



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

UNIVERSITÀ "SAPIENZA" DI ROMA  
FACOLTÀ DI INFORMATICA

---

# Algebra

---

Appunti integrati con il libro "Geometria analitica con elementi di Algebra lineare", M. Abate, C. De Fabritiis

*Author*  
Simone Bianco

29 settembre 2022

# Indice

0	Introduzione	1
1	Insiemi, Relazioni e Induzione	2

# Capitolo 0

## Introduzione

Il seguente corso mira all'apprendimento dei principali elementi di Algebra Elementare, Algebra Lineare e Teoria dei Gruppi, incentrandosi principalmente su:

- **Insiemi**, partizioni, applicazioni, **relazioni** d'equivalenza e d'ordine, permutazioni. I numeri naturali e il **principio di induzione**. Il teorema binomiale.
- **Strutture algebriche**: Gruppi, anelli e campi, reticoli, sottostrutture, omomorfismi. Anelli di polinomi. L'algoritmo di Euclide. Classi resto modulo un intero. Congruenze ed equazioni in  $\mathbb{Z}/n$ . Il teorema di Eulero-Fermat.
- **Sistemi di equazioni lineari**: algoritmo di Gauss, determinante di una matrice quadrata. Matrice inversa. Rango di una matrice: Il teorema di Cramer ed il teorema di Rouché-Capelli. Risoluzione di sistemi lineari omogenei.
- **Spazi vettoriali**: dipendenza e indipendenza lineare, basi. Matrici. Applicazioni lineari e loro rappresentazione: cambiamenti di base, diagonalizzazione di un operatore lineare. Polinomio caratteristico e relativa invarianza.
- **Elementi di teoria dei gruppi**: Gruppi ciclici, periodo di un elemento di un gruppo. Classificazione dei gruppi ciclici. Classi laterali modulo un sottogruppo. Il teorema di Lagrange e le sue conseguenze, sottogruppi normali. Il teorema fondamentale di omomorfismo tra gruppi.

Prima di approcciarsi al seguente corso, è consigliato avere una conoscenza di elementi di **teoria degli insiemi**, facilmente apprendibili attraverso il **corso di Metodi Matematici per l'Informatica**

# Capitolo 1

## Insiemi, Relazioni e Induzione