Übungen zur Vorlesung
“Stochastik für Studierende der Informatik“

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Reihen:

(a) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{k!}$ (b) $\sum_{k=1}^{\infty} 5\left(\frac{1}{4}\right)^{k-1}$ (c) $\sum_{k=2}^{\infty} (k^2-k)q^{k-2}$ für $|q| < 1$.

Aufgabe 2

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int_0^\infty \lambda e^{-\lambda x} dx$

(b) $\int_0^{\pi/2} \cos(x)\sin(x) dx$

(c) $\int_e^{e^2} \frac{\log^2(x)}{x} dx$

Aufgabe 3

Es sei A eine endliche Menge mit $|A| = n$. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass in diesem Fall für die Mächtigkeit der Potenzmenge $\mathcal{P}(A)$ gilt $|\mathcal{P}(A)| = 2^n$.

Aufgabe 4

Es werden drei faire Würfel gleichzeitig geworfen.

(a) Geben Sie einen geeigneten Grundraum Ω und ein Wahrscheinlichkeitsmaß $\mathbb{P}$ für dieses Zufallsexperiment an.

Ein französischer Edelmann namens Chevalier de Méré wunderte sich einmal Blaise Pascal gegenüber, dass er beim Werfen mit drei Würfeln die Augensumme 11 häufiger beobachtet habe als die Augensumme 12, obwohl doch 11 durch die Kombinationen $6-4-1$, $6-3-2$, $5-5-1$, $5-4-2$, $5-3-3$, $4-4-3$ und die Augensumme 12 durch ebensoviele Kombinationen erzeugt werde.

(b) Durch welche Kombinationen wird die 12 dargestellt und was ist der Fehler in de Mérés Argument?

(c) Geben Sie die Ereignisse *Augensumme* 11 und *Augensumme* 12 als Teilmengen des Grundraums an.

(d) Berechnen Sie die korrekten Wahrscheinlichkeiten der beiden Ereignisse.