

一、选择题 (每题 3 分, 共 27 分)

1. C
2. B
3. B
4. C
5. B
6. B
7. D
8. A
9. B

二、填空题 (每题 3 分, 共 23 分)

10. $a_n = 4Rt^2$ 2 分

$\beta = 2 \text{ rad/s}^2$ 1 分

11. 5m/s 1 分

17m/s 2 分

12. g/μ_s 3 分

参考解: 当 $mg = f = \mu_s N = \mu_s ma$ 时不致掉下, 则 $a = g/\mu_s$.

13. $m\sqrt{GMR}$ 3 分

14. $-3\sigma/(2\epsilon_0)$ 1 分

$-\sigma/(2\epsilon_0)$ 1 分

$\sigma/(2\epsilon_0)$ 1 分

$3\sigma/(2\epsilon_0)$ 1 分

15. h^2/l^2 3 分

参考解: 由质点角动量守恒定律有

$$h m v_0 = l m v$$

即 $v/v_0 = h/l$

则动能之比为 $E_K/E_{K0} = h^2/l^2$

16. $\lambda/(2\pi\epsilon_0 r)$ 2 分

$\lambda L/(4\pi\epsilon_0 r^2)$ 2 分

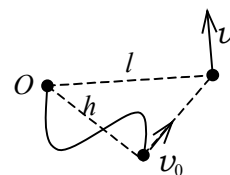
三、计算题 (共 52 分)

17. (本题 10 分)

解: (1) 质点绕行一周所需时间: $3\pi t^2 + \pi t = 2\pi R$, $t = 1\text{s}$

质点绕行一周所经历的位移: $\Delta \vec{r} = 0$; 2 分

平均速率: $\bar{v} = \frac{S}{\Delta t} = 4\pi \text{ m/s}$ 2 分



(2) 质点在任一时刻的速度大小：

$$v = \frac{ds}{dt} = 6\pi t + \pi$$

$$\text{加速度大小: } |\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{(7\pi)^2}{2}\right)^2 + (6\pi)^2} = 242.54 \text{ m/s}^2$$

2 分

质点在 1 秒末速度的大小: $v = 7\pi \text{ (m/s)}$

2 分

18. (本题 8 分)

解: $F = ma, \quad a = F/m = \frac{2t}{5} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2})$ 2 分

$$dv/dt = a = \frac{2t}{5}, \quad dv = \frac{2t}{5} dt$$

由 $\int_0^v dv = \int_0^t \frac{2t}{5} dt$, 得 $v = 0.2t^2 \text{ (m/s)}$ 3 分

故 $t = 3 \text{ s}$ 时, $v_2 = 1.8 \text{ m/s}$
根据动能定理, 外力的功

$$W = \frac{m}{2} v_2^2 - 0 = \frac{m}{2} v_2^2 = 8.1 \text{ J}$$
 3 分

19. (本题 8 分)

解: 两自由质点组成的系统在自身的引力场中运动时, 系统的动量和机械能均守恒. 设两质点的间距变为 $l/2$ 时, 它们的速度分别为 v_1 及 v_2 , 则有

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0$$
 ① 2 分

$$\frac{-Gm_1 m_2}{l} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{2Gm_1 m_2}{l}$$
 ② 3 分

联立①、②, 解得

$$v_1 = m_2 \sqrt{\frac{2G}{l(m_1 + m_2)}}, \quad v_2 = m_1 \sqrt{\frac{2G}{l(m_1 + m_2)}}$$
 3 分

20. (本题 5 分)

解: 两个粒子的相互作用力 $f = k/r^3$

已知 $f=0$ 即 $r=\infty$ 处为势能零点, 则势能 1 分

$$E_p = W_{p\infty} = \int_r^\infty \vec{f} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty \frac{k}{r^3} dr$$
 2 分

$$= k/(2r^2)$$
 2 分

21. (本题 5 分)

解: 由人和转台系统的角动量守恒

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = 0 \quad 2 \text{ 分}$$

其中 $J_1=300 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $\omega_1=v/r=0.5 \text{ rad/s}$, $J_2=3000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$\therefore \omega_2 = -J_1\omega_1/J_2 = -0.05 \text{ rad/s} \quad 1 \text{ 分}$$

人相对于转台的角速度 $\omega_r = \omega_1 - \omega_2 = 0.55 \text{ rad/s} \quad 1 \text{ 分}$

$$\therefore t = 2\pi / \omega_r = 11.4 \text{ s} \quad 1 \text{ 分}$$

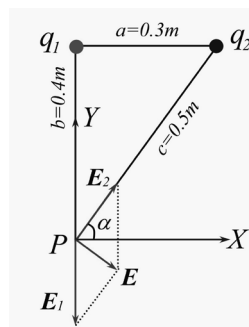
22. (本题 6 分)

解: □ 根据题意作出如图所示的电荷分布, 选取坐标系 OXY

$$q_1 \text{ 在 } P \text{ 产生的场强: } \vec{E}_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 b^2} (-\vec{j}) \quad 2 \text{ 分}$$

$$q_2 \text{ 在 } P \text{ 产生的场强: } \vec{E}_2 = \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 c^2} (\cos\alpha \vec{i} + \sin\alpha \vec{j}) \quad 2 \text{ 分}$$

$$P \text{ 点的电场强度: } \vec{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 b^2} (-\vec{j}) + \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 c^2} (\cos\alpha \vec{i} + \sin\alpha \vec{j})$$



$$\text{将 } \sin\alpha = \frac{4}{5}, \cos\alpha = \frac{3}{5}, \quad b=0.4\text{m}, \quad c=0.5\text{m} \text{ 代入得到:}$$

$$\vec{E} = 4320 \vec{i} - 5490 \vec{j} \quad 2 \text{ 分}$$

23. (本题 10 分)

解: 设小球滑到 B 点时相对地的速度为 v , 槽相对地的速度为 V . 小球从 $A \rightarrow B$ 过程中球、槽组成的系统水平方向动量守恒,

$$mv + MV = 0 \quad ① \quad 2 \text{ 分}$$

对该系统, 由动能定理 $mgR - EqR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad ② \quad 3 \text{ 分}$

①、②两式联立解出 $v = \sqrt{\frac{2MR(mg - qE)}{m(M + m)}} \quad 2 \text{ 分}$

方向水平向右.

$$V = -\frac{mv}{M} = -\sqrt{\frac{2mR(mg - qE)}{M(M + m)}} \quad 1 \text{ 分}$$

方向水平向左. 1 分

小球通过 B 点后, 可以到达 C 点. 1 分