

Identical particles

تمرین های دست گرمی برای دوره ی درس:

- ۱) قصد داریم برای یک سیستم دو ذره ای تابع موج تعریف کنیم.
(الف) دو ذره از هم مستقل هستند و قابل تشخیص از هم (Distinguishable)
(ب) دو ذره یکسان هستند (Identical) به یکدیگر همبسته هستند (Correlated).
۱.۱) برای تابع موج دو ذره ای الف و ب آنسائز تابع موج پیشنهاد دهید. (راهنمایی: آنسائزی پیشنهاد دهید که متشکل از توابع موج تک ذره ای باشد)
۱.۲) نشان دهید که ذرات گروه ب به دو دسته فرمیون ها و بوزون ها تقسیم میشوند (راهنمایی: از احتمال یافتن دو ذره یکسان در نقاط r_1 و r_2 استفاده کنید و اینکه با تبادل دو ذره یکسان این احتمال ثابت می ماند).
۱.۳) آنسائز تابع موج دو ذره ای خود را برای الکترون ها بازنگری کنید (برای توضیح کامل الکترون هم مختصات فضایی $\psi(r)$ لازم است و هم مختصات اسپینی $(\alpha(\omega), \beta(\omega))$ ، آیا این آنسائز همبستگی دو الکترون با اسپین مخالف را در برمیگیرد؟ احتمال حضور دو الکترون با اسپین مخالف (Singlet) در یک نقطه را حساب کنید. این احتمال را با اصل طرد پاولی مقایسه کنید. چه شرطی در آنسائز تابع موجی که تعریف کردید تطبیق یا عدم تطبیق با اصل طرد پاولی را ناشی شد؟ آیا آنسائز های پیشنهادی در قسمت ۱.۱ همگی با اصل طرد پاولی مطابقت دارند؟
۱.۴) مقدار چشم داشتی فاصله دو ذره فرمیونی و دو ذره بوزونی را با آنسائز تابع موج پیشنهادی خود حساب کنید و با هم مقایسه کنید.

تمرین های چالشی برای ورزش ذهن:

1) Wave function Ansatz

همانطور که در کلاس اشاره کردیم به دنبال تعریفی فرضی (Ansatz) از تابع موج سیستم های چند ذره ای هستیم که به بهترین نحو خواص و نحوه برهمکنش ذرات در این سیستم ها را نمایش دهد. یکی از توابع موج فرضی، دترمینان اسلیتر (Slater determinant) است که خاصیت پادمتقارن سیستم های فرمیونی را انعکاس میدهد. دیدیم که این تعریف بخشی از همبستگی ذرات فرمیونی را هم دربر می گیرد (کدام بخش؟)
برای هرچه بهتر شدن کیفیت تابع موج (در بر گرفتن میزان بیشتری از همبستگی correlation) تعاریف دیگری از توابع موج سیستم های چند ذره ای ارائه شده است. یکی از راه های تولید این تعاریف اضافه کردن تعداد بیشتری دترمینان اسلیتر است. در واقع از ترکیب خطی چند اسلیتر دترمینان استفاده می شود.

(الف) برای تشکیل اسلیتر دترمینان از توابع موج تک ذره ای (اوربیتال های تک الکترونی) استفاده کردیم. به نظر شما مابقی دترمینان ها از چه اوربیتال هایی تشکیل می شوند؟

(ب) چرا اضافه کردن دترمینان های بیشتر کیفیت تابع موج را ارتقا می بخشد؟

(ج) آیا خاصیت پادمتقارنی تابع موج محفوظ میماند؟

راهنمایی: روش Configuration interaction یا Coupled cluster را در اینترنت جستجو کنید. تابع موجی که در این روش ها استفاده میشود از روش بالا بدست می آید. در کتاب Szabo هم میتوانید در مورد این روش ها بیشتر بخوانید.

2) مشاهده اثر چرخش 2π اسپین و تبادل دو ذره

در کلاس در مورد آزمایش دو شکافی صحبت کردیم که اثر چرخش ۳۶۰ درجه اسپین را آشکار میکرد. آزمایش دو شکافی طراحی کنید که اثر تبدلی و چرخش ۳۶۰ درجه اسپین را روی دو الکترون نمایش دهد. لینک های کمکی مربوطه (چرخش دو پی و توضیح پروفیسور ساسکیند) را هم در مدل حتما تماشا کنید.

محاسبات خوبی داشته باشید،

آریا نائینی
نگار اشعری آستانی