یک.

الف) تکانه زاویه‌ای داریم و مقدار آن نیز $\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$است. شکل آن یک کره است و به همین دلیل مقادیر چشم‌داشتی‌های ما صفر می‌شوند.

$$Y_1^0(\theta,\varphi) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{\pi}}\cdot\cos\theta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{\pi}}\cdot\frac{z}{r}$$

برای Y01 باز داریم و مقدار آن است که در جهت z قرار دارد، به شکل دو لوب بیضوی در محور z قرار دارد که در صفحه‌ی xy صفر است.

$$Y_1^1(\theta,\varphi) = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\cdot e^{i\varphi}\cdot\sin\theta = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2\pi}}\cdot\frac{(x+iy)}{r}$$

برای Y11

عدم قطعیت وجود دارد، اما اینجا (همانطور که در کلاس گفته شد) نیاز به تعریفی فرای تابع داریم که در دو نقطه یک مقدار اختیار کند، به همین دلیل وقتی از توابع استفاده می‌کنیم جوری‌ست که انگار عدم قطعیت نقض شده است.

ب)

$L_+ = L_x + iL_y\ \ , L_- = L_x - iL_y$
$\hbar^2 l(l+1) = <L_x>^2 + <L_y>^2 + \hbar^2 m^2$

وقتی به اندازه‌ی کافی از اپراتور L_+ استفاده کنیم به آخرین حالت انرژی می‌رسیم، چون همین شرایط باید برای آن استیت نیز برقرار باشد، می‌بینیم که $m_+ = l$ و $m_- = -l$ می‌شود، پس می‌بینیم که

$$\hbar^2 m(m+1) = <L_x>^2 + <L_y>^2 + \hbar^2 m^2$$

که در این صورت حتما باید این مقادیر صفر باشند

با قرار دادن مقدار داده‌شده در $\hbar^2 l(l+1) = <L_x>^2 + <L_y>^2 + \hbar^2 m^2$ می‌بینیم که تنها حالت برقراری تساوی همان عدد است. (و یکسان بودن Lx و Ly از تقارن حاصل می‌شود.*

پ) خیر. امکان ندارد همه همزمان صفر شوند، چراکه تکانه زاویه‌ای یک conserved entity است.

دو.

با یک Semi-classical reasoning برای پیدا کردن مقدار L داریم:

$<L> = \sqrt{<L>^2} = \hbar\sqrt{l(l+1)}$

حال برای پیدا کردن تصویر L بر محور Z، آن را تقسیم بر Lz می‌کنیم:

$$\frac{m\hbar}{\hbar\sqrt{(l)(l+1)}}$$

چون در دنیای کلاسیک و بر روی دایره‌ی رسم شده، $L_z = Lcos(\theta)$ است، پس داریم

$$Cos(\theta) = \frac{m}{\sqrt{(l)(l+1)}}$$

ب)

r^2 = 2a/5 = 0.016
I = mr^2 = 0.25 * 0.016 = 0.004
Iw = 0.004 * 5 = 0.02

<L> = 0.02 = $\hbar\sqrt{(l)(l+1)} => \sqrt{(l)(l+1)} = \frac{0.02}{\hbar}$

$$\cos(\theta) = 1 - \frac{1}{2}\theta^2 = \frac{0.25}{\frac{0.02}{\hbar}} = 12.5\hbar => \theta = \sqrt{}(2 - 25\hbar)$$