

# Trabajo Fin de Máster

## Máster en Ingeniería Industrial

Tenacidad a fractura de una interfase en uniones adhesivas aeronáuticas con materiales compuestos

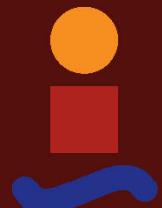
Autor: Alberto Martín Garrido

Tutor: Alberto Barroso Caro

Tutor: Vladislav Mantič Leščišin

**Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de  
Estructuras**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2017





Trabajo Fin de Máster  
Máster en Ingeniería Industrial

# **Tenacidad a fractura de una interfase en uniones adhesivas aeronáuticas con materiales compuestos**

Autor:  
Alberto Martín Garrido

Tutor:  
Alberto Barroso Caro  
Profesor Titular de universidad

Tutor:  
Vladislav Mantič Leščišin  
Catedrático de universidad

Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017



Trabajo Fin de Máster: Tenacidad a fractura de una interfase en uniones adhesivas aeronáuticas con materiales compuestos

Autor: Alberto Martín Garrido  
Tutor: Alberto Barroso Caro  
Tutor: Vladislav Mantič Leščišin

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:



## **Agradecimientos**

---

**Q**uiero agradecer, especialmente, a mis tutores Alberto y Vlado toda la ayuda que me han proporcionado durante todo este tiempo, así como toda facilidad para adaptar otras actividades personales con el desarrollo de este proyecto.

A los miembros del laboratorio del GERM, por toda la ayuda prestada durante la realización de los ensayos.

A mis amigos y familiares, por todo el tiempo vivido y por vivir.



## Resumen

---

**E**l principal cometido de este trabajo es el de obtener la tenacidad de fractura de una grieta contenida en la interfase de una unión bimaterial, compuesta por un laminado de fibra de carbono embebido en una matriz polimérica y un polímero termoestable tipo resina epoxy.

En el caso en que el entorno de la grieta esté contenido en un medio no homogéneo, aparece una distribución de tensiones singulares oscilante en dicho extremo, así como teóricas interpenetraciones en el material que dificultan el modelo de obtención de la tenacidad de fractura por los métodos tradicionales. El desarrollo de modelos más complejos, y la toma de hipótesis resultan fundamentales para la obtención de la tenacidad de fractura.

Dicha tenacidad de fractura es altamente dependiente de la relación entre los modos de fractura. Para obtener distintas relaciones se utiliza un ensayo tipo Brazilian disk, que no es más que una probeta con contorno circunferencial en la que se aplica compresión en su contorno. Los diferentes ensayos varían el ángulo que forma la carga con la interfase.

Para la correcta obtención de la tenacidad de fractura, es necesario relacionar los resultados numéricos con los resultados experimentales del mismo ensayo. Este trabajo desarrolla ambos bloques, así como una revisión del estado del arte y la interpretación de dichos resultados.



# Índice

---

|   |           |
|---|-----------|
| <i>Resumen</i>  | III       |
| <b>1 Introducción</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 Revisión bibliográfica  | 4         |
| 1.1.1 Distribución de tensiones y desplazamientos en torno a una grieta contenida en una interfase bimaterial   | 4         |
| 1.1.2 Particularización del campo de tensiones y desplazamientos a una unión de materiales isótropo/ortotrópico | 7         |
| 1.1.3 Modelo abierto  | 8         |
| Enfoque tensional   | 8         |
| Enfoque energético  | 10        |
| Relación entre ángulos de mixicidad   | 10        |
| 1.1.4 Modelo de contacto  | 11        |
| 1.1.5 Desviación de la grieta.  | 12        |
| 1.1.6 Ensayo Brazilian disk   | 13        |
| 1.1.7 Comparación con el caso tridimensional  | 15        |
| 1.2 Desglose de la memoria  | 16        |
| <b>2 Proceso experimental</b>   | <b>17</b> |
| 2.1 Fabricación de las probetas   | 18        |
| 2.1.1 Fabricación y curado del laminado de fibra de carbono   | 18        |
| 2.1.2 Fabricación y curado del panel adhesivo/CFRP  | 19        |
| 2.1.3 Mecanizado de las probetas  | 21        |
| 2.1.4 Ensayo de las probetas  | 22        |
| <b>3 Proceso numérico</b>   | <b>25</b> |
| 3.1 Desarrollo del código   | 25        |
| 3.1.1 Modelo abierto  | 25        |
| 3.1.2 Adición para modelo de contacto   | 26        |
| 3.2 Análisis del modelo   | 26        |
| 3.2.1 Modelo abierto  | 26        |
| 3.2.2 Modelo de contacto  | 31        |
| <b>4 Resultados</b>   | <b>37</b> |
| <b>5 Conclusiones</b>   | <b>43</b> |
| <i>Bibliografía</i>   | 45        |



# 1 Introducción

---

El uso de métodos de unión entre diferentes componentes estructurales es una necesidad bien conocida, debido principalmente a la necesidad de fabricar una pieza compuesta por varios elementos que facilite la ejecución de los diferentes procesos de fabricación a los que se somete. Este tipo de estudios cobra gran importancia en materiales compuestos de fibra larga, debido a las limitaciones en geometría y dificultad de producción.

Es en los elementos de unión donde suelen originarse los fallos estructurales, dado que o no suele dotarse de la importancia necesaria durante su planteamiento, o se desconoce la limitación de su capacidad portante puesto que la resistencia que puede soportar es menor que la de los elementos a unir. La correcta caracterización de estos elementos es fundamental para elaborar una unión de garantías.

Las uniones adhesivas se presentan como una alternativa a las uniones mecánicas, muy utilizadas a lo largo de la historia de la ingeniería, como pueden ser las uniones atornilladas o las uniones remachadas.

Entre las ventajas que presentan las uniones adhesivas:

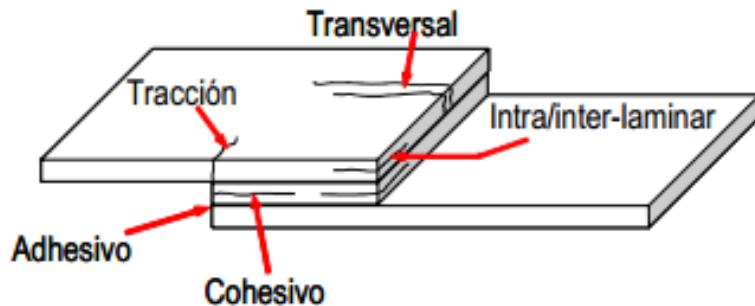
- Evitan la aparición del par galvánico. Este fenómeno favorece la corrosión y tiene lugar cuando dos materiales conductores presentan una diferencia de potencial, lo que permite activar una reacción electroquímica en presencia de humedad que fragilizaría al metal más electronegativo al formarse una capa de óxido producto de la reacción.
- La superficie de adhesión puede adaptarse a la zona de unión, de forma que pueden obtenerse superficies con una transmisión de carga más homogénea. Las uniones adhesivas no provocan concentradores de tensiones tan elevados.
- El peso se reduce considerablemente, siendo un factor importante en la industria aeroespacial.
- El adhesivo puede actuar como membrana sellante de la unión, impidiendo el paso de sustancias a través de ella.
- La unión es más sencilla, lo que implica una reducción de los costes de fabricación.
- Para realizar la unión no es necesario realizar un proceso destructivo en el material. Esto posee una enorme importancia en materiales compuestos de fibra, ya que un agrietamiento o taladro en una zona localizada puede ocasionar un fallo global.

Y entre sus inconvenientes:

- La temperatura no puede ser muy elevada debido a que, en general, los adhesivos son muy susceptibles al fenómeno de creep. Además, las propiedades de los adhesivos dependen significativamente de la temperatura, ya que a bajas temperaturas se comporta como un material muy frágil y a altas temperaturas sufre una importante disminución de sus propiedades de rigidez y resistencia.
- Necesidad de tiempos de curado a temperaturas intermedias, lo que encarece y alarga el proceso de fabricación.
- Toxicidad, peligro de inflamabilidad.

- La unión entre el adhesivo y el adherente debe ser buena y, para ello, suelen realizarse tratamientos superficiales que mejore la adherencia.

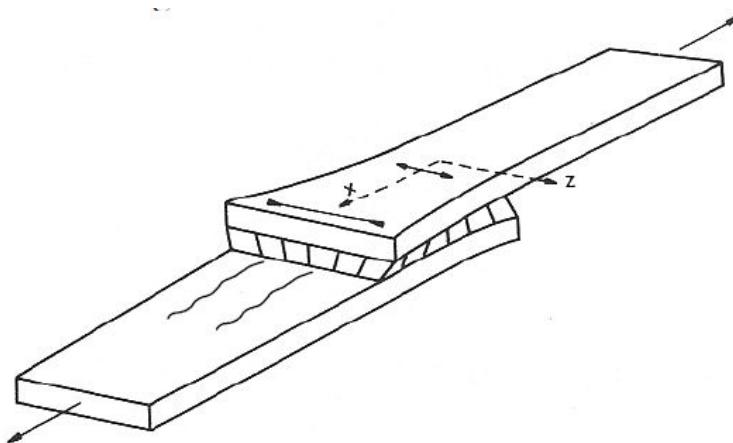
En cuanto a los tipos de fallos que pueden originarse en una unión adhesiva, se observan en la figura 1.1.



**Figura 1.1** Mecanismos de fallo en uniones adhesivas, figura de [F. ].

- El fallo cohesivo ocurre cuando existen restos de adhesivos en ambos adherentes y es indicativo de una buena adherencia del adhesivo, ya que la zona débil es la interfase entre el adhesivo y el material compuesto por la cantidad de defectos que suele presentar en la práctica.
- El fallo adhesivo se produce cuando todo el adhesivo queda en uno de los adherentes y es propio de las uniones que fallan prematuramente debido a un defecto en la preparación superficial del adherente.
- El fallo interlaminar tiene lugar en la unión de las distintas láminas que forman el laminado y es debido a las tensiones de pelado originadas por la excentricidad en la transmisión de la carga. Se origina en la matriz del material compuesto, ya que es la que posee menos resistencia.
- El fallo transversal ocurre debido a las contracciones que sufre la unión por efecto Poisson. En los extremos de la zona de solape se encuentra, por una cara de la unión, un adherente con tensiones nulas por condiciones de contorno y, por lo tanto, sin deformación. Por la otra cara se transmiten las cargas, produciendo un acortamiento de su área transversal.

Para garantizar la compatibilidad de la unión, se generan unas tensiones perpendiculares a la carga aplicada y son las que producen este tipo de fallo, que se ilustra en la figura 1.2.



**Figura 1.2** Fallo transversal debido a las diferentes contracciones por efecto Poisson, figura de [F. ].

- El fallo por tracción en los extremos de la unión está originado por la aparición de los momentos flectores asociados a la excentricidad en la transmisión de la carga.

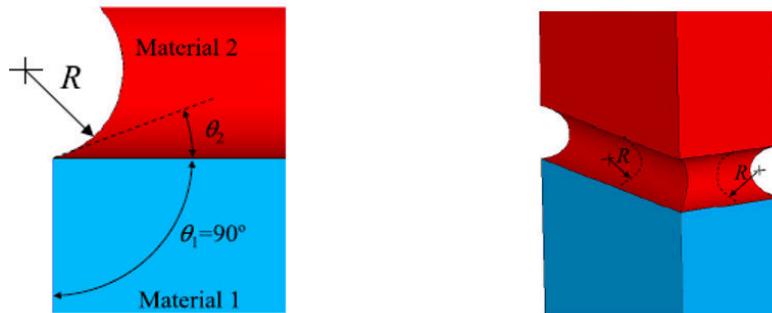
Un análisis más detallado de las uniones adhesivas puede observarse en [F. ].

Actualmente, las uniones adhesivas se utilizan mayoritariamente en uniones secundarias, donde las cargas no son lo suficientemente elevadas como para poner en peligro la integridad estructural del elemento. Además, no existe un criterio de fallo generalizado en el que predecir cuál será el modo de fallo y qué carga ha propiciado dicha rotura.

A nivel macroscópico, el único mecanismo de fallo que implica directamente a la unión bimaterial es el fallo de tipo adhesivo. Dicha caracterización es compleja pues la presencia de una interfase bimaterial provoca la aparición de tensiones singulares en los extremos. Dicha resolución requiere del uso combinado de un criterio tensional y de un criterio energético, formando las bases de la mecánica de la fractura finita.

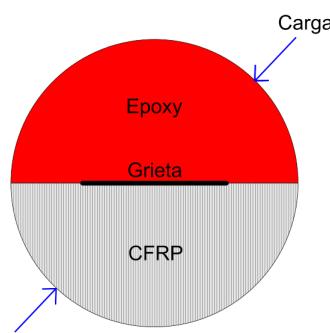
Uno de los principales problemas a la hora de utilizar este tipo de criterios de fallo son las propiedades críticas del material a utilizar. En concreto, al utilizar tanto el criterio tensional como el criterio energético, requiere tanto las tensiones de rotura (tracción y cortadura) como la tenacidad de fractura de la unión bimaterial.

Lo anteriormente mencionado, así como el estudio de las tensiones de rotura de este tipo de uniones, puede verse con mayor detalle en [Mar14] y [Rod15], donde se realizaron tanto los modelos numéricos como los ensayos experimentales a tracción y cortadura, así como una revisión bibliográfica de la mecánica de la fractura finita. Las probetas contenían una entalla cercana a la unión que servía para evitar las tensiones singulares que aparecían en dicho extremo de la interfase bimaterial, y que se muestra en la figura 1.3.



**Figura 1.3** Entallas en las probetas del denominado Notched-butt test, procedente de [LB11].

El presente trabajo trata de obtener, con la finalidad de completar las propiedades críticas del material, la tenacidad de fractura de una grieta contenida en la interfase de una unión bimaterial, que separa un polímero tipo resina epoxi de un laminado de fibra de carbono embebida en una matriz epoxi. Dicha tenacidad de fractura dependerá del valor de cada uno de los modos de fractura que tengan lugar en el origen de la grieta, por lo tanto, se ha escogido una probeta tipo Brazilian disk, y cuya ilustración corresponde con la figura 1.4.



**Figura 1.4** Ilustración de una probeta tipo Brazilian disk aplicada al presente trabajo.

En general, cuando se aplica un estado de compresión a un cuerpo en sus extremos, aparece un estado de tracción perpendicular a dicha compresión en el centro del cuerpo. La versatilidad de la probeta Brazilian disk es que, al ser circular, podemos aplicar compresión en todo el perímetro de la probeta, lo que en un principio ofrecería el mismo estado tensional si la probeta fuese homogénea y sin la presencia de la grieta, por simetría

circunferencial. Para nuestro caso, hay que tener en cuenta la diferencia de las rigideces de cada material; y la existencia de una grieta que separa dichas interfaces, que dificultará la caracterización del estado tensional.

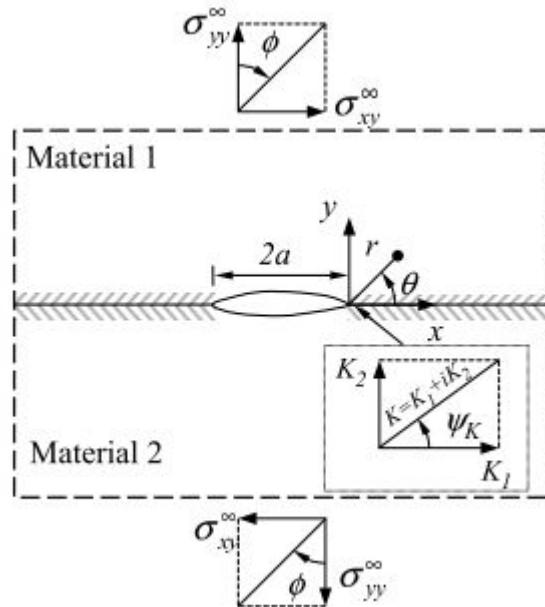
Inicialmente, se desarrollará la teoría perteneciente a una grieta contenida en una interfase bimaterial, que no es más que una extensión del caso homogéneo estudiado en la mecánica de la fractura clásica. En dicho desarrollo aparecerán nuevos fenómenos físicos con respecto al caso homogéneo, así como nuevos conceptos que permitan resolver el problema.

## 1.1 Revisión bibliográfica

### 1.1.1 Distribución de tensiones y desplazamientos en torno a una grieta contenida en una interfase bimaterial

La mecánica de la fractura en interfasas bimateriales tuvo su origen en [Wil59], donde se estableció el comportamiento de las grietas en este tipo de medios. Su objetivo no era otro que encontrar una relación del campo de tensiones y desplazamientos similares a los obtenidos para el caso de una grieta contenida en el interior de un material isótropo, elástico lineal y homogéneo. Dicho desarrollo se reproducirá parcialmente en el presente trabajo, pues el resultado final ayuda a comprender el problema a abordar.

Tal y como se muestra en la figura 1.5, suponemos una grieta inicial de longitud  $2a$  contenida entre dos materiales con propiedades diferentes. Dado que el problema es plano y que la grieta es paralela al eje  $x$ , las tensiones que favorecerán el crecimiento de la grieta son  $\sigma_{yy}^{\infty}$  (modo simétrico) y  $\sigma_{xy}^{\infty}$  (modo antisimétrico), denotadas con el superíndice  $\infty$  pues son condiciones de contorno aplicadas en el espécimen más allá del dominio considerado en la figura.



**Figura 1.5** Problema de una grieta contenida en una interfase bimaterial, figura de [MBCP06].

Dichos campos de desplazamientos y tensiones se evalúan en coordenadas polares, con origen el extremo de la grieta, pues facilitará el desarrollo de las expresiones matemáticas.

Para resolver el problema, se busca una función biarmónica dada por la ecuación 1.1 tal que permita resolver el problema elástico y cumplir las condiciones de contorno de la ecuación 1.2, que muestran las condiciones tanto de superficie libre de tensiones en los labios de la grieta como de continuidad en tensiones en la unión de ambos materiales.

$$\nabla^4 \chi(r, \theta) = 0 \quad (1.1)$$

$$\theta = +\pi \rightarrow \begin{cases} \sigma_\theta = 0 \\ \sigma_{r\theta} = 0 \end{cases} \quad \theta = -\pi \rightarrow \begin{cases} \sigma_\theta = 0 \\ \sigma_{r\theta} = 0 \end{cases} \quad \theta = 0 \rightarrow \begin{cases} \sigma_{\theta+} = \sigma_{\theta-} \\ \sigma_{r\theta+} = \sigma_{r\theta-} \\ u_{\theta+} = u_{\theta-} \\ u_{r+} = u_{r-} \end{cases} \quad (1.2)$$

Las funciones que permiten resolver este tipo de problemas son de la forma:

$$\begin{aligned} \chi(r, \theta) &= r^{\lambda+1} F(\theta) \\ F(\theta) &= [a \sin(\lambda+1)\theta + b \cos(\lambda+1)\theta + c \sin(\lambda-1)\theta + d \cos(\lambda-1)\theta] \end{aligned} \quad (1.3)$$

Expresando las relaciones entre los campos de tensiones y de desplazamientos con respecto a la función biarmónica de la ecuación 1.3:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} = r^{\lambda-1} [F''(\theta) + (\lambda+1)F(\theta)] \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} = r^{\lambda-1} \lambda (\lambda+1) F(\theta) \\ \sigma_{r\theta} &= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} = -\lambda r^{\lambda-1} F'(\theta) \\ u_\theta &= \frac{1}{2E} r^\lambda \left[ -F'(\theta) - 4 \left( 1 - \frac{v}{1+v} \right) (c \cos(\lambda-1)\theta - d \sin(\lambda-1)\theta) \right] \\ u_r &= \frac{1}{2E} r^\lambda \left[ -(\lambda+1)F(\theta) + 4 \left( 1 - \frac{v}{1+v} \right) (c \sin(\lambda-1)\theta + d \cos(\lambda-1)\theta) \right] \end{aligned} \quad (1.4)$$

Si sustituimos las expresiones de los campos de tensiones y desplazamientos de la ecuación 1.4 en las condiciones de contorno de la ecuación 1.2, y establecemos subíndices en función del material en el que nos encontramos, obtenemos:

$$\begin{aligned} F_1(\pi) &= F'_1(\pi) = F_2(-\pi) = F'_2(-\pi) = 0 \\ F_1(0) &= F_2(0) \\ F'_1(0) &= F'_2(0) \\ \frac{1}{2E_1} \left[ -F'_1(0) - 4c_1 \left( 1 - \frac{v_1}{1+v_1} \right) \right] &= \frac{1}{2E_2} \left[ -F'_2(0) - 4c_2 \left( 1 - \frac{v_2}{1+v_2} \right) \right] \\ \frac{1}{2E_1} \left[ -(\lambda+1)F_1(0) + 4d_1 \left( 1 - \frac{v_1}{1+v_1} \right) \right] &= \frac{1}{2E_2} \left[ -(\lambda+1)F_2(0) + 4d_2 \left( 1 - \frac{v_2}{1+v_2} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.5)$$

Expresando la ecuación 1.5 en función de la ecuación 1.3, obtenemos un sistema de 8 ecuaciones con 8 incógnitas ( $a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2$ ). Una solución no trivial se obtiene anulando el determinante de dicho sistema, simplificado en la ecuación 1.6:

$$\cot^2 \lambda \pi + \left[ \frac{2 \frac{E_1}{E_2} \left( 1 - \frac{v_2}{1+v_2} \right) - 2 \left( 1 - \frac{v_1}{1+v_1} \right) - \left( \frac{E_1}{E_2} - 1 \right)}{2 \frac{E_1}{E_2} \left( 1 - \frac{v_2}{1+v_2} \right) + 2 \left( 1 - \frac{v_1}{1+v_1} \right)} \right] = 0 \quad (1.6)$$

Para el caso en que ambos materiales poseen las mismas propiedades ( $v_1 = v_2$  y  $E_1 = E_2$ ), podemos conocer los autovalores que controlan la solución del sistema según la ecuación 1.7:

$$\cot^2 \lambda \pi = 0 \rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{2n+1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \\ n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (1.7)$$

Cerca del entorno de la grieta, el autovalor que controla las tensiones es  $\lambda_{mn} = \frac{1}{2}$ , por lo tanto las tensiones tienen la forma  $\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$ , lo que nos lleva a establecer el orden de magnitud de las tensiones ya conocido en grietas contenidas en materiales homogéneos.

Para el caso bimaterial, no existen soluciones reales pues la ecuación 1.6 es la suma de dos términos positivos. Por lo tanto, si utilizamos  $\lambda = \lambda_r + i\lambda_j$  y separamos la parte real de la parte imaginaria de dicha ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{(\tan^2(\lambda_r \pi) + 1) \tanh(\lambda_j \pi)}{\tan^2(\lambda_r \pi) + \tanh^2(\lambda_j \pi)} &= \pm \frac{2 \frac{E_1}{E_2} \left(1 - \frac{v_2}{1+v_2}\right) - 2 \left(1 - \frac{v_1}{1+v_1}\right) - \left(\frac{E_1}{E_2} - 1\right)}{2 \frac{E_1}{E_2} \left(1 - \frac{v_2}{1+v_2}\right) + 2 \left(1 - \frac{v_1}{1+v_1}\right)} \\ \frac{\tan(\lambda_r \pi) (1 - \tanh^2(\lambda_j \pi))}{\tan^2(\lambda_r \pi) + \tanh^2(\lambda_j \pi)} &= 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

La única solución válida es  $\tan(\lambda_r \pi) = \infty$ , y la ecuación 1.8 puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \lambda_r &= \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \\ \lambda_j &= \pm \frac{1}{\pi} \tanh^{-1} \left( \frac{2 \frac{E_1}{E_2} \left(1 - \frac{v_2}{1+v_2}\right) - 2 \left(1 - \frac{v_1}{1+v_1}\right) - \left(\frac{E_1}{E_2} - 1\right)}{2 \frac{E_1}{E_2} \left(1 - \frac{v_2}{1+v_2}\right) + 2 \left(1 - \frac{v_1}{1+v_1}\right)} \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Cuya solución tiende al caso homogéneo al igualar las propiedades de ambos materiales. Por lo tanto, el campo de tensiones queda de la forma  $\sigma \sim r^{\lambda-1} \sim r^{(\lambda_r-1) \pm i\lambda_j}$ , expresados como funciones trigonométricas en ecuación 1.10:

$$\begin{aligned} \sigma &\sim r^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \end{pmatrix} [\lambda_j \log(r)] \\ u &\sim r^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \end{pmatrix} [\lambda_j \log(r)] \end{aligned} \quad (1.10)$$

Podemos apreciar que las tensiones tienden a infinito y los desplazamientos a cero conforme nos acercamos al vértice de la grieta al igual que ocurría en el caso de un único material homogéneo. Sin embargo, aparece un término oscilatorio función de la distancia al vértice de la grieta.

Este término supone la presencia de una alternancia entre estados de tracción y compresión, así como desplazamientos positivos y negativos. Dicho término cobra mayor relevancia conforme más cerca del vértice de la grieta se encuentre, pues la frecuencia de la función trigonométrica viene dada por una función logarítmica, donde  $\lim_{r \rightarrow 0^+} \log(r) = -\infty$ .

Lo que más llama la atención es que un desplazamiento negativo de los labios de la grieta provoca una interpenetración en el material, algo físicamente imposible. Dicha incongruencia fomentó la aparición de un modelo de contacto que predice el comportamiento de la grieta sin dichas interpenetraciones, y que se analizará más adelante.

### 1.1.2 Particularización del campo de tensiones y desplazamientos a una unión de materiales isótropo/ortotropo

Dado que las expresiones obtenidas en la ecuación 1.10 están referidas para una unión bimaterial de dos materiales isótropos, debemos particularizarla para una unión bimaterial compuesta por un material isótropo y otro ortotropo.

Inicialmente, introducimos el trabajo de [Dun69] que nos permite relacionar la diferencia de propiedades entre dos materiales isótropos, con una dependencia exclusivamente de dos parámetros adimensionales  $\alpha$  y  $\beta$ :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\mu_1(\kappa_2 + 1) - \mu_2(\kappa_1 + 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)} = \frac{E'_1 - E'_2}{E'_1 + E'_2} \\ \beta &= \frac{\mu_1(\kappa_2 - 1) - \mu_2(\kappa_1 - 1)}{\mu_1(\kappa_2 + 1) + \mu_2(\kappa_1 + 1)}\end{aligned}\quad (1.11)$$

donde  $\mu_k = \frac{E_k}{2(1 + v_k)}$ . Para deformación plana  $E'_k = \frac{E_k}{(1 - nu_k^2)}$  y  $\kappa_k = 3 - 4v_k$ ; para tensión plana  $E'_k = E_k$  y  $\kappa_k = \frac{3 - v_k}{1 + v_k}$ . Puede comprobarse que los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  son nulos siempre que las propiedades de ambos materiales sean iguales.

Si introducimos en la ecuación 1.10 el parámetro de Dundurs  $\beta$  definido en 1.11, dichas expresiones quedan de la forma:

$$\begin{aligned}\sigma &\sim r^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \end{pmatrix} [\varepsilon \log(r)] \\ u &\sim r^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \end{pmatrix} [\varepsilon \log(r)] \\ \varepsilon &= \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)\end{aligned}\quad (1.12)$$

La expresión introducida en 1.11 varía para una unión de materiales isótropo/ortotropo; aunque se encuentra desarrollada en [MBCP06], la reproduciremos parcialmente.

Podemos obtener el parámetro  $\beta$  de Dundurs para una unión isóstropa/ortótropa a partir de los tensores de Barnett-Lathe:

$$\begin{aligned}\beta &= -\frac{w}{\sqrt{D_{11}D_{22}}} \\ D &= \begin{bmatrix} D_{11} & 0 \\ 0 & D_{22} \end{bmatrix} = L^{CFRP^{-1}} + L^{epox^{-1}} \\ W &= \begin{bmatrix} 0 & -w \\ w & 0 \end{bmatrix} = SL^{CFRP^{-1}} - SL^{epox^{-1}} \\ L^{m^{-1}} &= \sqrt{2 \left( \sqrt{s_{11}^{m'} s_{22}^{m'}} + \left( s_{12}^{m'} + \frac{s_{66}^{m'}}{2} \right) \right)} \begin{bmatrix} \sqrt{s_{11}^{m'}} & 0 \\ 0 & \sqrt{s_{22}^{m'}} \end{bmatrix} \\ SL^{m^{-1}} &= \left( \sqrt{s_{11}^{m'} s_{22}^{m'}} + s_{12}^{m'} \right) \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (1.13)$$

Los coeficientes que aparecen en los tensores de Barnett-Lathe son los coeficientes de flexibilidad que aparecen en la matriz inversa de la ley de comportamiento. Dado que la resina epoxy podemos considerarlo como un material isótropo y el laminado de fibra de carbono podemos considerarlo como un material ortotropo

y que el problema es de deformación plana, la ley de comportamiento que relaciona las deformaciones con las tensiones tiene la forma:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^m \\ \varepsilon_{22}^m \\ \varepsilon_{33}^m \\ 2\varepsilon_{23}^m \\ 2\varepsilon_{13}^m \\ 2\varepsilon_{12}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^m & s_{12}^m & s_{13}^m & 0 & 0 & 0 \\ s_{21}^m & s_{22}^m & s_{23}^m & 0 & 0 & 0 \\ s_{31}^m & s_{32}^m & s_{33}^m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11}^m \\ \sigma_{22}^m \\ \sigma_{33}^m \\ \sigma_{23}^m \\ \sigma_{13}^m \\ \sigma_{12}^m \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^m \\ \varepsilon_{22}^m \\ \varepsilon_{33}^m \\ 2\varepsilon_{23}^m \\ 2\varepsilon_{13}^m \\ 2\varepsilon_{12}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & \frac{-v_{21}}{E_{22}} & \frac{-v_{31}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-v_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & \frac{-v_{32}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-v_{13}}{E_{11}} & \frac{-v_{23}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{0}{E_{11}} & \frac{0}{E_{22}} & \frac{0}{E_{33}} & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ \frac{0}{E_{11}} & \frac{0}{E_{22}} & \frac{0}{E_{33}} & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11}^m \\ \sigma_{22}^m \\ \sigma_{33}^m \\ \sigma_{23}^m \\ \sigma_{13}^m \\ \sigma_{12}^m \end{bmatrix}$$

Si eliminamos las deformaciones fuera del plano; y la adición de las tensiones debidas al efecto Poisson impiden la deformación del cuerpo fuera del plano:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^m \\ \varepsilon_{22}^m \\ 2\varepsilon_{12}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}' & s_{12}' & 0 \\ s_{21}' & s_{22}' & 0 \\ 0 & 0 & s_{66}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11}^m \\ \sigma_{22}^m \\ \sigma_{12}^m \end{bmatrix} \quad \forall i, j = 1, 2, 6 \quad (1.15)$$

$$s_{ij}' = s_{ij}^m - \frac{s_{i3}s_{3j}}{s_{33}}$$

Existen diferentes relaciones entre cada elemento de la matriz de comportamiento en función de las características del material. Para materiales isótropos, como el epoxy, se cumple la relación  $v_{ij}^{epox} = v_{ji}^{epox}$  y  $E_{ii}^{epox} = E_{jj}^{epox}$ ; mientras que para el laminado de fibra de carbono, se cumple  $\frac{v_{ij}^{CFRP}}{E_{ii}^{CFRP}} = \frac{v_{ji}^{CFRP}}{E_{jj}^{CFRP}}$ .

### 1.1.3 Modelo abierto

Lo anteriormente mencionado en la sección 1.1.2 corresponde al denominado modelo abierto de la grieta, que permite la libertad de desplazamientos del entorno de la grieta y produce, por lo tanto, interpenetraciones físicamente imposibles entre ambos materiales debido al término oscilatorio del campo de desplazamientos. En el presente apartado desarrollaremos la teoría que nos permitirá calcular la tenacidad de fractura de la unión siguiendo con este modelo, que puede encontrarse en [MBCP06].

#### Enfoque tensional

Puede apreciarse, a partir del término oscilatorio de la ecuación 1.12, que no tiene sentido definir el factor de intensificación de tensiones en su definición más extendida como  $K = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma \sqrt{2\pi r}$  al proporcionar un valor indeterminado en el entorno de la grieta. Sin embargo, podemos expresarlo como:

$$K = (\sigma_{yy}^{sing} + i\sigma_{xy}^{sing})_{\theta=0} \sqrt{2\pi r} \frac{1}{r-i\varepsilon} \quad (1.16)$$

La adición del término  $\frac{1}{r-i\varepsilon}$  en la ecuación 1.16 resulta muy interesante, ya que permite eliminar el término oscilatorio del campo de tensiones al poseer la misma frecuencia de oscilación. En esta definición, K posee

como unidades [ $MPa \cdot m^{1/2} \cdot m^{-ie}$ ], lo que conlleva a la necesidad de utilizar la expresión 1.17 que permite convertir a  $K$  en una magnitud similar a la clásica:

$$\hat{K} = K\hat{l}^{ie} = K_1 + iK_2 \quad (1.17)$$

Este juego con la magnitud [ $m^{\pm ie}$ ] no tiene otra finalidad que corregir la magnitud de  $\hat{K}$ . Dado que  $r$  es la distancia al centro de la grieta, la expresión predice un valor diferente de  $\hat{K}$  en función de la distancia a la que nos encontremos. Si sustituimos la variable  $r$  por un parámetro  $l$ , denominado longitud característica, podemos hallar el factor de intensificación de tensiones en un determinado punto de la unión.

Aunque posea las mismas unidades dimensionales que en la mecánica de la fractura clásica,  $\hat{K}$  es una función compleja que separa el modo simétrico del modo antisimétrico. Para separar la parte con un carácter dimensional de la relación entre ambos modos de fractura, definimos un ángulo de mixicidad de tensiones como  $\psi_K = arg\hat{K}$  que transforma la expresión en otra más elegante, donde el término oscilatorio es adimensional. Por lo tanto, la ecuación (1.17) puede expresarse como:

$$\hat{K} = |\hat{K}| e^{i\psi_K} \quad (1.18)$$

Por claridad y para evitar confundir términos, de aquí en adelante se utilizará el término  $|\hat{K}|$  cuando queramos referirnos a la magnitud del factor de intensificación de tensiones, para así poder diferenciar entre el módulo y el ángulo de mixicidad.

Si nos centramos en la parte compleja de  $\hat{K}$ , podemos obtener una expresión que nos permita hallar el ángulo de mixicidad de tensiones en función de los campos de tensiones y de desplazamientos:

$$\tan(\psi_K + \varepsilon \ln \frac{r}{l}) = \frac{Im\left[\hat{K}\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right]}{Re\left[\hat{K}\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right]} = \frac{\sigma_{xy}^{sing}}{\sigma_{yy}^{sing}}(r=l, \theta=0) = \frac{\Delta u_x(r=-l, \theta=\pi)}{\Delta u_y} \quad (1.19)$$

Por lo tanto, si elegimos  $r = l$ , podemos obtener el valor del ángulo de mixicidad de tensiones como el cociente de las tensiones en la interfase. Además, la relación  $\frac{\sigma_{xy}^{sing}}{\sigma_{yy}^{sing}}$  varía periódicamente con  $\ln \frac{r}{l}$ , lo que implica que pueda existir un campo de tracción puro para una distancia  $r = l_1$  y para una distancia  $r = l_2$  un estado mixto de tracción y cizalladura.

Tan solo nos queda desarrollar los campos de tensiones y desplazamientos para hallar el valor del ángulo de mixicidad de tensiones, que para una unión isótropo/ortótropa depende del tensor de Barnett-Lothe y del parámetro  $\beta$  de Dundurs:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{yy} \end{bmatrix}(r,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} Re\left[\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right] & Im\left[\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right]\sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}}} \\ -Im\left[\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right]\sqrt{\frac{D_{11}}{D_{22}}} & Re\left[\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_2 \\ K_1 \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta u_x \\ \Delta u_y \end{bmatrix}(r,0) = \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \frac{2D}{cosh(\pi\varepsilon)} \begin{bmatrix} Re\left[\frac{1}{1+2ie}\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right] & Im\left[\frac{1}{1+2ie}\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right]\sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}}} \\ -Im\left[\frac{1}{1+2ie}\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right]\sqrt{\frac{D_{11}}{D_{22}}} & Re\left[\frac{1}{1+2ie}\left(\frac{r}{l}\right)^{ie}\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_2 \\ K_1 \end{bmatrix}$$

### Enfoque energético

Una vez caracterizado el FIT, podemos obtener la energía liberada debida al crecimiento de la grieta evaluando la integral de Irwin:

$$\begin{aligned} G^{int}(\Delta a) &= G_I^{int}(\Delta a) + G_{II}^{int}(\Delta a) \\ G_I^{int}(\Delta a) &= \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} \sigma_{yy}(r,0) \Delta u_y(\Delta a - r) dr \\ G_{II}^{int}(\Delta a) &= \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} \sigma_{xy}(r,0) \Delta u_y(\Delta a - r) dr \end{aligned} \quad (1.21)$$

La energía liberada por la grieta converge cuando  $\Delta a \rightarrow 0$  aún cuando cada uno de sus términos posee un carácter oscilatorio:

$$G^{int} = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} G^{int}(\Delta a) = \frac{|\hat{K}|^2}{cosh^2(\pi\varepsilon)E^*} \quad (1.22)$$

donde  $\frac{1}{E^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$ . Si caracterizamos esta expresión para una unión isótropa/ortótropa, nos permite hallar la energía liberada por la grieta de interfase:

$$G^{int} = \frac{D_{22}K_I^2 + D_{11}K_{II}^2}{4cosh^2(\pi\varepsilon)E^*} \quad (1.23)$$

Dado que ambos modos de fractura, si se observa la ecuación 1.21, poseen un término oscilatorio, la relación entre ambos permitirá hallar otro ángulo de mixicidad:

$$\tan^2 \psi_G = \frac{G_{II}^{int}(\Delta a)}{G_I^{int}(\Delta a)} \quad (1.24)$$

A la vista de las ecuaciones 1.21 y 1.24, y suponiendo que la energía liberada por la grieta es la que provoca su propagación; podemos expresar la tenacidad de fractura en modo mixto como:

$$G_c = G_{Ic}(1 + \tan^2 \psi_G) \quad (1.25)$$

Lo cual demuestra, según la ecuación 1.25, que la tenacidad de fractura de una unión bimaterial puede expresarse en función de la tenacidad de fractura en el modo simétrico y de la relación entre los modos de fractura simétrico y antisimétrico.

En los ensayos experimentales, el objetivo será hallar curvas de tenacidad de fractura - ángulo de mixicidad energético utilizando la ecuación 1.25.

### Relación entre ángulos de mixicidad

A la vista de las ecuaciones 1.19 y 1.24, el ángulo de mixicidad es diferente según si hemos utilizado un criterio tensional o energético. La relación entre ellos viene dada por:

$$\begin{cases} \cos(2\psi_G) = F(\varepsilon) \cos \left[ 2 \left( \psi_K + \psi_0 \left( \frac{\Delta a}{l}, \varepsilon \right) \right) \right] \\ \psi_0 \left( \frac{\Delta a}{l}, \varepsilon \right) = 2\varepsilon \ln \left( \frac{\Delta a}{2l} \right) + \varphi(\varepsilon) - \arctan(2\varepsilon) \\ F(\varepsilon) = 1 + 1.289868\varepsilon^2 + O(\varepsilon^4) \\ \varphi(\varepsilon) = -2\varepsilon \ln 2 + 2.404114\varepsilon^3 + O(\varepsilon^5) \end{cases} \quad (1.26)$$

La tenacidad de la interfase depende del mecanismo de fallo del sistema bimaterial, y puede ser considerada como la suma del trabajo de separación y disipación de energía. El trabajo de separación de la grieta es

independiente de  $\psi_K$ , mientras que la disipación de energía depende en gran medida de  $\psi_K$ . Por lo tanto, el valor de  $G_c^{int}(\psi_K, l)$  aumentará conforme  $\psi_K$  se haga mayor.

$\psi_K$  es un parámetro importante a la hora de predecir el comportamiento de la grieta. Mientras que para un material isótropo la tenacidad de fractura es única, para definir la tenacidad a fractura de una unión bimaterial hace falta definir, para cada valor de  $\psi_K$ , la tenacidad de fractura correspondiente.

#### 1.1.4 Modelo de contacto

El modelo de contacto trata de solventar las inconsistencias del modelo abierto. Fue desarrollado en [Com77], donde se admite la existencia de una zona de contacto sin fricción en cada extremo de la grieta, lo que elimina la presencia de las interpenetraciones que predice el modelo abierto.

Debido al contacto en el entorno de la grieta, no existe modo simétrico de fractura ya que es inconsistente con la existencia de una zona de contacto, por lo tanto la grieta crece exclusivamente en modo antisimétrico.

$$\begin{aligned}\sigma_{xy}(r,0) &= \sigma_{xy}^{sing}(r,0) + O(\sqrt{r}) = \frac{K_{II}^c}{\sqrt{2\pi r}} + O(\sqrt{r}) \quad r \rightarrow 0 \\ \sigma_{yy}(r, \pm \pi) &= \sigma_{yy}^{sing}(r,0) + O(1) = -\frac{\beta K_{II}^c}{\sqrt{2\pi r}} + O(1) \leq 0 \quad r \rightarrow 0\end{aligned}\quad (1.27)$$

Si definimos la energía liberada por la grieta para la unión considerada, resulta:

$$G^{int} = \frac{D_{11}K_2^2}{4cosh^2(\pi\varepsilon)} \quad (1.28)$$

Debido a la diferencia de propiedades de ambos materiales, ambos extremos de la grieta poseen un comportamiento diferente. En el caso de la figura 1.6, el material más rígido puede deslizar sobre el otro material, produciendo una amplia zona de contacto. Sin embargo, el material 2 no puede deslizar sobre el material 1 y formará una especie de burbuja en dicho extremo con una reducida zona de contacto entre ambos materiales. Este efecto puede apreciarse en la figura 1.6.

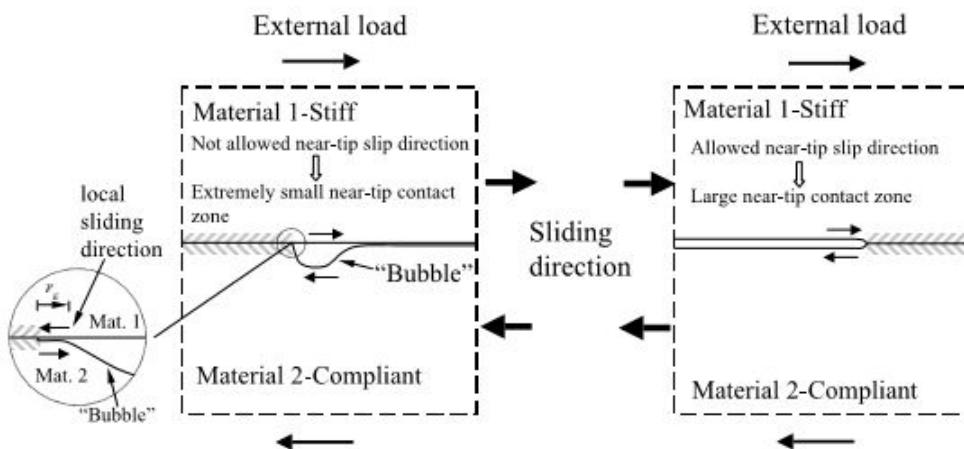


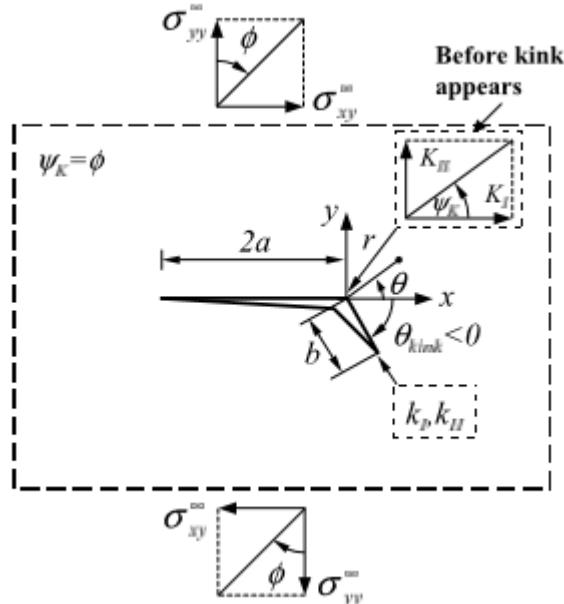
Figura 1.6 Efecto burbuja en el modelo de contacto, figura de [MBCP06].

Entre los resultados obtenidos por Comninou, el tamaño de la burbuja es muy inferior en comparación con la longitud de la grieta. Para una gran diferencia de propiedades del material como  $\beta = 0.5$ , el tamaño de la burbuja previsto puede ser hasta  $10^{-4}$  veces menor que la longitud de la grieta. Existen además previsiones, para valores de  $\beta$  menores, que dicha zona de contacto sea menor que la distancia interatómica, lo que carece de sentido físico.

### 1.1.5 Desviación de la grieta.

Aunque no vamos a tratar el presente apartado en este trabajo, es interesante incluirlo pues es una opción que puede presentarse. Dicha teoría se encuentra desarrollada en [MBCP06] y puede aplicarse al caso de grietas en interfase.

El esquema de la grieta en un medio homogéneo viene dada en la figura 1.7, posteriormente se comentarán los cambios respecto a la unión bimaterial.



**Figura 1.7** Desviación de la grieta en un medio homogéneo, figura de [MBCP06].

Si consideramos una grieta contenida en un medio homogéneo sometida a un modo mixto de carga ( $K_I \neq 0, K_{II} \neq 0$ ), con ángulo de mixicidad de tensiones local definido como  $\tan \psi_K = \frac{K_{II}}{K_I}$ , los posibles caminos que puede adoptar dicha grieta son que crezca a lo largo de su dirección inicial o que cambie su dirección de propagación y se desvíe.

Si dicha grieta se desvía, podemos considerarla como una segunda grieta que se propaga a partir de la primera en otra dirección. Para comprobar si se produce la desviación de la grieta, buscamos si existe algún ángulo  $\theta_{kink}$  con respecto a la dirección inicial tal que la energía liberada si se desvía es mayor que la energía liberada si se propaga en la misma dirección. Dicha, Si los FIT de la grieta que se desvía son  $k_m(\theta, 2a) \forall m = I, II$ , existirá

Para una desviación de la grieta de longitud infinitesimal, podemos expresar la energía liberada de la grieta que se desvía como:

$$G^{kink}(\theta) = \frac{k_I^2(\theta) + k_{II}^2(\theta)}{E'} \quad (1.29)$$

Y el campo de tensiones asintótico en los extremos de la grieta:

$$\sigma_{ij}^{sing}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} (K_I \sigma_{ij}^I(\theta) + K_{II} \sigma_{ij}^{II}(\theta)) \quad (1.30)$$

Podemos obtener el valor de  $\theta_{kink}$  aplicando diferentes criterios de fallo:

$$\begin{cases} \frac{\partial G^{kink}}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_{kink}} = 0 & \frac{\partial^2 G^{kink}}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=\theta_{kink}} < 0 & \text{Máxima energía liberada} \\ \frac{\partial k_I}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_{kink}} = 0 & \frac{\partial^2 k_I}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=\theta_{kink}} < 0 & \text{Máximo modo I} \\ \frac{\partial \sigma_\theta^{sing}}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_{kink}} = 0 & \frac{\partial^2 \sigma_\theta^{sing}}{\partial \theta^2} \Big|_{\theta=\theta_{kink}} < 0 & \text{Máxima tensión circunferencial} \end{cases} \quad (1.31)$$

Una vez hallado el ángulo de desviación, la condición para que se produzca dicha propagación es  $G^{kink}(\theta_{kink}) = G_c(\theta_{kink})$ . La relación entre crecimiento a lo largo de la interfase y desviación de la grieta puede formularse comparando los ratios correspondientes a la energía liberada y a la enegía de fractura:

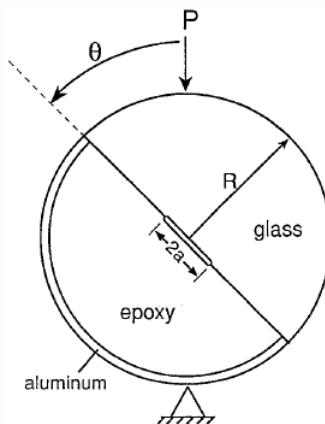
$$\frac{G^{int}}{G_c^{int}} > \frac{G^{kink}}{G_c^{kink}} \quad \text{Extensión} \quad \frac{G^{int}}{G_c^{int}} < \frac{G^{kink}}{G_c^{kink}} \quad \text{Desviación} \quad (1.32)$$

Si aplicamos estos conceptos a la desviación de una grieta contenida en una interfase bimaterial, aparecen nuevas dificultades debido al carácter oscilatorio del campo de tensiones. En concreto, dichas oscilaciones predicen según los diferentes modelos ángulos de desviación diferentes, por lo que no se puede predecir un ángulo concreto. Dicha solución puede preverse al escoger arbitrariamente un valor de  $\beta = 0$ , lo que coincidiría con el caso homogéneo, que predice buenas soluciones siempre que la diferencia de propiedades de los materiales no sea muy grande.

### 1.1.6 Ensayo Brazilian disk

Una vez introducidos en la mecánica de la fractura de interfase, vamos a presentar la probeta y ensayo elegidos, referenciando en [BSS02].

Las probetas serán las denominadas Brazilian disk. El ensayo original está compuesto por probetas circulares de un único material y con una grieta en el centro, pero se adaptó al caso bimaterial al unir dos probetas con forma de media luna mediante una interfase, con una grieta en su interior. Su ilustración se recoge en la figura 1.8, similar al ensayo que hemos realizado en el presente trabajo salvo por una media luna de aluminio que rodea al epoxy cuyo objetivo no es otro que el de aportarle rigidez a la zona donde se aplica la carga.

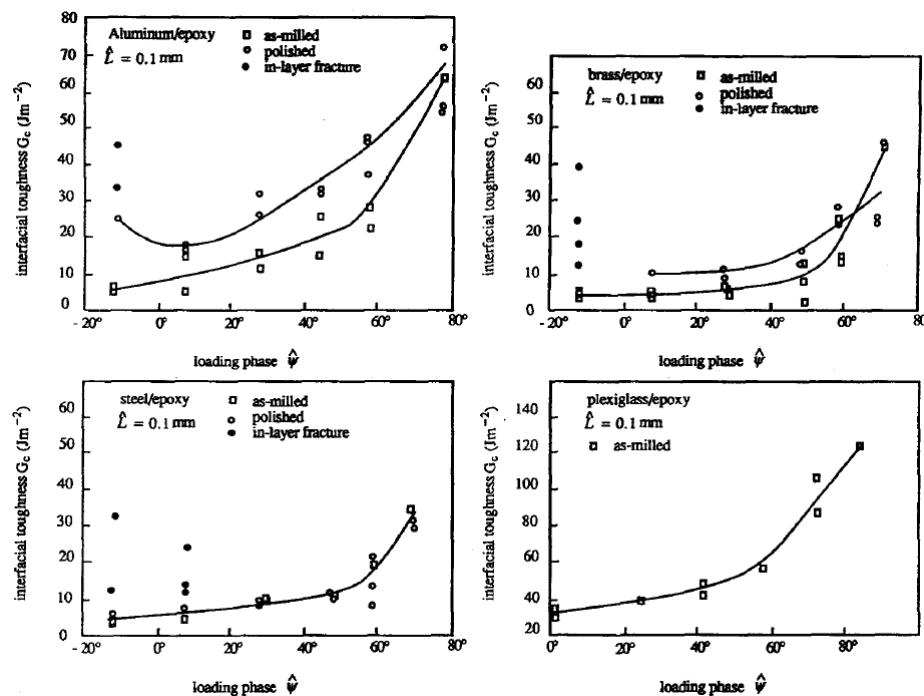


**Figura 1.8** Ensayo tipo Brazilian para una probeta bimaterial con una grieta contenida en la interfase, figura de [BSS02].

Los ensayos se realizan a compresión, con un ángulo de aplicación de carga respecto a la dirección de la interfase variable, lo que permite variar el ángulo de mixicidad.

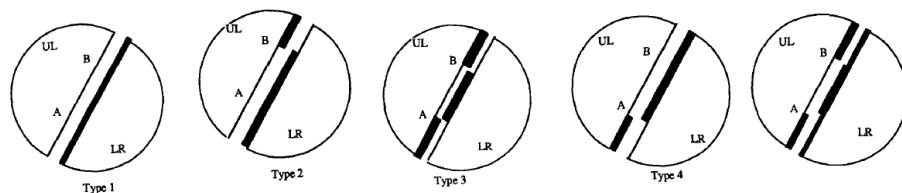
Destacar que las tensiones residuales producidas a la hora de fabricar la probeta no influyen en el crecimiento de la grieta, pues la energía de deformación almacenada durante su fabricación no es liberada en el proceso de crecimiento de la grieta. [WS90] destaca que, aunque no provoquen el crecimiento de la grieta, puede invalidar los resultados pues en algunos tipos de uniones las tensiones residuales y el campo de tensiones predecido por 1.12 pueden poseer valores similares, pero para uniones con epoxy las tensines residuales generadas son muy pequeñas.

En las gráficas correspondientes a la figura 1.9 se presentan los resultados obtenidos por [WS90] para diferentes probetas bimateriales utilizando este tipo de ensayos. Aunque la pareja de materiales utilizada no es la que corresponde en este trabajo, las curvas esperadas de la tenacidad de fractura frente al ángulo de mixicidad sí deben seguir la misma forma. Destacar la evidencia experimental del aumento de la tenacidad de fractura conforme aumenta el ángulo de mixicidad.



**Figura 1.9** Tenacidad de fractura de la interfase obtenida para varios materiales, figura de [WS90].

En sus ensayos, [WS90] utilizó otro tipo de probetas diferentes a las utilizadas por [BSS02] pues varios de sus ensayos se realizaron entre dos materiales metálicos y/o cerámicos, por lo que necesitaba añadir un adherente entre ambas partes. Además, observaron que el crecimiento de la grieta podía ser de cinco tipos diferentes, tal y como se ilustra en la figura 1.10.



**Figura 1.10** Tipos de crecimiento de grieta en la interfase, figura de [WS90].

- Tipo 1: La grieta crece a lo largo de la interfase, dejando ambos materiales intactos.
- Tipo 2: La grieta crece un poco por la interfase pero se desvía hacia la parte inferior en el extremo B, de forma que queda en la parte superior restos de material.
- Tipo 3: Tanto por el extremo A como por el extremo B la grieta se desvía hacia la parte inferior.

- Tipo 4: Igual que tipo 2, pero la grieta se desvía por el extremo A.
- Tipo 5: Más infrecuente, vieron que ocurría cuando ambos substratos eran metálicos y se utilizaba para adherirlos. La grieta se desvía hacia el interior, pero queda atrapada pues tiene más facilidad para propagarse por el epoxi que por el metal.

### 1.1.7 Comparación con el caso tridimensional

Para este problema, abordado en [BKF10], se establece un ángulo de mixicidad  $\phi$  que relaciona el modo antiplano con los modos planos, tal que:

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \sqrt{\frac{H_1}{H_2}} \frac{K_{III}}{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}} \right] \quad (1.33)$$

donde  $H_1$  y  $H_2$  son parámetros que incluyen las propiedades de ambos materiales.

La figura 1.11 muestra la distribución de los FIT a lo largo del espesor en una probeta tipo Brazilian disk. Puede apreciarse que tanto modo 1 como modo 2 se mantienen prácticamente constantes a lo largo del espesor, aunque varía más conforme se acerca a los extremos del espécimen. Sin embargo, la distribución del modo antiplano es antisimétrica, así como posee una mayor pendiente en todo el espécimen, siendo más pronunciado en dichos extremos.

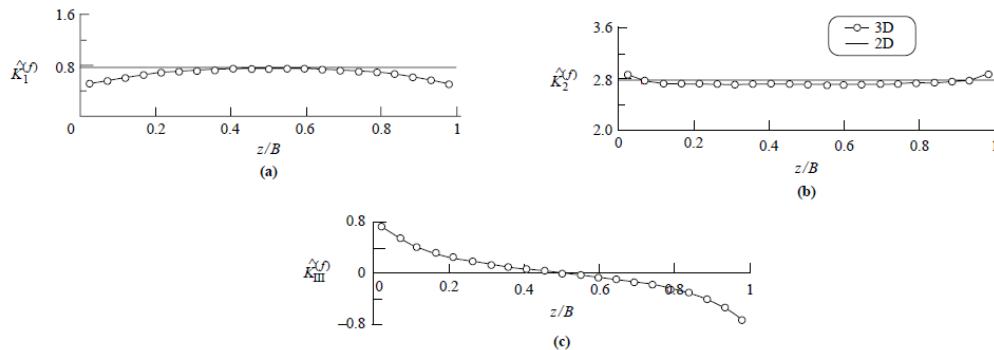


Figura 1.11 Variación de los modos de fractura a lo largo del ancho de la probeta, figura de [BKF10].

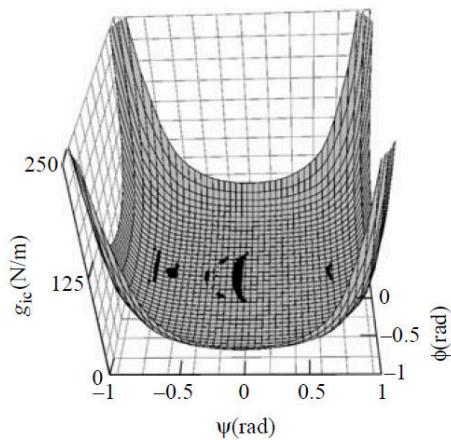
Para el problema tridimensional, la tenacidad de fractura teniendo en cuenta tanto la mixicidad plana como anti-plana:

$$G_c(\psi, \phi) = G_{1c} (1 + \tan^2 \psi) (1 + \tan^2 \phi) \quad (1.34)$$

donde  $G_{1c}$  denota la tenacidad de fractura obtenida cuando la mixicidad es nula. La evolución de la tenacidad de fractura tridimensional en función de sus ángulos de mixicidad puede observarse en la figura 1.12.

A la hora de decidir si la grieta va a propagarse o no, el ángulo de mixicidad  $\phi$  aumenta el valor de la tenacidad de fractura conforme este aumenta, al igual que ocurre con el ángulo  $\psi$ . Esto conlleva que, si ignoramos la mixicidad anti-plana, la tenacidad de fractura será menor y el valor obtenido será más conservador al suponer que dicho fallo es prematuro.

Por lo tanto, podemos ignorar el aumento de la tenacidad de fractura correspondiente al modo anti-plano al asegurar que nunca se producirá el fallo antes que en el caso plano.



**Figura 1.12** Efecto de  $\phi$  en la tenacidad de fractura, figura de [BKF10].

## 1.2 Desglose de la memoria

La teoría anteriormente desarrollada proporciona todas las bases necesarias para el desarrollo del proyecto.

Resulta conveniente recalcar el objetivo del trabajo, que es el de hallar la tenacidad de fractura en una interfase bimaterial. Esto no invalida cualquier resultado que provoque un desvío de la grieta fuera de la interfase ya que proporciona información acerca de las direcciones con menor energía necesaria para que crezca la grieta, pero no proporciona un valor real a la hora de determinar la, anteriormente mencionada, tenacidad de fractura en la interfase.

Se desarrolla un modelo numérico, donde se trabajará con un modelo de elementos finitos que permitirá obtener un campo de tensiones y desplazamientos similar al caso experimental. Dada la importancia que tienen las variables en el extremo de la grieta, resulta indispensable el uso de un buen mallado en el entorno de la grieta.

Dicho modelo, con valor de entrada el ángulo que forma la carga con respecto a la interfase, proporcionará el valor de  $G^{int}$  con los cálculos pertinentes.

La energía liberada por la grieta, obtenida numéricamente, variará en función de la fuerza de compresión aplicada. Es aquí donde tiene lugar los ensayos experimentales, donde podremos obtener la carga de fallo a partir de la cual ocurre la rotura catastrófica de la probeta.

Introduciendo el valor de carga obtenido en los resultados numéricos podremos obtener la tenacidad de fractura de la interfase, siempre y cuando la grieta se haya propagado por la interfase. Este tipo de resultados y otras tipologías se discutirán en el análisis de resultados, así como en la conclusiones.

## 2 Proceso experimental

---

El proceso experimental del presente trabajo recoge la fabricación y ensayo de las probetas. Dicho proceso se ha desarrollado en el laboratorio del Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, situado en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla.

El objetivo principal del proceso experimental es determinar la carga que provoca el fallo de la probeta, ya que aunque el modelo teórico establece toda la formulación referente al problema y el modelo numérico controle los campos de tensiones y desplazamientos, es necesario hallar su carga de compresión de rotura. En realidad, estamos calculando indirectamente la tenacidad de fractura del material, ya que podemos obtenerla de cálculos tomando la carga de rotura como entrada.

Estas probetas, del tipo Brazilian disk como la mostrada anteriormente en la figura 1.4, están conformadas por dos materiales diferentes: por un lado un laminado de adhesivo epoxy termoendurecible (Cytec FM73), y por el otro un laminado de fibra de carbono tipo prepreg (HexPly M21), cuyas propiedades se detallan en la tabla 2.1, incluyendo el parámetro que caracteriza la diferencia entre las propiedades de los materiales.

**Tabla 2.1** Tabla de propiedades de los materiales.

| Propiedad         | Valor         |
|-------------------|---------------|
| $E_{11}^{CFRP}$   | $1.41E5[MPa]$ |
| $E_{22}^{CFRP}$   | $9.58E3[MPa]$ |
| $E_{33}^{CFRP}$   | $9.58E3[MPa]$ |
| $\nu_{12}^{CFRP}$ | 0.02          |
| $G_{12}^{CFRP}$   | $5E3[MPa]$    |
| $E_{11}^{epox}$   | $3E3[MPa]$    |
| $\nu_{12}^{epox}$ | 0.35          |
| $G_{12}^{epox}$   | $8.42E2[MPa]$ |
| $\beta$           | -0.1338       |
| $\epsilon$        | 0.0428        |

## 2.1 Fabricación de las probetas

### 2.1.1 Fabricación y curado del laminado de fibra de carbono

Inicialmente, se cortan las láminas de fibra de carbono a partir del rollo suministrado por el fabricante, tal y como se puede ver en la figura 2.1. Las dimensiones elegidas son de 300 x 300 [mm], se cortan láminas hasta obtener un espesor aproximado de 4.5 mm.



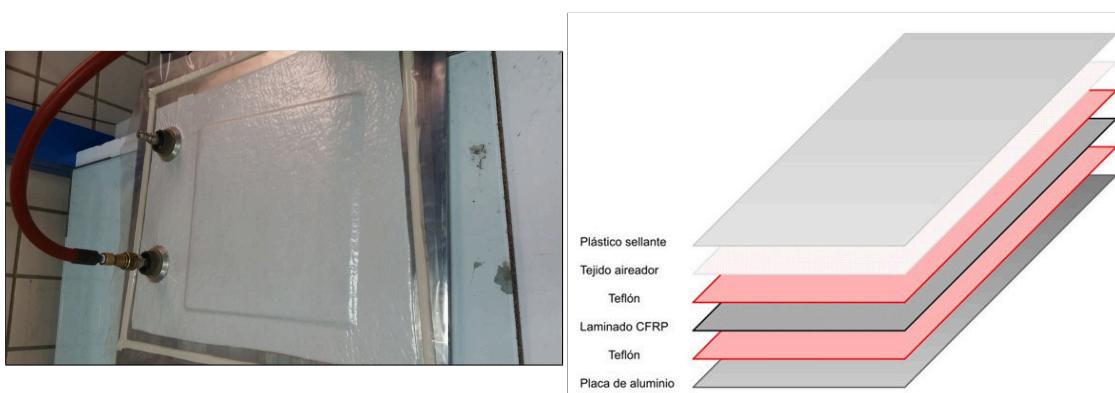
**Figura 2.1** Corte de las láminas de fibra de carbono.

Dichas láminas se pegan unas con otras y se eliminan tantas burbujas de aire como sea posible de forma manual. Para ello se utiliza la espátula de plástico cada vez que se adiciona una nueva lámina, y cada 5 láminas se introduce en una bolsa de vacío con el único objetivo de compactar, cuyo aspecto se observa en la figura 2.2.



**Figura 2.2** Compactación inicial de las láminas de fibra de carbono.

Una vez que todas las láminas se han compactado, se realiza la bolsa de vacío previa a la introducción del laminado en el autoclave. Dicha bolsa puede apreciarse en la figura 2.3 y, aparte de los elementos ilustrados en el esquema, puede observarse que el plástico se encuentra sellado gracias a una tira de cromato entorno al tejido aireador; además, existen dos bocas de toma de vacío, necesarias para el ciclo de presión originado en el autoclave.



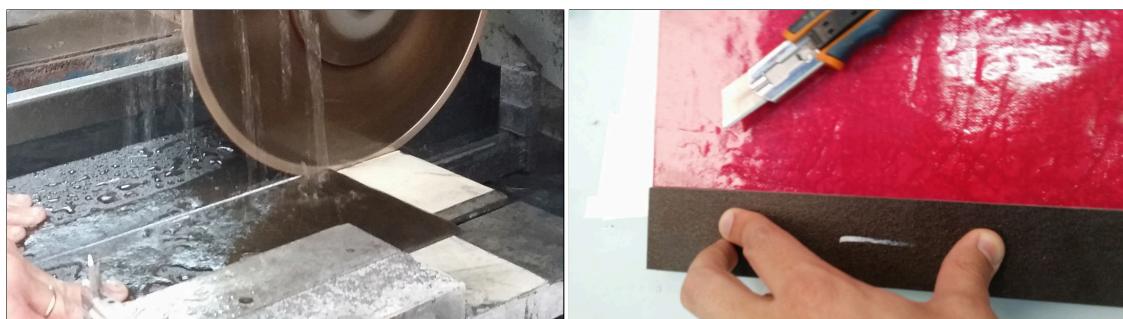
**Figura 2.3** Aspecto de la bolsa de vacío y esquema de su apilado.

El ciclo de autoclave que se utilizó para el curado del laminado consta de los siguientes pasos:

- Calentamiento a partir de temperatura ambiente hasta 180°C durante 90 minutos, así como aumento de la presión hasta los 7 bares.
- Mantener durante 120 minutos las condiciones alcanzadas.
- Enfriamiento a una velocidad de  $3 \frac{\text{C}}{\text{min}}$  hasta temperatura ambiente; volver a temperatura ambiente cuando alcance los 60°C.

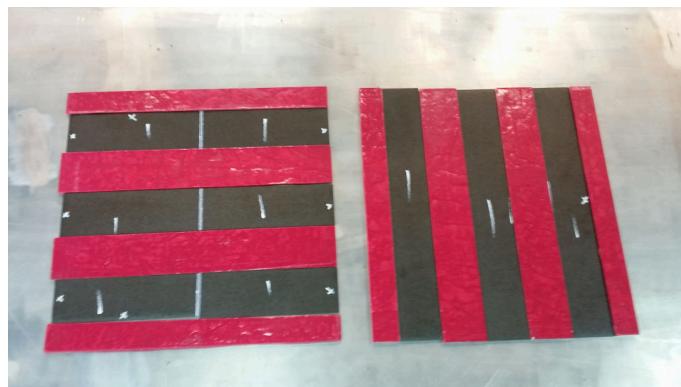
### 2.1.2 Fabricación y curado del panel adhesivo/CFRP

Para la realización del laminado de adhesivo se realizaron los mismos pasos que para el laminado de fibra de carbono de corte, apilado y compactado. Las dimensiones elegidas fueron las mismas, con la salvedad de un aumento del espesor de un 20% para prevenir que, tras posibles fugas del adhesivo, haya que mecanizar la fibra de carbono para mantener constante el espesor en toda la probeta. El corte de los laminados se muestra en la figura 2.4.



**Figura 2.4** Corte del laminado de fibra de carbono con disco y del laminado de adhesivo con cútter.

Para crear la interfase bimaterial, se cortaron tiras de ambos laminados y se alternaron entre ellos, de forma que cada lado pueda ser aprovechado para la obtención de probetas. Los laminados de adhesivo de los extremos poseen la mitad de ancho, pues solo contribuirán a las probetas por uno de los lados. Su distribución se refleja en la figura 2.5.



**Figura 2.5** Disposición final del laminado.

Se realizaron dos laminados compuestos por tiras de ambos materiales: uno con las fibras paralelas a la dirección de la interfase y otro con las fibras perpendiculares, con la intención de ver la influencia de la orientación de las fibras en la propagación de las grietas.

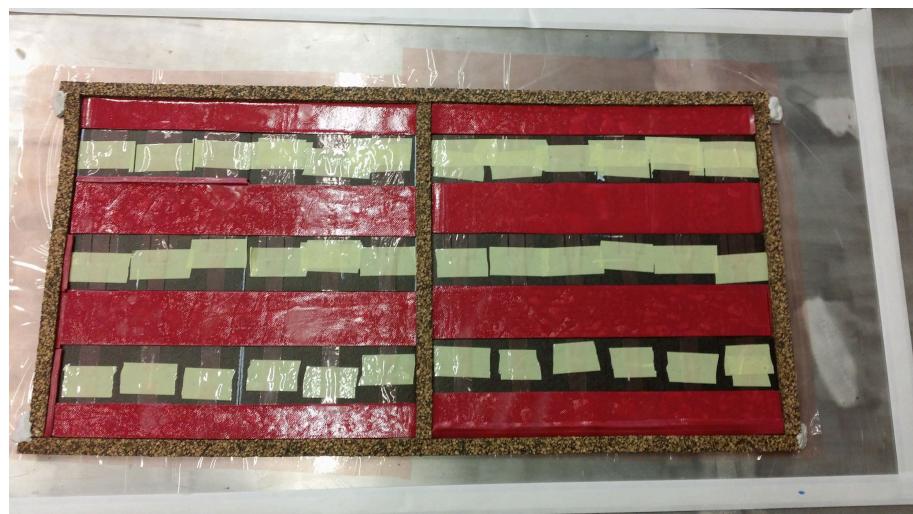
Para simular la grieta, se pegan tiras de teflón en el ancho de la tira del laminado de fibra de carbono. La elección del teflón es tanto por su bajo espesor como por no adherirse a ninguno de los materiales.

Se han utilizado dos anchos de tira de teflón diferentes, unos de 15 mm y otros de 30 mm, para comprobar si efectivamente la longitud de la grieta no influía en la tenacidad de fractura del material. Puede observarse en la figura 2.6.



**Figura 2.6** Tiras de teflón a lo largo del laminado de fibra de carbono.

La preparación de la bolsa de vacío previa al curado en autoclave requiere de ciertas adiciones que garanticen el sellado del laminado. El objetivo es doble: por un lado, el laminado de fibra de carbono una vez curado debe quedar por debajo del de adhesivo, pues dicho mecanizado requeriría de un coste mayor; además, hay que sellar bien el contorno del laminado para prevenir el escape del adhesivo, pues este pasa a estado líquido. La bolsa parcialmente preparada puede observarse en la figura 2.7, observando las ranuras donde se ha introducido cromato en la figura 2.8.



**Figura 2.7** Disposición final del laminado y bolsa de vacío parcial.

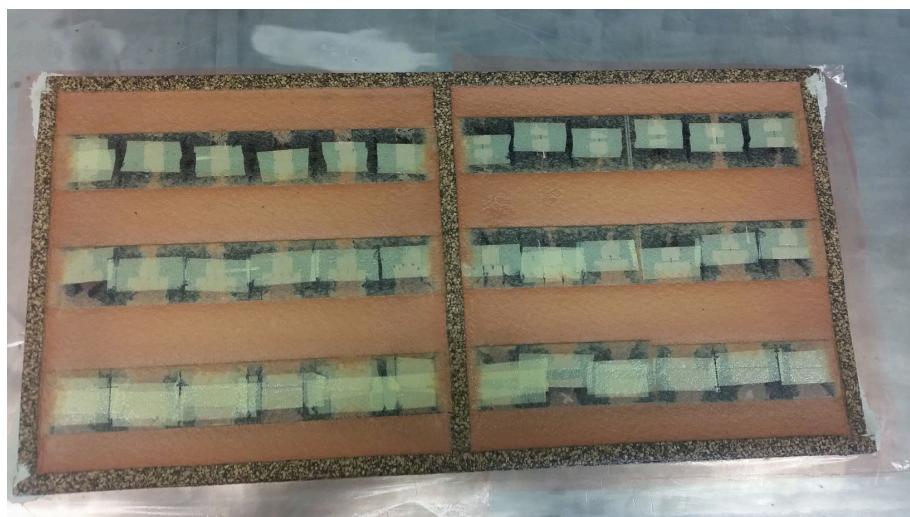


**Figura 2.8** Detalles de la bolsa de vacío final.

Por lo tanto, se han tomado las siguientes precauciones:

- El espesor del laminado de adhesivo es un 20 % superior en comparación con el laminado de fibra de carbono.
- Sellado con corcho en el contorno del laminado, y con una altura superior a la de éste. Además, las uniones entre diferentes tiras de corcho se han sellado con cromato.
- Dado que las tiras de corcho no ofrecen una gran maniobrabilidad, los huecos en el interior se han rellenado con restos del laminado del adhesivo, de forma que no queden huecos en el interior y el adhesivo tienda a llenarlos.

El proceso de curado se realizó a 120°C durante 90 minutos, tras lo cual se deja enfriar hasta temperatura ambiente en el autoclave. El resultado final se aprecia en la figura 2.9.



**Figura 2.9** Aspecto de los laminados después del curado.

### 2.1.3 Mecanizado de las probetas

Dichos laminados se mecanizaron en el disco mediante cortes a lo largo y ancho, de forma que se obtuvieron las probetas con forma cuadrilátera.

El principal problema de la parte experimental surgió en este momento, pues el único laminado que pudo mecanizarse fue aquel con las fibras perpendiculares a la interfase. Si echamos un vistazo con mayor detalle al laminado con las fibras paralelas a la interfase, tras el curado aparecen grietas tanto en el adhesivo en el extremo de la zona del teflón perpendiculares a éstas y en la propia interfase, originando el despegue de la unión. Dichas grietas pueden deberse a las tensiones de contracción durante el enfriamiento, ya que el adhesivo que se encontraba pegado a la fibra de carbono cerca de la interfase posee altas tensiones residuales, al no poder contraerse debido a la diferencia de rigideces en dicha dirección. La figura 2.10 muestra algunas zonas agrietadas.



**Figura 2.10** Grietas debido a las tensiones residuales del curado.

Para darles la forma circular, se procedió a mecanizar el contorno con la lijadora de desbaste. Finalmente, con la pulidora se planaron ambas caras de las probetas.

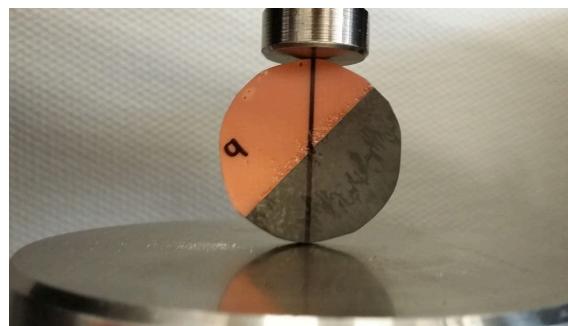
El que las probetas no hayan salido completamente circulares no es un problema, dado que la función de su geometría es ser polivalente a la hora de ensayar la probeta con un ángulo de carga determinado. Esta función sí la cumple, al poseer 36 probetas en total, de las cuáles existen 9 grupos con 4 probetas con el mismo ángulo de carga (representado por una línea negra), y este mismo grupo se divide a la vez en 2 grupos con longitud de grieta diferentes entre ellos. En la figura 2.11 se muestran las probetas previas a los ensayos.



**Figura 2.11** Probetas listas para ser ensayadas.

#### 2.1.4 Ensayo de las probetas

El ensayo de dichas probetas se realizó en la máquina universal de ensayos con las placas de compresión, tal y como se ilustran en la figura 2.12. Dichos resultados se analizarán en el capítulo 4, pues es necesario realizar cálculos tanto numéricos como analíticos para hallar la tenacidad de fractura del material.



**Figura 2.12** Ensayo de las probetas.

La rotura catastrófica de cada una de las probetas ensayadas puede observarse en la figura 2.13. Por otro lado, la tabla 2.2 recoge los resultados obtenidos en dichos ensayos, así como los parámetros de cada una de las probetas.

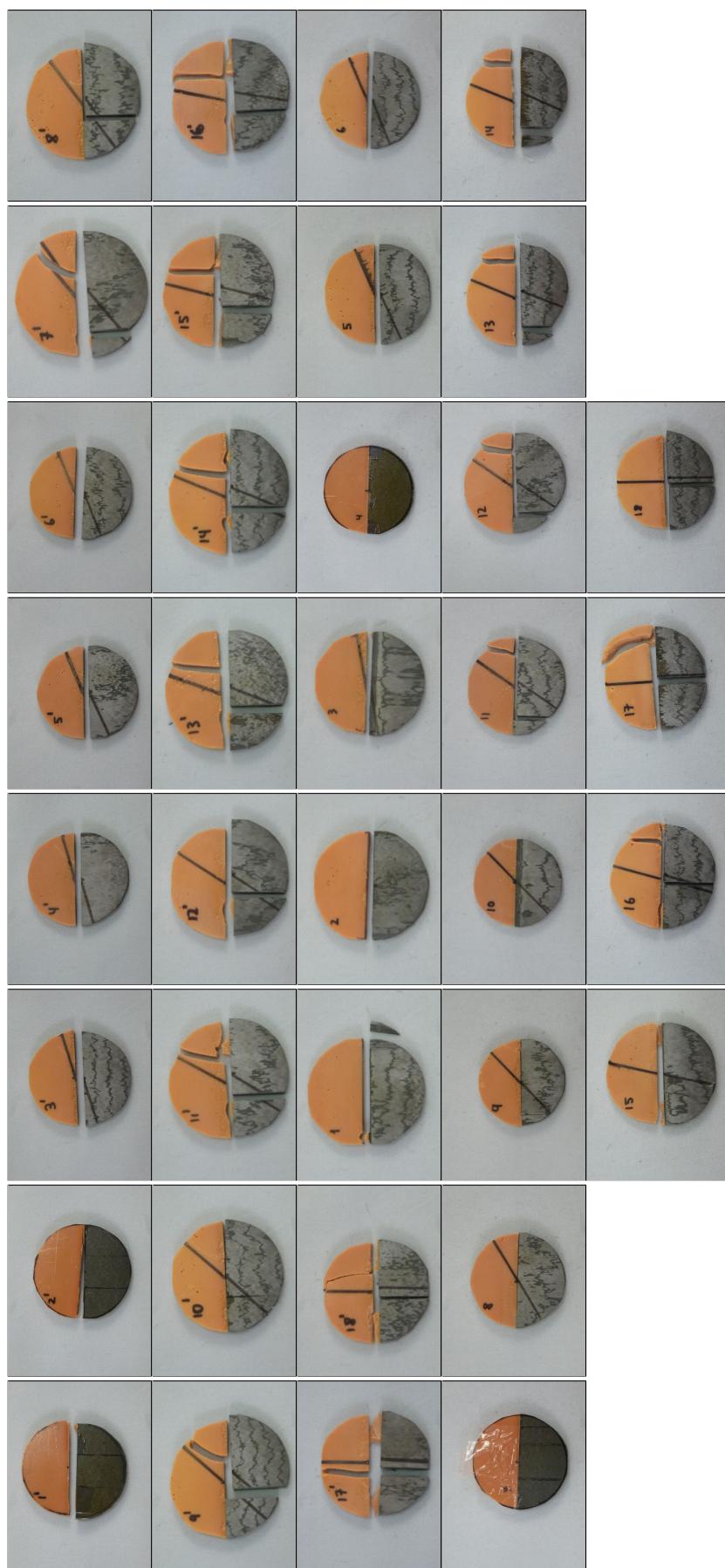


Figura 2.13 Rotura de las probetas.

**Tabla 2.2** Resultados de cada probeta. .

| Número | Espesor [mm] | Diámetro [mm] | $\frac{\text{long. grieta}}{\text{diámetro}}$ | Ángulo [º] | Carga de fallo [N] |
|--------|--------------|---------------|---|------------|--------------------|
| 1'     | 3.9          | 45.1          | 0.33  | 0          | 3230               |
| 2'     | 3.8          | 43.8          | 0.34  | 0          | 3444               |
| 3'     | 4.0          | 43.1          | 0.35  | 11         | 2538               |
| 4'     | 3.8          | 43.2          | 0.35  | 11         | 2131               |
| 5'     | 3.9          | 43.1          | 0.35  | 22         | 2550               |
| 6'     | 3.8          | 42.8          | 0.35  | 22         | 2279               |
| 7'     | 3.7          | 46.5          | 0.32  | 33         | 3275               |
| 8'     | 3.8          | 44.4          | 0.34  | 33         | 3005               |
| 9'     | 3.9          | 44.1          | 0.34  | 45         | 3051               |
| 10'    | 3.9          | 43.8          | 0.34  | 45         | 2802               |
| 11'    | 3.7          | 44.4          | 0.34  | 56         | 3280               |
| 12'    | 3.7          | 43.7          | 0.34  | 56         | 2880               |
| 13'    | 3.8          | 44.6          | 0.34  | 67         | 4640               |
| 14'    | 3.9          | 45.3          | 0.33  | 67         | 3725               |
| 15'    | 3.9          | 40.0          | 0.38  | 79         | 5048               |
| 16'    | 3.7          | 43.0          | 0.35  | 79         | 4263               |
| 17'    | 3.7          | 38.1          | 0.40  | 90         | 4856               |
| 18'    | 3.8          | 39.5          | 0.38  | 90         | 4870               |
| 1      | 3.4          | 43.0          | 0.70  | 0          | 4814               |
| 2      | 3.8          | 42.7          | 0.70  | 0          | 4008               |
| 3      | 3.3          | 40.9          | 0.73  | 11         | 1428               |
| 4      | 3.4          | 41.4          | 0.72  | 11         | 548                |
| 5      | 4.1          | 45.7          | 0.66  | 22         | 963                |
| 6      | 4.0          | 43.6          | 0.69  | 22         | 791                |
| 7      | 4.1          | 40.5          | 0.74  | 33         | 1013               |
| 8      | 3.9          | 40.4          | 0.74  | 33         | 1024               |
| 9      | 4.0          | 39.3          | 0.76  | 45         | 924                |
| 10     | 3.4          | 40.0          | 0.75  | 45         | 1020               |
| 11     | 3.5          | 43.2          | 0.69  | 56         | 2047               |
| 12     | 3.8          | 44.4          | 0.68  | 56         | 2088               |
| 13     | 3.8          | 42.4          | 0.71  | 67         | 4024               |
| 14     | 4.1          | 41.3          | 0.73  | 67         | 2967               |
| 15     | 3.4          | 46.0          | 0.65  | 79         | 3146               |
| 16     | 4.0          | 45.2          | 0.66  | 79         | 5607               |
| 17     | 4.1          | 43.1          | 0.70  | 90         | 6832               |
| 18     | 4.1          | 42.2          | 0.71  | 90         | 5559               |

# 3 Proceso numérico

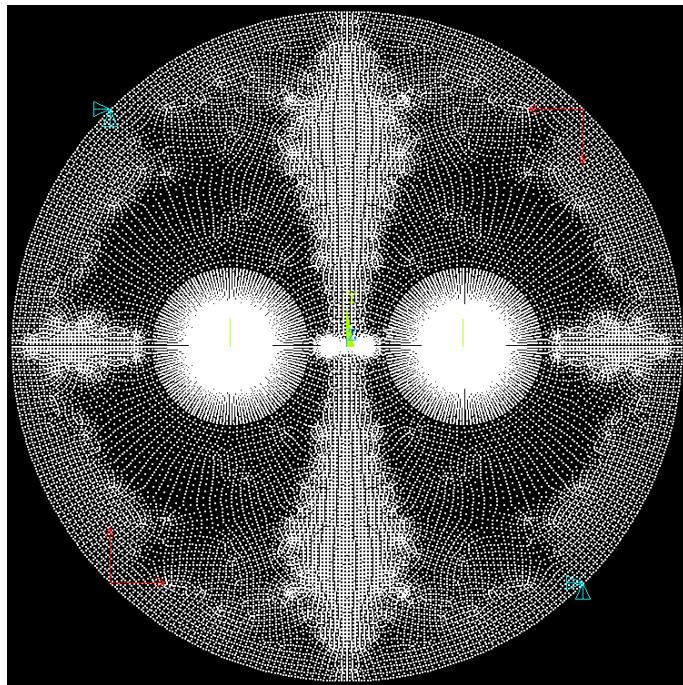
---

En el presente capítulo se detallará el modelo utilizado en ANSYS que nos permitirá obtener la distribución de tensiones y desplazamientos en un entorno de la grieta de manera controlada. Aunque en el presente trabajo nos centraremos exclusivamente en aquellos valores que se producen en la interfase bimaterial pues es dicha tenacidad la que se pretende calcular, no hay que restar importancia a las tensiones fuera de la interfase pues podría producirse la desviación de la grieta.

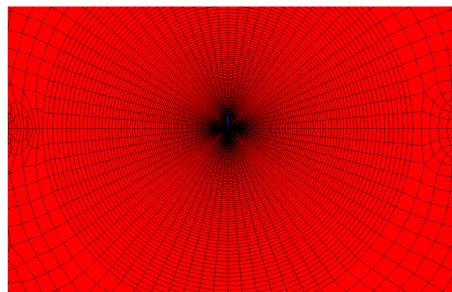
## 3.1 Desarrollo del código

### 3.1.1 Modelo abierto

- Inicialmente, se cargan los valores reales de las probetas utilizados en los ensayos experimentales, de forma que los valores de carga y tamaño de la probeta se ajustan a la realidad.
- Definimos las propiedades del material, cuyos valores se mostraron previamente en la tabla 2.1.
- Los elementos utilizados son del tipo PLANE183, cuyos únicos grados de libertad son desplazamientos en las direcciones del plano. Dicho elemento posee 8 nodos para formas cuadriláteras y 6 nodos para formas triangulares, con un nodo en cada vértice y otro en la mitad de cada arista; la adición de dichos nodos intermedios permite aproximar el campo de desplazamientos y tensiones un orden de magnitud más, en concreto permite aproximar linealmente las tensiones y de forma cuadrática los desplazamientos, lo que confiere mayor precisión al modelo a la hora de calcular entorno a la grieta.
- La generación de nodos se realiza en un único cuarto de probeta. Por un lado, se genera una distribución circular de nodos entorno a los vértices de la grieta, mientras que el resto de nodos se generan de forma menos controlada, al no resultar importante la distribución de tensiones en dicha zona.
- La generación de elementos sigue un procedimiento similar al de generación de nodos.
- Una vez que un cuarto de probeta se encuentra ya mallado, se proceden a realizar operaciones de simetría con la finalidad de mallar el resto de la probeta. Todos los nodos coincidentes generados por la simetría se unen entre sí menos los correspondientes a la grieta, de forma que los elementos superiores e inferiores se encuentren separados.
- La carga de compresión se aplica en los nodos del contorno de la probeta que coinciden con el ángulo de carga del ensayo experimental correspondiente. Además, se imponen restricciones de movimiento con la finalidad de restringir los grados de libertad de sólido rígido manteniendo un carácter isostático.
- La figura 3.1 muestra la distribución de nodos de la probeta, la carga aplicada y las restricciones; la figura 3.2 muestra con mayor detalle los elementos en el entorno del vértice de la grieta:



**Figura 3.1** Distribución de nodos en la probeta, con cargas y restricciones aplicadas. El modelo posee 326.000 nodos en total; de cada extremo de la grieta se generan  $400 \times 360$  nodos, con menor distancia entre ellos conforme más cerca se encuentran de la grieta.



**Figura 3.2** Distribución de elementos en el vértice de la grieta.

- Se seleccionan los nodos de la interfase bimaterial. Para los nodos pertenecientes a la grieta, obtenemos sus desplazamientos en ambas direcciones; para los nodos frente a la grieta de la interfase se obtienen los valores de la tensión tangencial y las tensiones normales.

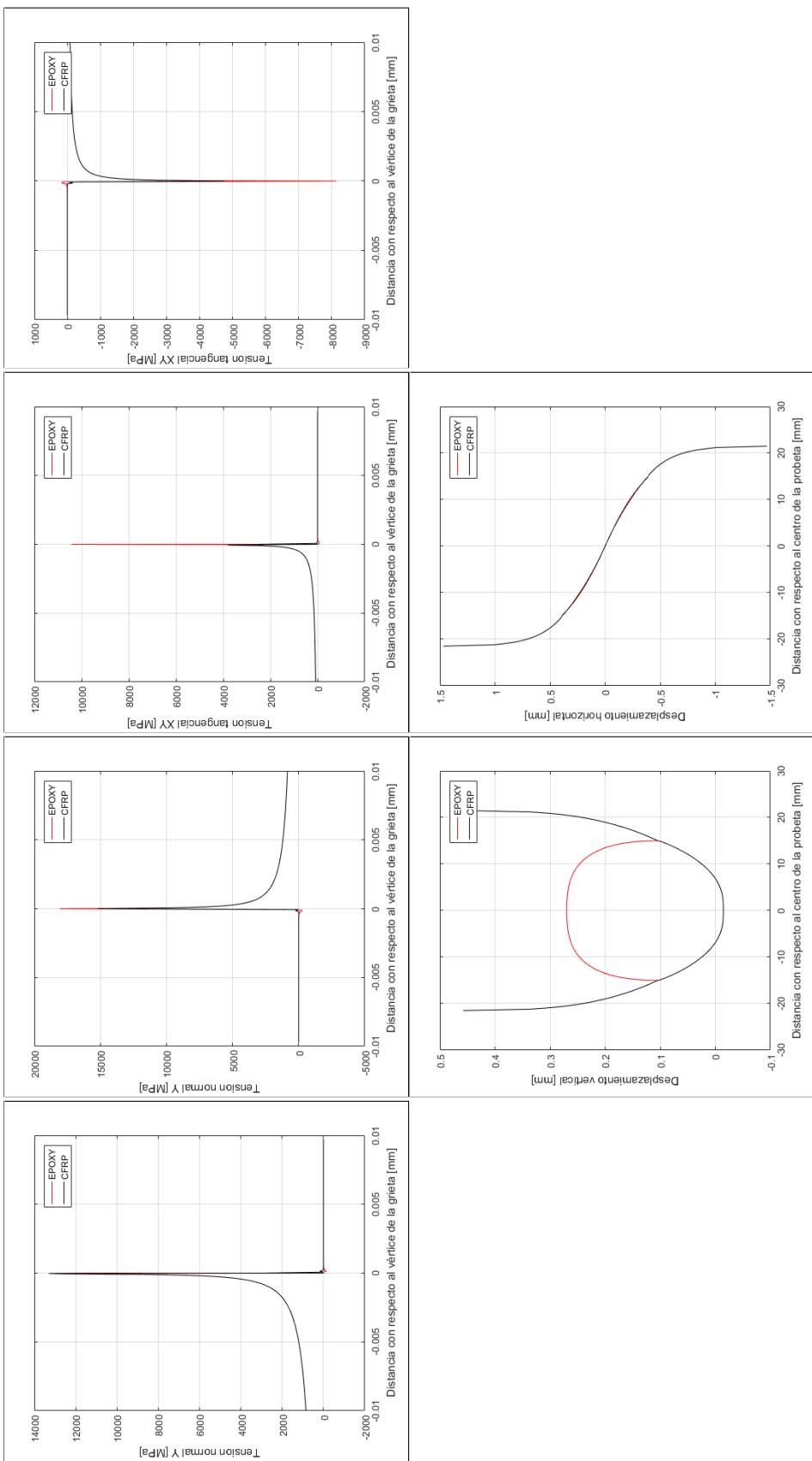
### 3.1.2 Adición para modelo de contacto

Para representar el contacto entre los labios de la grieta, se han utilizado elementos tipo CONTA172. Dado que ambos labios de la grieta pueden entrar en contacto con el otro, debe indicarse que cada superficie inferior o superior puede entrar en contacto con la contraria. El resto del código es similar al modelo abierto.

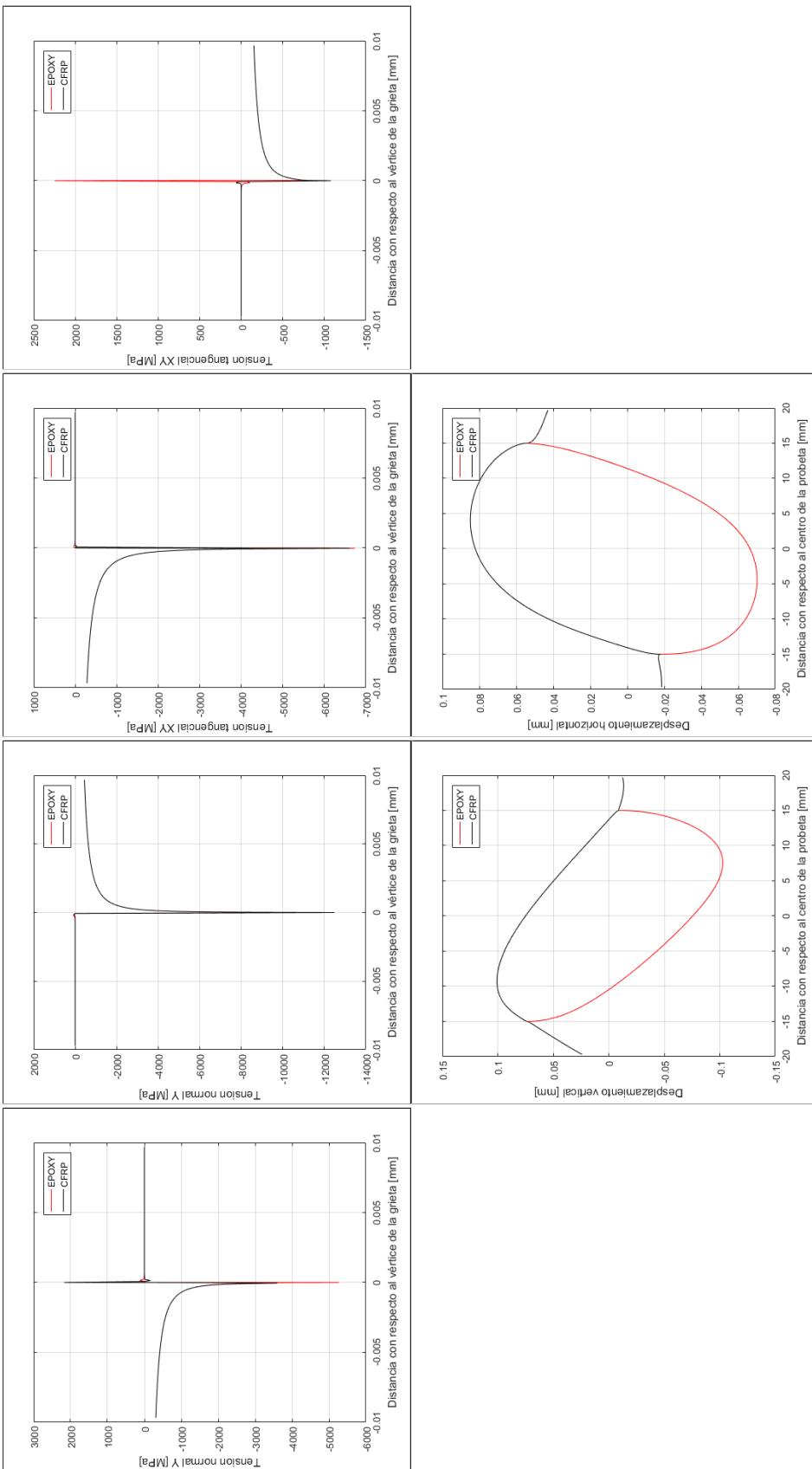
## 3.2 Análisis del modelo

### 3.2.1 Modelo abierto

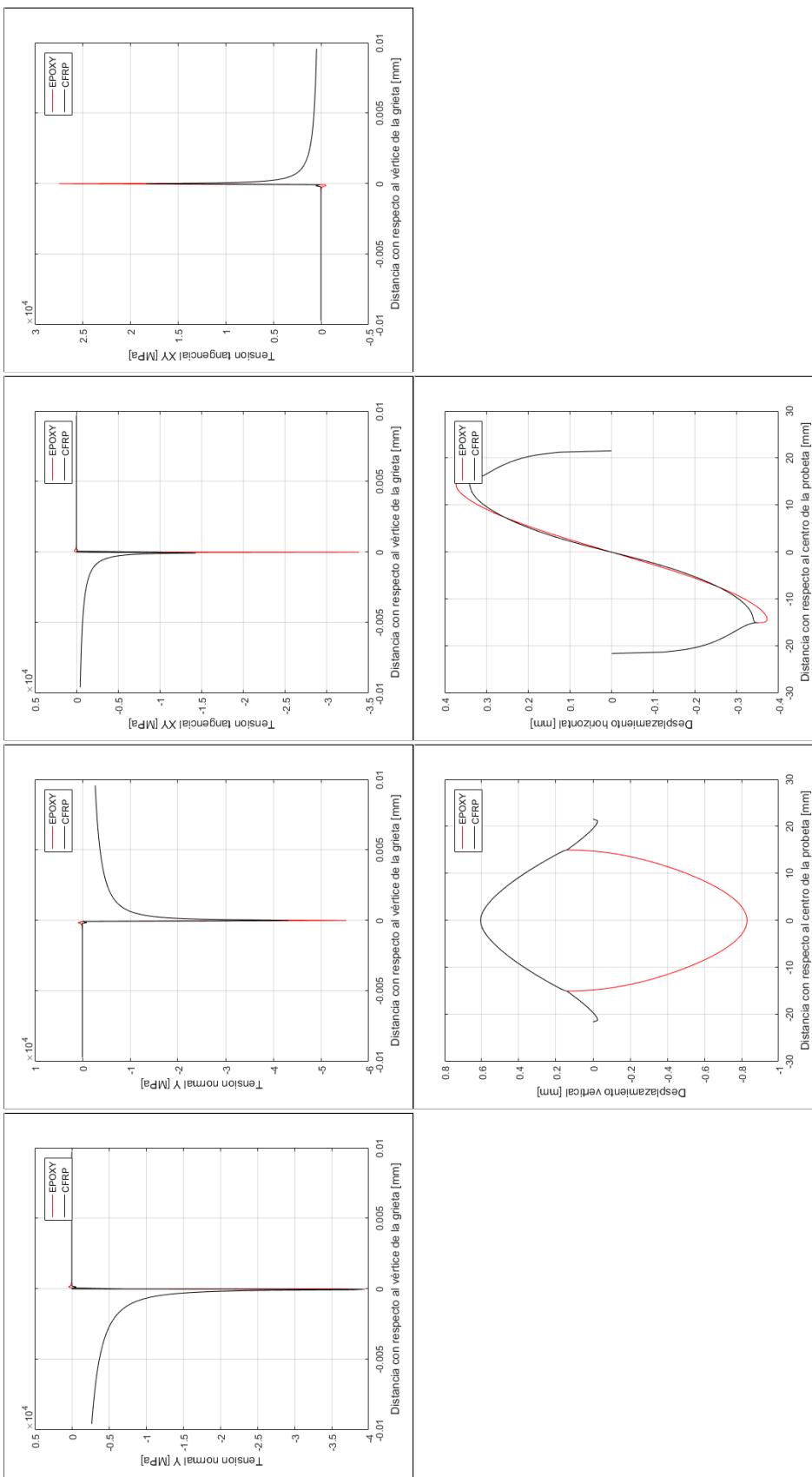
En la presente sección se pretende validar el modelo de elementos finitos utilizado para modelo abierto, comparando diferentes distribuciones de tensiones o desplazamientos para diferentes ángulos de carga. La figura 3.3 muestra los resultados para una carga paralela a la dirección de la grieta; la figura 3.4 para una carga que forma  $45^\circ$  con la grieta; y la figura 3.5 para una carga perpendicular a la dirección de la grieta.



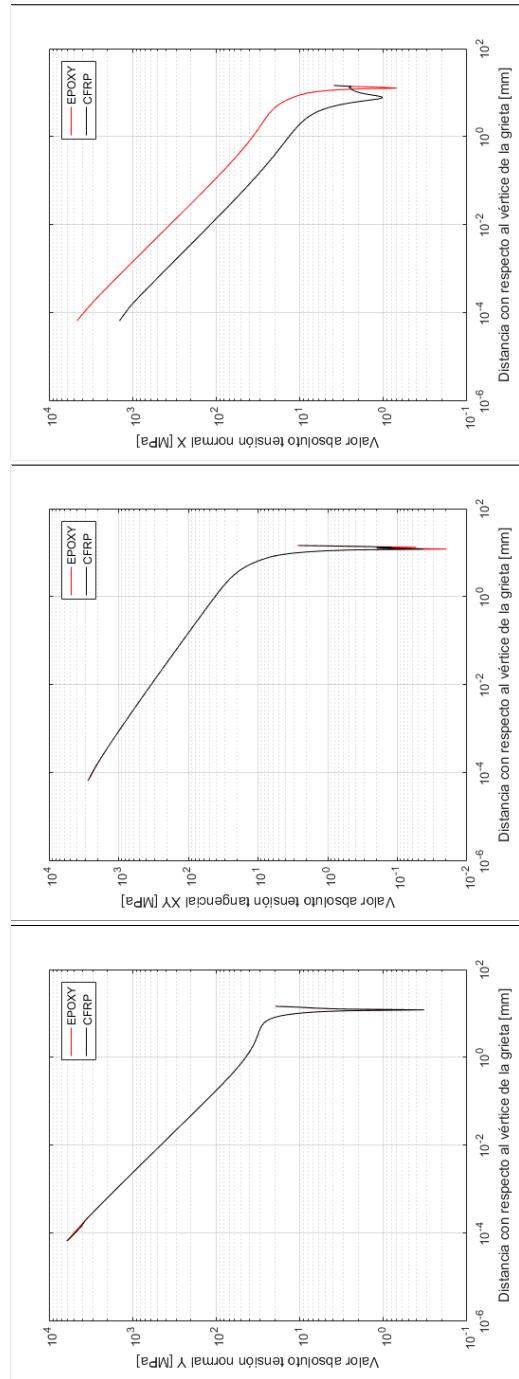
**Figura 3.3** Modelo abierto con carga  $0^\circ$  con respecto a la interfase. De izquierdo a derecho y de arriba hacia abajo:  $\sigma_y$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_y$  en vértice derecho de la grieta, desplazamientos verticales en la interfase, desplazamientos horizontales en la interfase, tensión normal Y en vértice izquierdo de la grieta, tensión tangencial XY en vértice izquierdo de la grieta.



**Figura 3.4** Modelo abierto con carga 45° con respecto a la interfase. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo:  $\sigma_y$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_y$  en vértice derecho de la grieta,  $\sigma_{xy}$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_{xy}$  en vértice derecho de la grieta, desplazamientos verticales en la interfase y desplazamientos horizontales en la interfase.



**Figura 3.5** Modelo abierto con carga  $90^\circ$  con respecto a la interfase. De izquierda a derecha hacia abajo:  $\sigma_y$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_y$  en vértice derecho de la grieta,  $\sigma_{xy}$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_{xy}$  en vértice derecho de la grieta, desplazamientos verticales en la interfase, desplazamientos horizontales en la interfase.



**Figura 3.6** Modelo abierto, valor absoluto de  $\sigma_y$ ,  $\sigma_{xy}$  y  $\sigma_x$  en función de la distancia al vértice derecho de la grieta en doble escala logarítmica para una carga de  $45^\circ$  con respecto a la interfase.

A la vista de los resultados de las figuras 3.3, 3.4 y 3.5:

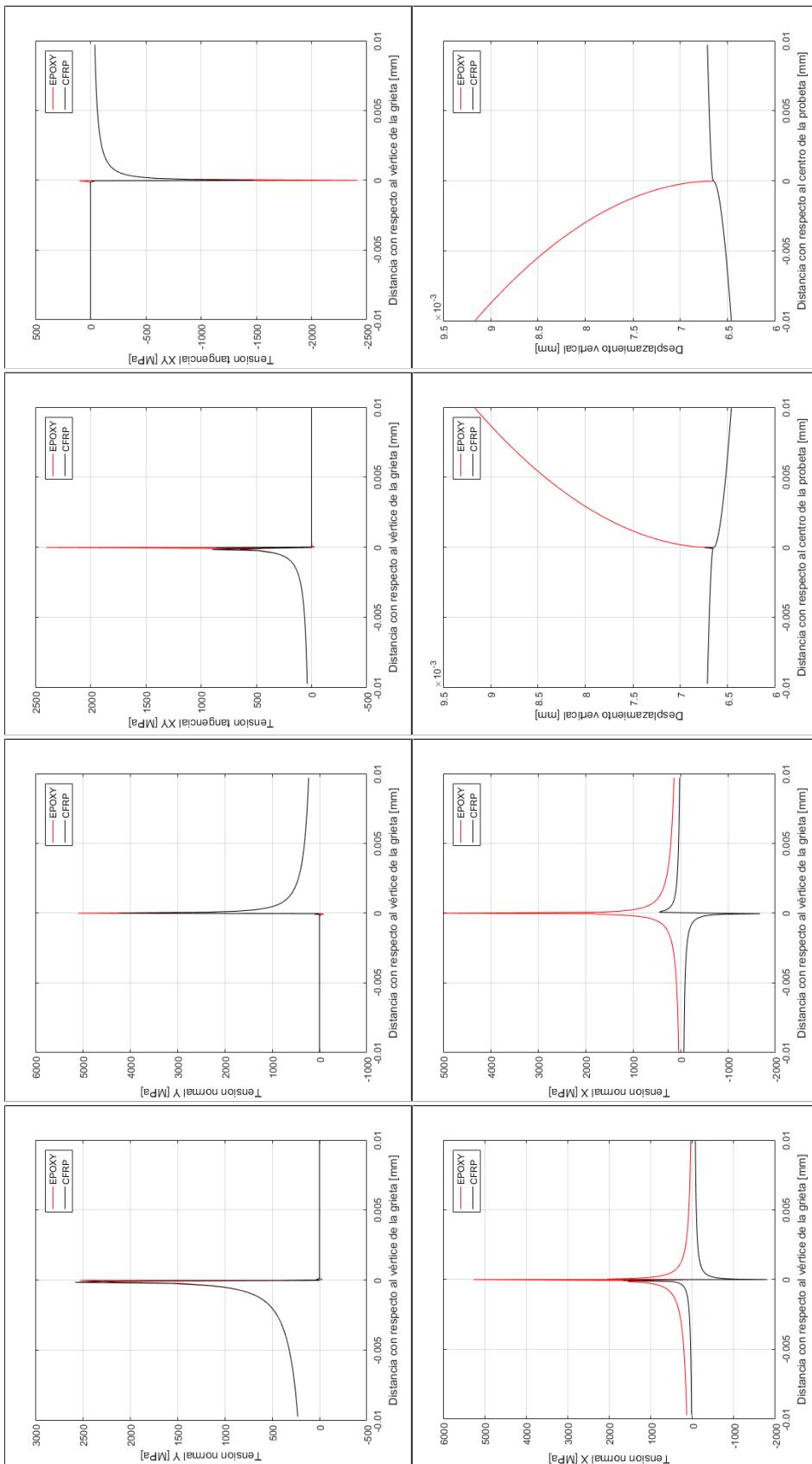
- Las tensiones se obtienen a nivel de elemento, mientras que los desplazamientos en los nodos. Los resultados son coherentes, ya que las tensiones  $\sigma_y$  y  $\sigma_{xy}$  son continuas en la interfase para ambos materiales; mientras que los desplazamientos entre los nodos de ambos materiales son idénticos salvo en los labios de la grieta.
- Los desplazamientos verticales exhiben diferentes comportamientos. Para  $0^\circ$ , la grieta se abre al poseer el epoxy un desplazamiento positivo mayor que el CFRP (recordar que el epoxy es la media luna superior y el CFRP la media luna inferior); El caso para una carga de  $45^\circ$  y  $90^\circ$  es al contrario, por lo que se produce una interpenetración en toda la grieta.
- Los desplazamientos horizontales son prácticamente idénticos para los casos de carga de  $0^\circ$  y  $90^\circ$ . Para el caso de carga de  $45^\circ$ , existe un deslizamiento entre ambas caras de la grieta: el epoxy se desliza hacia la izquierda mientras que el CFRP se desliza hacia la derecha.

A la vista de los resultados de la figura 3.6:

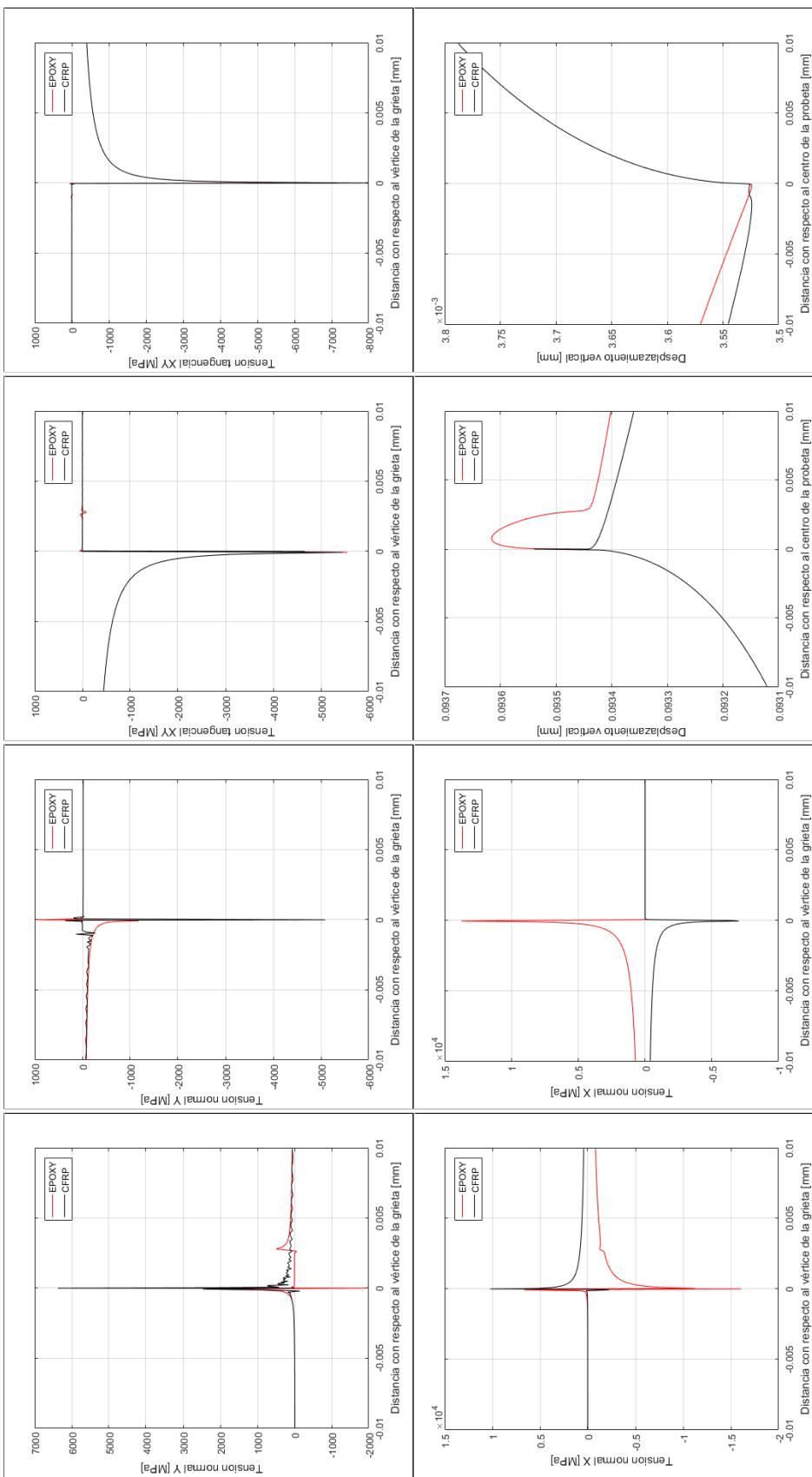
- Para un material homogéneo, dado que  $\sigma \sim r^{-\frac{1}{2}}$ , las tensiones disminuyen dos órdenes de magnitud cada orden de magnitud que avanza respecto al vértice de la grieta. Para una unión, las tensiones siguen  $\sigma \sim r^{\lambda-1}$ , implicando que la disminución de las tensiones es similar pero no idéntica al caso homogéneo. Este efecto puede observarse en las figuras.
- Las tensiones  $\sigma_x$  no son continuas en ambas caras de la interfase, resultado esperable pues no debe cumplirse equilibrio entre ellas, como sí ocurre para las tensiones  $\sigma_y$  y  $\sigma_{xy}$ .
- Existen diferentes picos en la distribución de tensiones, debidos a cambios en los signos de las tensiones.

### 3.2.2 Modelo de contacto

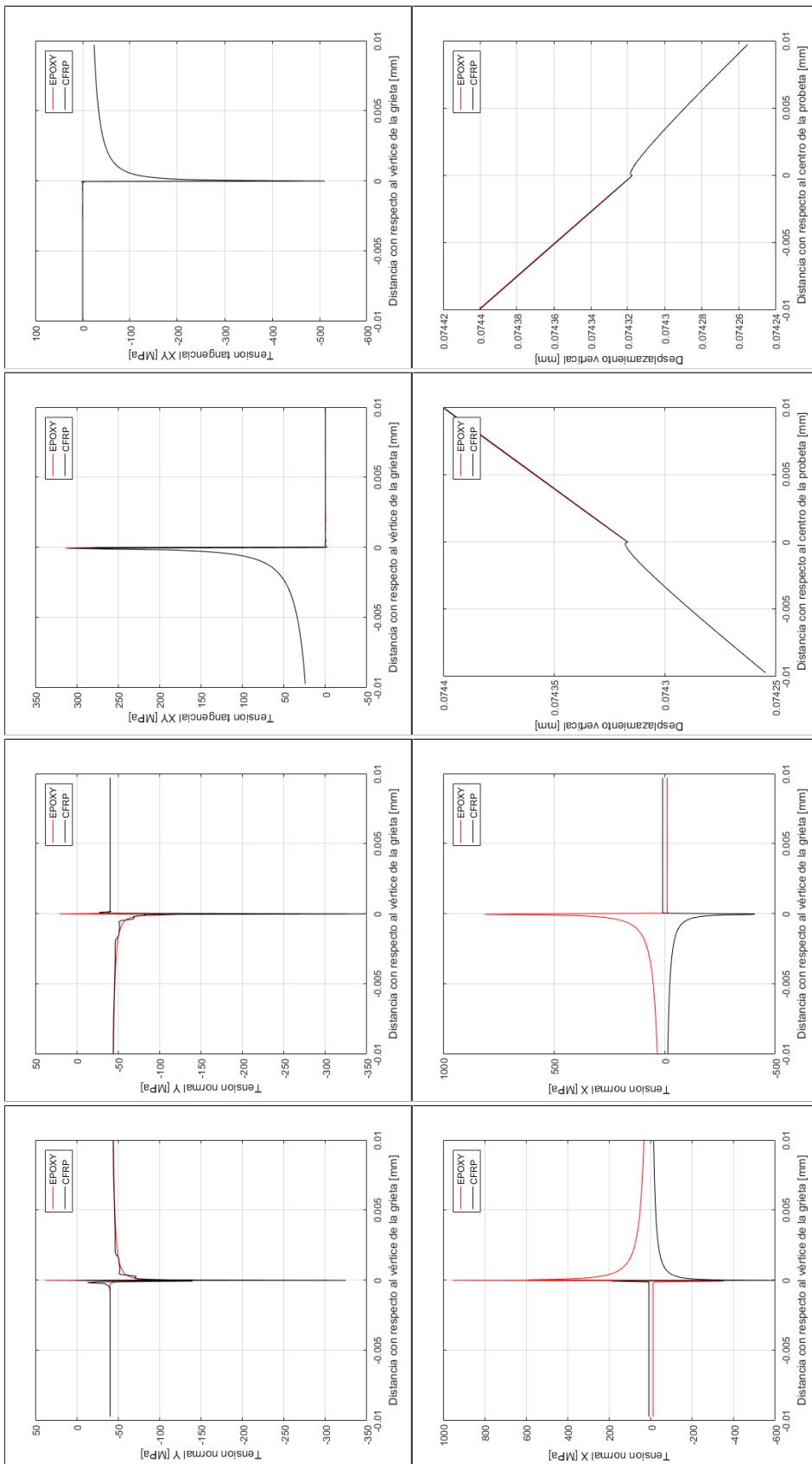
A continuación, se muestra tanto el campo de desplazamientos como la distribución de tensiones para el modelo de contacto. En la figura 3.7 para una probeta con carga aplicada formando  $0^\circ$  con respecto a la interfase, en la figura 3.8 con carga de  $45^\circ$  con respecto a la interfase y en la figura 3.9 formando una carga de  $90^\circ$  con respecto a la interfase.



**Figura 3.7** Modelo de contacto con carga  $0^\circ$  con respecto a la interfase. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo:  $\sigma_y$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_x$  en vértice derecho de la grieta,  $\sigma_{xy}$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_x$  en vértice derecho de la grieta, desplazamientos verticales en vértice izquierdo de la grieta y desplazamientos verticales en vértice derecho de la grieta.



**Figura 3.8** Modelo de contacto con carga  $45^\circ$  con respecto a la interfase. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo:  $\sigma_y$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_y$  en vértice derecho de la grieta,  $\sigma_x$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_x$  en vértice derecho de la grieta,  $\sigma_{xy}$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_{xy}$  en vértice derecho de la grieta,  $u_y$  en vértice izquierdo de la grieta y desplazamientos verticales en vértice derecho de la grieta.



**Figura 3.9** Modelo de contacto con carga 90° con respecto a la interfase. De izquierdo a derecho y de arriba hacia abajo:  $\sigma_y$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_y$  en vértice derecho de la grieta,  $\sigma_{xy}$  en vértice izquierdo de la grieta,  $\sigma_{xy}$  en vértice derecho de la grieta, desplazamientos verticales en vértice izquierdo de la grieta y desplazamientos verticales en vértice derecho de la grieta.

A la vista de los resultados del modelo de contacto:

- Para una carga de  $0^\circ$  no se produce contacto entre los labios de la grieta. Los valores de tensiones son similares a los obtenidos en el modelo abierto.
- Para un ángulo de carga de  $45^\circ$  se produce el efecto de la burbuja en el lado izquierdo del epoxy, provocando un pequeño concentrador de tensiones en el lado del epoxy tal y como se aprecia en la figura. Además, existe un acercamiento entre el lado de la fibra de carbono correspondiente a la grieta y el lado correspondiente a la interfase que provoca un efecto oscilatorio en el campo de tensiones.
- Para un ángulo de carga de  $90^\circ$ , la grieta se encuentra en contacto a lo largo de su interfase. Las tensiones son mucho menores que en los otros casos, pues la grieta apenas ha crecido.



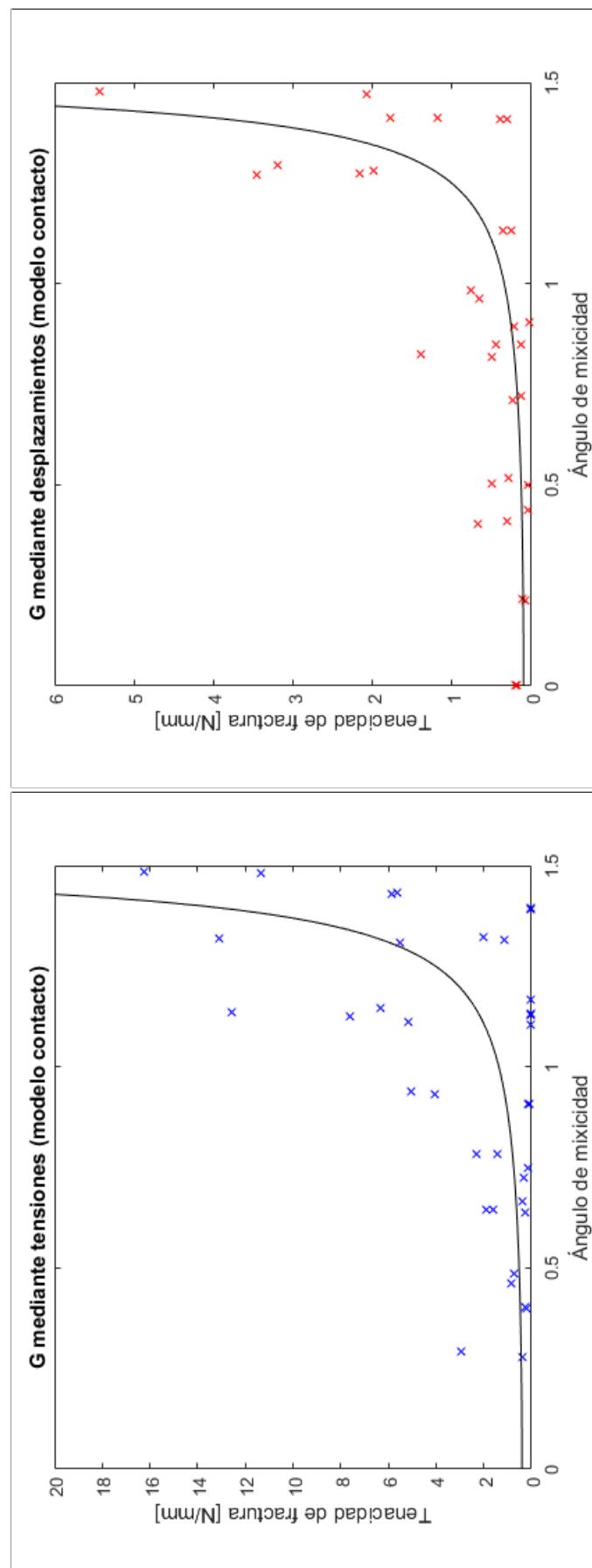
## 4 Resultados

---

A continuación recordamos los pasos necesarios para hallar las curvas de tenacidad de fractura - ángulo de mixicidad. Recordar que el modelo de contacto solo incluye el factor de intensificación de tensiones antisimétrico.

- A partir de las propiedades del material, podemos hallar el parámetro  $\varepsilon$  (ecuación 1.12) que relaciona la diferencia de propiedades de los materiales utilizando el parámetro  $\beta$  de Dundurs (ecuación 1.11).
- Utilizando  $\varepsilon$  y tanto el campo de desplazamientos como el campo de tensiones, podemos obtener el valor de cada FIT (ecuación 1.20). Hemos utilizado un valor de  $r = 0.01 [mm]$  para la obtención de las tensiones.
- Una vez hallados los valores de los FIT, podemos hallar la tenacidad de fractura (ecuación 1.23).
- Para hallar el ángulo de mixicidad energético, primero se calcula el ángulo de mixicidad  $\psi_K$  a partir del cociente de las tensiones (ecuación 1.19) y se obtiene el ángulo de mixicidad  $\psi_G$  (ecuación 1.26).

A continuación, se exponen las curvas obtenidas utilizando tanto el campo de tensiones como desplazamientos en la figura 4.1 para el modelo abierto y el modelo de contacto en la figura 4.2. Los valores para cada probeta pueden observarse en la tabla 4.1:



**Figura 4.1** Modelo abierto, curvas tenacidad de fractura vs ángulo de mixicidad obtenidas mediante campo de tensiones y desplazamientos..

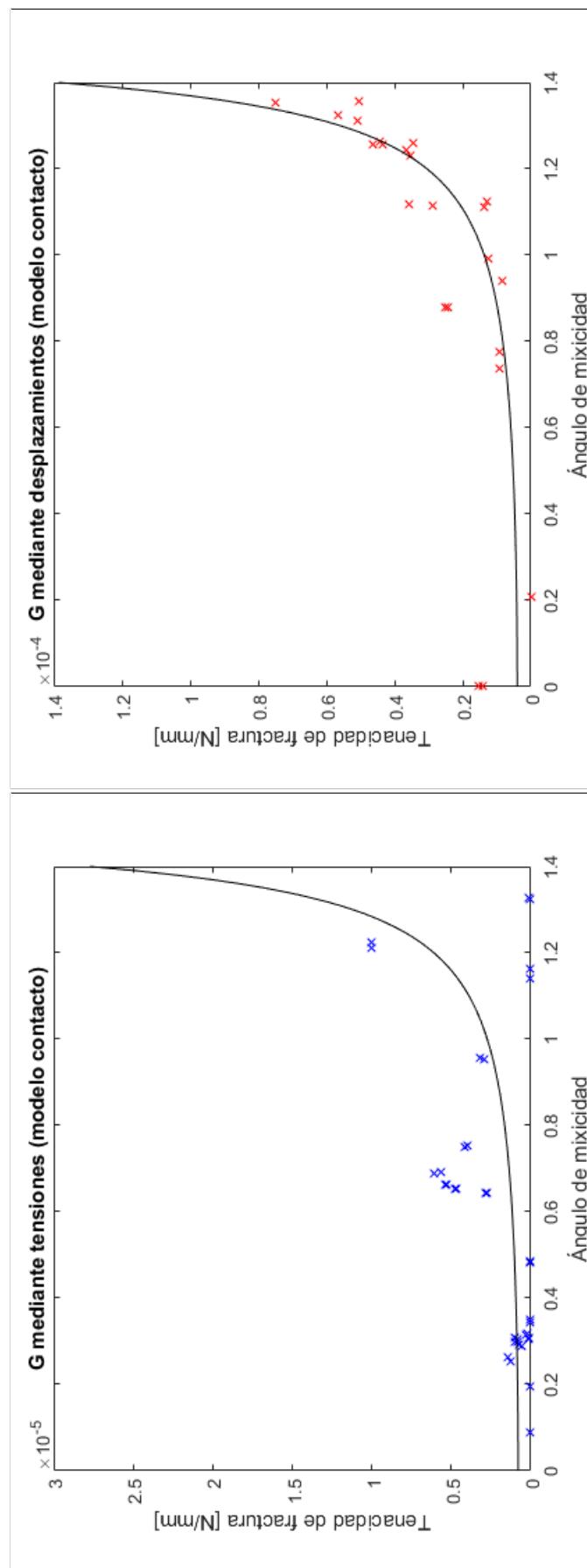


Figura 4.2 Modelo de contacto, curvas tenacidad de fractura vs ángulo de mixicidad obtenidas mediante campo de tensiones y desplazamientos..

**Tabla 4.1** Tenacidad de fractura y ángulo de mixicidad de cada probeta. .

| Número | Ángulo carga [º] | Carga [N] | $G_{tens}^{abierto}$ [N/mm] | $\psi_{G_{tens}}$ | $G_{desp}^{abierto}$ [N/mm] | $\psi_{G_{desp}}$ |
|--------|------------------|-----------|-----------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|
| 1'     | 0                | 3230      | 2.0101                      | 1.3554            | 1.7798                      | 1.4492            |
| 2'     | 0                | 3444      | 1.1490                      | 1.3500            | 1.1761                      | 1.4491            |
| 3'     | 11               | 2538      | 2.9445                      | 0.3264            | 0.21468                     | 0.9266            |
| 4'     | 11               | 2131      | 0.37222                     | 0.3135            | 0.03321                     | 0.9386            |
| 5'     | 22               | 2550      | 0.87048                     | 0.4961            | 0.04315                     | 0.5328            |
| 6'     | 22               | 2279      | 0.75777                     | 0.5189            | 0.03999                     | 0.4724            |
| 7'     | 33               | 3275      | 1.6036                      | 0.6794            | 0.08394                     | 0.1783            |
| 8'     | 33               | 3005      | 1.8756                      | 0.6801            | 0.11137                     | 0.1824            |
| 9'     | 45               | 3051      | 1.4035                      | 0.8170            | 0.13665                     | 0.6867            |
| 10'    | 45               | 2802      | 2.2745                      | 0.8169            | 0.23864                     | 0.6762            |
| 11'    | 56               | 3280      | 5.0205                      | 0.9724            | 0.76052                     | 0.9489            |
| 12'    | 56               | 2880      | 4.0706                      | 0.9665            | 0.65275                     | 0.9281            |
| 13'    | 67               | 4640      | 12.538                      | 1.1692            | 3.4543                      | 1.2362            |
| 14'    | 67               | 3725      | 6.326.4                     | 1.1793            | 1.9913                      | 1.2458            |
| 15'    | 79               | 5048      | 5.504.9                     | 1.3430            | 2.0681                      | 1.4358            |
| 16'    | 79               | 4263      | 13.100                      | 1.3521            | 5.4389                      | 1.4428            |
| 17'    | 90               | 4856      | 16.263                      | 1.5236            | 8.8602                      | 1.5708            |
| 18'    | 90               | 4870      | 11.360                      | 1.5208            | 6.5392                      | 1.5708            |
| 1      | 0                | 4814      | 0.02830                     | 1.1614            | 0.30063                     | 1.4447            |
| 2      | 0                | 4008      | 0.03829                     | 1.1390            | 0.39305                     | 1.4450            |
| 3      | 11               | 1428      | 0.26036                     | 0.4356            | 0.25851                     | 1.1656            |
| 4      | 11               | 548       | 0.22829                     | 0.4351            | 0.45011                     | 1.1658            |
| 5      | 22               | 963       | 0.26628                     | 0.6723            | 0.13734                     | 0.8836            |
| 6      | 22               | 791       | 0.39688                     | 0.6997            | 0.27992                     | 0.8819            |
| 7      | 33               | 1013      | 0.33286                     | 0.7594            | 0.49314                     | 0.5518            |
| 8      | 33               | 1024      | 0.13795                     | 0.7830            | 0.18325                     | 0.5358            |
| 9      | 45               | 924       | 0.12174                     | 0.9423            | 0.20282                     | 0.0575            |
| 10     | 45               | 1020      | 0.08772                     | 0.9410            | 0.67227                     | 0.0536            |
| 11     | 56               | 2047      | 0.03156                     | 1.1657            | 0.30604                     | 0.3674            |
| 12     | 56               | 2088      | 0.03791                     | 1.1994            | 1.3821                      | 0.3748            |
| 13     | 67               | 4024      | 0.03604                     | 1.4278            | 0.49586                     | 0.7898            |
| 14     | 67               | 2967      | 0.03671                     | 1.4288            | 3.1844                      | 0.7830            |
| 15     | 79               | 3146      | 7.5970                      | 1.1591            | 5.1478                      | 1.2594            |
| 16     | 79               | 5607      | 5.1412                      | 1.1461            | 2.1582                      | 1.2400            |
| 17     | 90               | 6832      | 5.8458                      | 1.4662            | 3.8538                      | 1.5708            |
| 18     | 90               | 5559      | 5.6419                      | 1.4686            | 4.0034                      | 1.5708            |

---

A la vista de los resultados, podemos tomar las siguientes conclusiones:

- La tendencia de la curva es la esperada. En general, la tenacidad de fractura aumenta conforme lo hace el ángulo de mixicidad. El orden de magnitud de las tenacidades obtenidas es similar a trabajos como [BS15], pertenecientes a ensayos de una unión bimaterial cristal - epoxy, lo cual valida todas las pautas seguidas en este proyecto.
- Aunque el orden de magnitud de las curvas obtenidas utilizando tanto el campo de tensiones como el de desplazamientos es similar, el resultado no debería variar tanto. Además, para una misma probeta se obtienen resultados muy diferentes utilizando el método de tensiones o de desplazamientos.
- La dispersión de los datos de la curva es muy alta. En la gráfica de tensiones, por ejemplo, existen diferencias de dos órdenes de magnitud en la tenacidad de fractura para un mismo ángulo de mixicidad.
- La decisión de equilibrar el espectro de los ángulos de carga de la probeta no es la adecuada. Los ensayos se realizaron con cargas aplicadas desde los 0º (con respecto a la interfase) hasta los 90º con 11º de diferencia entre cada par de probetas. Esto no garantiza una equidistribución en los ángulos de mixicidades.

Para futuros ensayos, recomendaría hallar numéricamente la equidistribución de ángulo de mixicidades, y a partir de ahí decidir los ángulos de carga para lograr curvas mejor definidas.



## 5 Conclusiones

---

En el presente proyecto se ha presentado la medición de la tenacidad de fractura de una unión epoxy - laminado de fibra de carbono. Para ello, hemos realizado un repaso bibliográfico donde se desarrolla la teoría correspondiente; y hemos utilizado datos experimentales y numéricos para hallar su valor.

Las curvas obtenidas para el modelo abierto en el capítulo 4 son las esperadas, al ser similares a otros trabajos ya referenciados anteriormente. De la bibliografía revisada, el único artículo que ha tratado con materiales ortótropos es [BSFEF06], utilizando un enfoque similar al aquí desarrollado.

Para el modelo de contacto, las curvas obtenidas en el capítulo 4 siguen la tendencia creciente esperada. La magnitud de la tenacidad de fractura predicha es muy pequeña en comparación con la del modelo abierto, debido a que ambos materiales entran en contacto y la apertura de la grieta es muy pequeña. Además, las zonas de contacto no son zonas libres de tensiones, disminuyendo la singularidad de tensiones en los vértices de las grietas.

Desconociendo si existe literatura correspondiente en otros proyectos similares, hemos hecho una completa y detallada recopilación de todos los pasos necesarios para obtener la tenacidad de fractura de una unión bimaterial al recopilar todo el proceso analítico, experimental y numérico, lo cual puede servir de guía para futuros trabajos similares.

Como futuro trabajo en esta misma línea de investigación, es fundamental obtener la tenacidad de fractura a partir del modelo de contacto y contrastarlos con el modelo abierto. Según el conocimiento del autor, dicha comparación no ha sido contrastada en la actualidad, siendo el motivo fundamental por el que ambos modelos se utilizan para predecir la tenacidad de fractura de una unión bimaterial.

Además, existe una infinidad de combinaciones bimateriales que pueden utilizarse para este ensayo. Si nos enfocamos en uniones adhesivas de laminados de fibra de carbono, las posibles combinaciones de orientación de las fibras en el laminado que se utilizan en la industria aeronáutica hacen que no sea suficiente con caracterizar la tenacidad de fractura para una única orientación, como se ha realizado en este proyecto.

Para finalizar, dado que el problema es complejo, expongo una lista de recomendaciones para futuras puestas en práctica de esta metodología:

- El problema mostrado podría resolverse utilizando el Método de los Elementos de Contorno, definiendo cada material por su contorno. Aunque no sería inmediato estudiar desvíos de la grieta en la interfase en dicho caso, el modelo resultaría más sencillo para estudiar si se propaga o no la grieta por la interfase.
- Si se propaga inicialmente por la interfase, la teoría aquí desarrollada es válida; en caso contrario, las estimaciones obtenidas resultan erróneas y habría que tener en cuenta el crecimiento de la grieta en un medio homogéneo.
- La fractura de uno de los paneles que posteriormente se transformaría en probetas fue un duro revés. El problema radica en no disponer de datos que nos indicasen las tensiones residuales a las que se sometía

la unión durante el enfriamiento; lo cual lleva, en futuros ensayos, a modificar el ciclo de curado o a elegir qué tipo de uniones bimateriales podrían llevarse a cabo para el proceso de fabricación de probetas escogido.

# Bibliografía

---

- [BKF10] Leslie Banks-Sills, Natalie Konovalov, and Adi Fliesher. Comparison of two and threedimensional analyses of interface fracture data obtained from Brazilian disk specimens. *International Journal of Structural Integrity*, 1(1):20–42, 2010.
- [BSFEF06] Leslie Banks-Sills, Yuval Freed, Rami Eliasi, and Victor Fourman. Fracture toughness of the + 45° / - 45° interface of a laminate composite. *International Journal of Fracture*, 141(1-2):195–210, 2006.
- [BSS02] Leslie Banks-Sills and Jacob Schwartz. Fracture testing of Brazilian disk sandwich specimens. *International Journal of Fracture*, 118(3):191–209, 2002.
- [Com77] Maria Comninou. The Interface Crack. (December 1977):631–636, 1977.
- [Dun69] J. Dundurs. Discussion: Edge-Bonded Dissimilar Orthogonal Elastic Wedges Under Normal and Shear Loading. *Journal of Applied Mechanics*, 36(3):650–652, 1969.
- [F.] A. Barroso F. París, J. Cañas, J.C. Marín. Introducción al análisis y diseño con materiales compuestos.
- [LB11] Bernd Lauke and Alberto Barroso. Notched-Butt Test for the Determination of Adhesion Strength at Bimaterial Interfaces. *Composite Interfaces*, 18(8):661–669, 2011.
- [Mar14] A Martín. Caracterización de parámetros de resistencia en uniones adhesivas aeronáuticas en materiales compuestos. *Trabajo Fin de Grado. Universidad de Sevilla*, 2014.
- [MBCP06] V Mantič, A Blazquez, E Correa, and F Paris. *Analysis of Interface Cracks with Contact in Composites by 2D BEM*, volume 8. 2006.
- [Rod15] P Rodríguez. Fabricación y ensayo de probetas bimateriales para la determinación de la resistencia a tracción y a cortadura. *Trabajo Fin de Grado. Universidad de Sevilla*, 2015.
- [Wil59] M L Williams. The stresses around a fault or crack in dissimilar media. 49(2):199–204, 1959.
- [WS90] J. S. Wang and Z. Suo. Experimental determination of interfacial toughness curves using Brazil-nut-sandwiches. *Acta Metallurgica Et Materialia*, 38(7):1279–1290, 1990.