с ожиданиями компании.

**Задание 5.**

1. Управляющий станцией скорой помощи хочет знать, равномерно ли распределяются вызовы в течение дня, с целью оптимизации количества дежурного персонала.
2. Подсчитано количество вызовов в течение дней (1-я группа) и дней (2-я группа).
3. Количество вызовов есть случайная величина с функцией распределения (для 1-й группы) и (для 2-й группы).
4. Ожидание управляющего можно формализовать в виде для всех (т.е. количество вызовов в течение дня стохастически одинаково). Т.о., нулевая гипотеза - гипотеза однородности совокупностей (без альтернативы).
5. Уровень значимости .
6. Применим критерий однородности хи-квадрат, основанный на статистике , равной сумме квадратов разностей частот попадания данных в интервалов группировки. Ожидание управляющего будут подтверждены, если примет достаточно большое значение, т.е. критическая область имеет вид .
7. При справедливости нулевой гипотезы функцию распределения статистики можно приблизить функцией хи-квадрат распределения с степенями свободы.
8. Критическая константа находится как решение неравенства

т.е. равна квантили порядка 0.95 хи-квадрат распределения с 7 степенями свободы. Воспользовавшись пакетами pandas, numpy, scipy.stats в Python находим .

1. Окончательный вид критерия: гипотеза однородности отвергается, если .

a. По представленным данным:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | частоты | | | частоты | |
| Границы | | Группа А | |  | Группа В |  |  |
| 14.4 | | 8 | | 0.1067 | 6 | 0.0667 | 0.771 |
| 16.4 | | 8 | | 0.1067 | 20 | 0.2222 | 3.219 |
| 18.4 | | 12 | | 0.16 | 8 | 0.0889 | 1.707 |
| 20.4 | | 12 | | 0.16 | 14 | 0.1556 | 0.005 |
| 22.4 | | 9 | | 0.12 | 10 | 0.1111 | 0.028 |
| 24.4 | | 9 | | 0.12 | 7 | 0.0778 | 0.752 |
| 26.4 | | 8 | | 0.1067 | 18 | 0.2 | 2.262 |
|  | | 9 | | 0.12 | 7 | 0.0778 | 0.752 |
| Сумма | | 75 | | 1 | 90 | 1 | 9.496 |
| 5%-ая критическая область | | | |  | | |
| Вывод | | Гипотеза однородности групп | | | принимается | |
|  | | С критическим уровнем значимости | | | 0.219 | |
| Вывод: новая разработка статистически не значима. | | | | | | |

1. вычисляется по формуле

Так как следует считать наблюдения не противоречащими гипотезе однородности.