第 2 章一阶动态电路的暂态分析习题解答

2.1 在图 2.1 所示电路中，已知 $u(t)=8\cos 4t\text{V}$，$i_1(0)=2\text{A}$，$i_2(0)=1\text{A}$，求 $t>0$ 时的 $i_1(t)$ 和 $i_2(t)$。

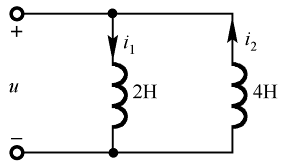
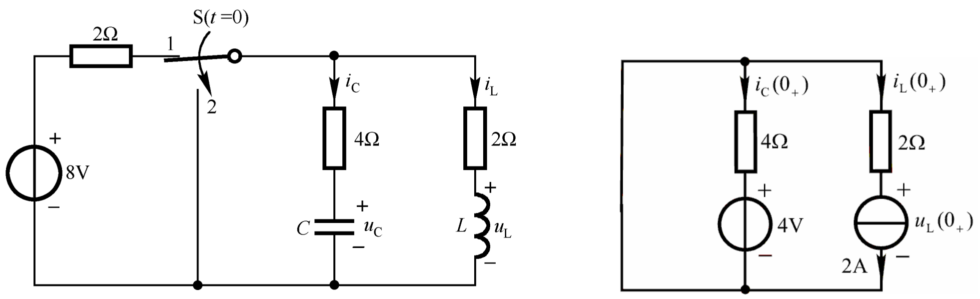


图 2.1　习题 2.1 电路图

解　$i_1(t)=i_1(0)+\dfrac{1}{2}\int_0^t u\mathrm{d}t=2+\dfrac{1}{2}\int_0^t 8\cos(4\tau)\mathrm{d}\tau=(2+\sin 4t)\text{A}$

$$i_2(t)=i_2(0)-\frac{1}{4}\int_0^t 8\cos(4\tau)\mathrm{d}\tau=\left(1-\frac{1}{2}\sin 4t\right)\text{A}$$

2.2　电路如图 2.2(a)所示，开关在 $t=0$ 时由“1”搬向“2”，已知开关在“1”时电路已处于稳定。求 u_{C}、i_{C}、u_{L} 和 i_{L} 的初始值。



（a）动态电路　　（b）$t=0_+$ 时刻的等效电路

图 2.2　习题 2.2 电路图

解 在直流激励下，换路前动态元件储有能量且已达到稳定状态，则电容相当于开路，电感相当于短路。根据 $t=0_-$ 时刻的电路状态，求得

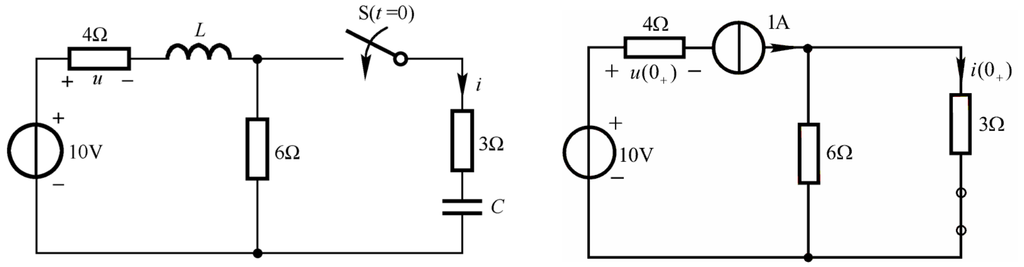
$$u_{\text{C}}(0_-)=\frac{2}{2+2}\times 8=4\text{V}，\quad i_{\text{L}}(0_-)=\frac{8}{2+2}=2\text{A}。$$

根据换路定则可知：$u_{\text{C}}(0_+)=u_{\text{C}}(0_-)=4\text{V}$，$i_{\text{L}}(0_+)=i_{\text{L}}(0_-)=2\text{A}$

用电压为 $u_{\text{C}}(0_+)$ 的电压源替换电容，电流为 $i_{\text{L}}(0_+)$ 的电流源替换电感，得换路后一瞬间 $t=0_+$ 时的等效电路如图(b)。所以

$$4\cdot i_{\text{C}}(0_+)+4=0,\quad i_{\text{C}}(0_+)=-1\text{A}\,;\,2\cdot i_{\text{L}}(0_+)+u_{\text{L}}(0_+)=0,\quad u_{\text{L}}(0_+)=-4\text{V}$$

2.3　开关闭合前图 2.3(a)所示电路已稳定且电容未储能，$t=0$ 时开关闭合，求 $i(0_+)$ 和 $u(0_+)$。



（a）动态电路　　（b）$t=0_+$ 时刻的等效电路

图 2.3　习题 2.3 电路图

解 由题意得，换路前电路已达到稳定且电容未储能，故电感相当于短路，电容相当于短路，

$$i_L(0_-)=\frac{10}{4+6}=1\text{A}，\ u_C(0_-)=0。$$

由换路定则得：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1\text{A}$。

换路后瞬间即$t=0_+$时的等效电路如图 2.5(b)，求得

$$u(0_+)=1\times4=4\text{V}，\quad i(0_+)=\frac{6}{6+3}\times1=\frac{2}{3}\text{A}$$

2.4 电路如图 2.4 所示，开关在$t=0$时打开，打开前电路已稳定。求u_C、u_L、i_L、i_1和i_C的初始值。

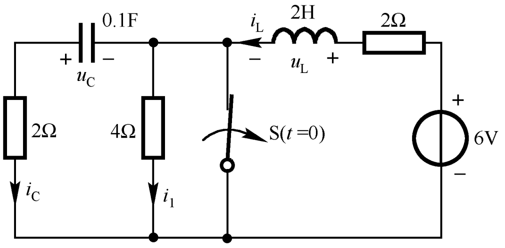


图 2.4　习题 2.4 电路图

解 换路前电容未储能，电感已储能，所以$t=0_$时刻的起始值

$$u_C(0_-)=0，\ i_L(0_-)=\frac{6}{2}=3\text{A}$$

由换路定则得：$u_C(0_+)=0$，$i_L(0_+)=3\text{A}$

$$i_1(0_+)=\frac{2}{2+4}\times i_L(0_+)=1\text{A}$$

$$i_C(0_+)=i_L(0_+)-i_1(0_+)=2\text{A}$$

$$u_L(0_+)=6-2i_L(0_+)-4i_1(0_+)=-4\text{V}$$

2.5 图 2.5 所示为一实际电容器的等效电路，充电后通过泄漏电阻R释放其贮存的能量，设$u_C(0_-)=250\text{V}$，$C=100\mu\text{F}$，$R=4\text{M}\Omega$，试计算：

（1）电容C的初始储能；

（2）零输入响应u_C，电阻电流的最大值；

（3）电容电压降到人身安全电压36V时所需的时间。

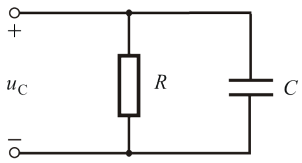


图 2.5　习题 2.5 电路图

解（1）电容C的初始储能：$w=\frac{1}{2}Cu^2=\frac{1}{2}\times100\times10^{-6}\times250^2=3.125\text{J}$

（2）$\tau=RC=4\times10^6\times100\times10^{-6}=400\text{s}$

零输入响应：$u_C(t)=250\text{e}^{-\frac{1}{400}t}\text{V}$

电阻电流的最大值：$i_{max}=\frac{250}{4\times10^6}=62.5\times10^{-6}\text{A}$

（3）当电容电压降到36V时，有$36=250\text{e}^{-\frac{1}{400}t}\text{V}$，$-\frac{t}{400}=\ln\frac{36}{250}=-1.938$

则所需的时间：$t=775.2\text{s}$

2.6 换路前如图 2.6 所示电路已处于稳态，$t=0$时开关打开。求换路后的i_L及u。

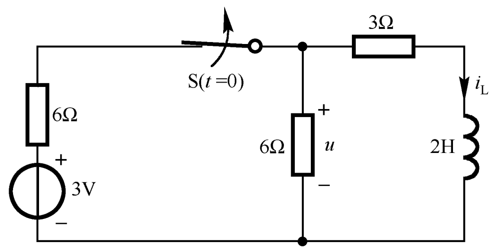


图 2.6　习题 2.6 电路图

解　$t<0$时，电感储能且达到稳定，电感相当于短路，求得

$$i_L(0_-)=\frac{3}{6+\frac{3\times 6}{3+6}}\times\frac{6}{6+3}=\frac{1}{4}\text{A}$$

由于电流i_L是流过电感上的电流，根据换路定则得

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{1}{4}\text{A}$$

$t>0$时，电感两端等效电阻为

$R_0=3+6=9\Omega$

时间常数τ

$$\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{2}{9}\text{s}$$

由此可得$t>0$时各电流和电压为

$$i_L(t)=i_L(0_+)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-\frac{9}{2}t}\text{A}\qquad t>0$$

$$u=-6i_L(t)=-\frac{3}{2}\mathrm{e}^{-\frac{9}{2}t}\text{V}\qquad t>0$$

2.7　换路前如图 2.7 所示电路已处于稳态，$t=0$时开关闭合。求换路后电容电压u_C及电流i。

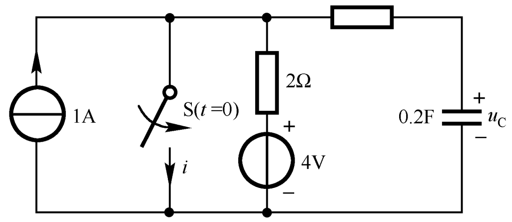


图 2.7　习题 2.7 电路图

解　$t<0$时，电容储能且达到稳定，电容相当于开路，求得

$u_C(0_-)=1\times 2+4=6\text{V}$

根据换路定则得：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=6\text{V}$

时间常数：$\tau=1\times 0.2=0.2\text{s}$

由此可得$t>0$时各电流和电压为

$$u_C(t)=u_C(0_+)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}=6\mathrm{e}^{-5t}\text{V}\qquad t>0$$

$$i=1+\frac{4}{2}+\frac{u_C}{1}=\left(3+6\mathrm{e}^{-5t}\right)\text{A}\qquad t>0$$

2.8　换路前如图 2.8 电路已处于稳态，$t=0$时开关闭合。求换路后电容电压u_C及i_C。

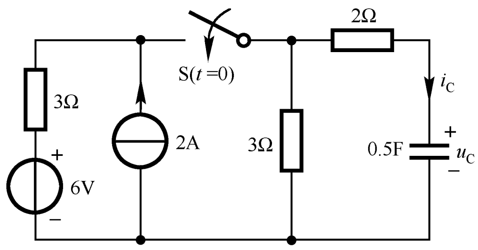


图 2.8 习题 2.8 电路图

解 $t<0$时，电容无储能，即 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$

$t>0$时，利用叠加原理得

$$u_C(\infty)=\frac{3}{3+3}\times 6+\frac{3\times 3}{3+3}\times 2=6\text{V}$$

时间常数：$\tau=R_0C=\left(2+\frac{3\times 3}{3+3}\right)\times 0.5=1.75\text{s}$

由此可得$t>0$时各电流和电压为

$$u_C(t)=6\left(1-e^{-\frac{1}{1.75}t}\right)\text{V} \qquad t>0$$

$$i_C=C\frac{du_C}{dt}=\frac{12}{7}e^{-\frac{1}{1.75}t}\text{A} \qquad t>0$$

2.9 开关在$t=0$时关闭，求如图 2.9 所示电路的零状态响应$i(t)$。

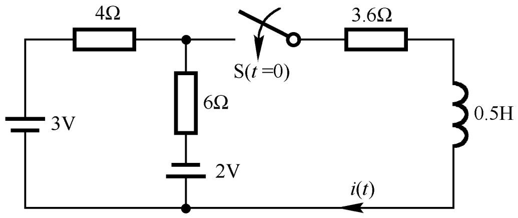


图 2.9 习题 2.9 电路图

解 求从等效电感两端看进去的戴维南等效电路

$$U_{OC}=\frac{2+3}{4+6}\times 6-2=1\text{V}，R_0=\frac{4\times 6}{4+6}+3.6=6\Omega$$

时间常数：$\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{1}{12}$

零状态响应：$i(t)=\frac{U_{OC}}{R_0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=\frac{1}{6}\left(1-e^{-12t}\right)\text{A} \qquad t>0$

2.10 在如图 2.10 所示电路中，开关接在位置“1”时已达稳态，在$t=0$时开关转到“2”的位置，试用三要素法求$t>0$时的电容电压u_C及i。

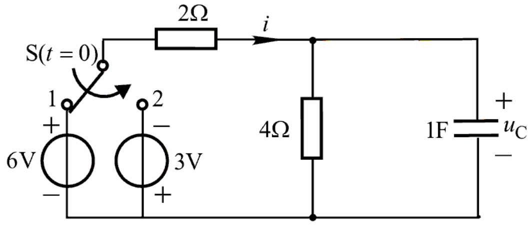


图 2.10 习题 2.10 电路图

解　开关在位置 1 时：$u_C(0_-)=\dfrac{4}{2+4}\times 6=4\text{V}$，

由换路定则得初始值：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=4\text{V}$

稳态值：$u_C(\infty)=\dfrac{4}{2+4}\times(-3)=-2\text{V}$

时间常数：$\tau=\dfrac{2\times 4}{2+4}\times 1=\dfrac{4}{3}\text{s}$

由三要素法得：$u_C(t)=u_C(\infty)+\left[u_C(0_+)-u_C(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}=\left(-2+6e^{-\frac{3}{4}t}\right)\text{V}\quad t>0$

$$i=\frac{-3-u_C}{2}=\left(-\frac{1}{2}-3e^{-\frac{3}{4}t}\right)\text{A}\qquad t>0$$

2.11　图 2.11 所示电路原已达稳态，$t=0$ 开关打开。求 $t>0$ 时的响应 u_C、i_L 及 u。

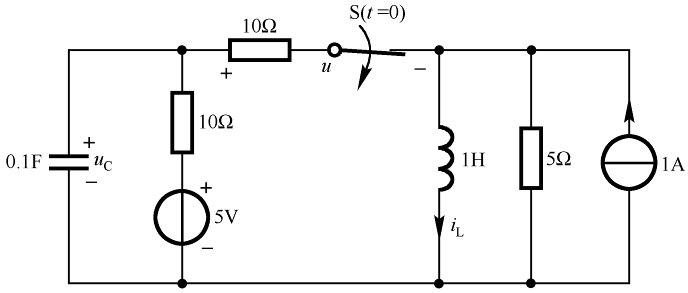


图 2.11　习题 2.11 电路图

解：（1）应用三要素法求电容电压

电容初始值：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=\dfrac{10}{10+10}\times 5=2.5\text{V}$

稳态值：$u_C(\infty)=5\text{V}$

时间常数：$\tau_C=0.1\times 10=1\text{s}$

所以　$u_C(t)=\left(5-2.5e^{-t}\right)\text{V}\qquad t>0$

（2）应用三要素法求电感电流

初始值：$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1+\dfrac{5}{10+10}=1.25\text{A}$

稳态值：$i(\infty)=1\text{A}$

时间常数：$\tau_L=\dfrac{1}{5}\text{s}$

所以　$i_L(t)=\left(1+0.25e^{-5t}\right)\text{A}\qquad t>0$

$$u=u_C-\frac{di_L}{dt}=\left(5-2.5e^{-t}+1.25e^{-5t}\right)\text{V}\qquad t>0$$

2.12　在开关 S 闭合前，如图 2.12 所示电路已处于稳态，$t=0$ 时开关闭合。求开关闭合后的电流 i_L。

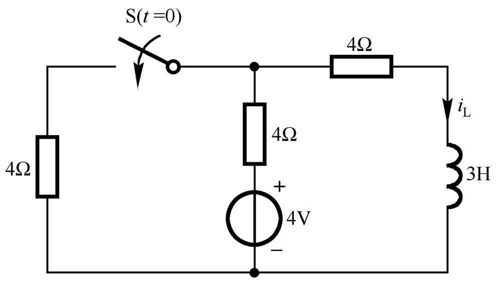


图 2.12　习题 2.12 电路图

解（1）应用三要素法求电感电流

初始值：$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \dfrac{4}{4+4} = \dfrac{1}{2}\text{A}$

稳态值：$i_L(\infty) = \dfrac{4}{4+\dfrac{4\times 4}{4+4}} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3}\text{A}$

时间常数：$\tau_L = \dfrac{3}{4+\dfrac{4\times 4}{4+4}} = \dfrac{1}{2}\text{s}$

故得　$i_L(t) = \left(\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{6}\text{e}^{-2t}\right)\text{A} \quad t > 0$

2. 13 一延时继电器原理线路如图 2.6.8 所示，当开关 S_1 闭合时，线圈中就会流过一定的电流而使线圈内部产生磁场，随着电流的增加，磁场增强，当通过继电器 J 的电流 i 达到 6mA 时，开关 S_2 即被吸合，从开关 S_1 闭合到开关 S_2 闭合的时间间隔称继电器的延时时间，为使延时时间可在一定范围内调节，在电路中串联一个可调电阻 R，设 $R_L = 250\Omega$，$L = 14.4\text{H}$，$U_S = 6\text{V}$，$R = 0\sim 250\Omega$ 可调，求电流 i 的表达式及该继电器的延时调节范围。

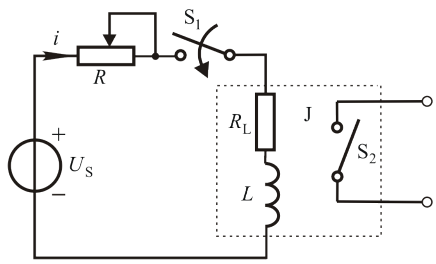


图 2.13　习题 2.13 电路图

解 由于开关 S_1 闭合前电感未储能，故 $i(0_-) = i(0_+) = 0$ ，所以 $i(t) = i(\infty)\left(1-\text{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

当 $R = 0$ 时，对应的时间常数：$\tau = \dfrac{14.4}{250} = 0.0576\text{s}$，$i_L(\infty) = \dfrac{6}{250} = 24\text{mA}$，由于吸合电流为 6mA，故 $6 = 24\left(1-\text{e}^{-\frac{t}{0.0576}}\right)$，$\text{e}^{-\frac{i}{0.0576}} = \dfrac{3}{4}$，$t = -0.0576\ln\dfrac{3}{4} = 0.0166\text{s}$

当 $R = 250\Omega$ 时，对应的时间常数：$\tau = \dfrac{14.4}{500} = 0.0288\text{s}$，$i_L(\infty) = \dfrac{6}{500} = 12\text{mA}$，由于吸合电流为 6mA，故 $6 = 12\left(1-\text{e}^{-\frac{t}{0.0288}}\right)$，$\text{e}^{-\frac{i}{0.0288}} = \dfrac{1}{2}$，$t = -0.0288\ln\dfrac{1}{2} = 0.02\text{s}$

所以继电器的延时调节范围为 0.0166s～0.02s