

تاریخ انتشار: ۲۶ مهر ۹۹

تاریخ تحویل: ۱۰ آبان ۹۹

تمرین ها و مطالب سر کلاس مکمل کتاب های معرفی شده هستند و از محتوای هر دو برای طرح سوالات امتحانی استفاده میشود. در مواردی که مطالب گفته شده در کتاب های معرفی شده موجود باشد به فصل های کتاب مورد نظر اشاره می شود.

جبر خطی: بخش ۱ از کتاب Shankar + فصل ۳ از کتاب Griffith + فصل ۱ کتاب Szabo

(۱) برای دو ماتریس زیر مقادیر ویژه Eigenvalues و توابع ویژه Eigen Functions را بدست آورید:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(۲) نشان دهید اثر یا trace ماتریس تحت تبدیل یکانی تغییری نمی کند:

$$\Omega = U^\dagger O U \Rightarrow \text{tr } \Omega = \text{tr } O$$

(۳) ثابت کنید که توابع ویژه عملگر هرمیتی Hermitian متعامد Orthogonal هستند.

(۴) در مورد خطی بودن فضای هیلبرت در کلاس صحبت کردیم. گفتیم تئوری مکانیک کوانتومی و تئوری ماکسول خطی هستند. لیکن برای مثال تئوری نسبیت عام اصلاً خطی نیست. حتی مکانیک کلاسیک هم خطی نیست. به سوالات زیر جواب دهید:

الف) مثالی از یک پتانسیل کلاسیک بیاورید که خطی نباشد. نشان دهید که کدام یک از شرایط خطی بودن نقض میشود. راهنمایی: در عملگر های موجود در معادله پتانسیل باید عملگر های غیر خطی حضور داشته باشند.

ب) عدم فراموشی در کامپیوتر های کوانتومی

در کامپیوتر های کوانتومی cloning یا copy.paste کردن یک state توسط عملگر U قابل انجام نیست به زبان ریاضی انجام عملیات زیر امکان پذیر نیست:

$$|X\rangle |Y\rangle \longrightarrow |X\rangle |X\rangle \quad \text{for } \forall Y$$

دو qubit در سیستم داریم در دو state مختلف: X و Y، می خواهیم حالت کیوبیت دوم را شبیه اولی کنیم. در واقع حالت Y را هر چه که هست، فراموش کنیم!

راهنمایی: نشان دهید چرا کپی کردن در کوانتوم خطی بودن را نقض می کند و به همین دلیل این عملیات توسط یک تبدیل همانی یا unitary امکان پذیر نیست.

ضرورت حضور مکانیک کوانتومی: فصل ۱ کتاب گاسیورویچ، فصل ۱ کتاب شیمی کوانتوم مک کواری

(۵) در سال ۱۹۰۵ اینشتین سه مقاله چاپ کرد: در یکی اولین نظریه نسبیت را بیان کرد، در دیگری ثابت کرد که اتم وجود دارد و در سومی پایه های فیزیک کوانتومی را محکم کرد.

در مقاله مربوط به فیزیک کوانتومی، انیشتین توانست دلیلی منطقی برای فیت شدن فرمول پیشنهادی پلانک با تابش جسم سیاه ارائه دهد. با مطالعه بخش تابش جسم سیاه به سوال زیر پاسخ دهید: (میتوانید به کتاب گاسیورویچ بخش ۱.۱ و یا کتاب شیمی کوانتوم مک کواری فصل یک مراجعه کنید که هر دو آپلود شده اند).

میتوان از توزیع پلانک استفاده کرد و قانون استفان-بولتزمن **Stefan-Boltzmann Law** را بدست آورد که دانسیته انرژی تابشی توسط جسم سیاه را به عنوان تابعی از زمان ارائه میدهد. قانون استفان-بولتزمن را با انتگرال گیری از توزیع پلانک روی همه فرکانس ها بدست بیاورید. راهنمایی: از فرمول زیر استفاده کنید:

$$\int_0^{\infty} dx \, x^3 / (e^x - 1) = \pi^4/15$$

(تمرین ۱.۹ از کتاب شیمی کوانتومی مک کواری)

محاسبات خوبی داشته باشید!

مریم میرزا عبداللّهی ها

نگار اشعری