

Работа 1.1.1

Докладчик: Ефремов Леонид Дмитриевич

Физтех-школа: ФАКТ

Группа: Б03-403

Определение систематических и случайных погрешностей при измерении удельного сопротивления нихромовой провода

Цель работы: померить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких измерительных приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

В работе используются: линейка, штангенциркуль, микрометр, отрезок проволоки из нихрома, амперметр, вольтметр, источник ЭДС, мост постоянного тока, реостат, ключ.

Удельное сопротивление материала проволоки круглого сечения, изготовленной из однородного материала и имеющей всюду одинаковую толщину, может быть определено по формуле:

$$\rho = \frac{R_{\text{пр}}}{l} \frac{\pi d^2}{4},$$

(1)

где $R_{\text{пр}}$ - сопротивление измеряемого отрезка проволоки, l - его длина, d - диаметр проволоки. Таким образом, для определения удельного сопротивления материала проволоки следует измерить длину, диаметр и величину электрического сопротивления проволоки.

При этом необходимо учесть, что при изготовлении проволоки не удастся строго выдержать постоянным ее диаметр. Он немного меняется по длине, причем случайным образом. Поэтому в формулу (1) надо подставлять среднее по длине проволоки значение диаметра и учитывать в дальнейшем соответствующую случайную погрешность этого значения.

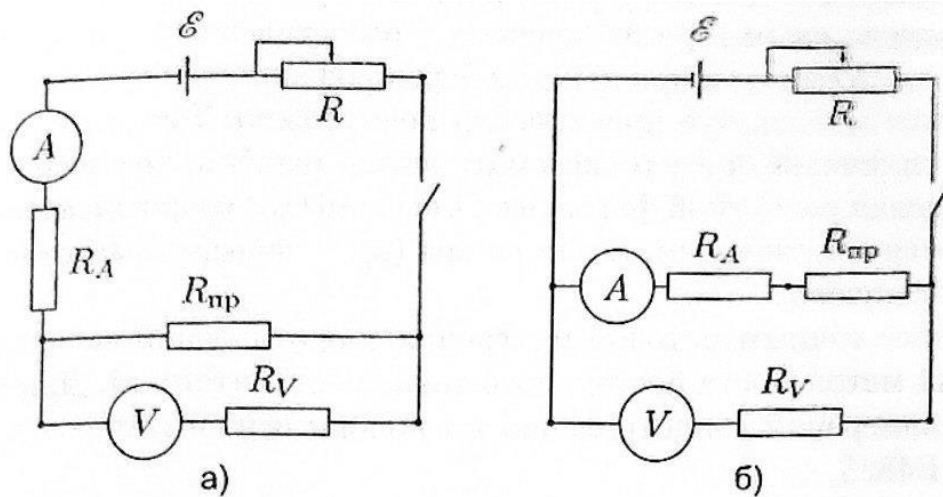


Рис. 1. Схемы для измерения сопротивления при помощи амперметра и вольтметра

В первом случае вольтметр правильно измеряет падение напряжения на концах проволоки, а амперметр измеряет не величину прошедшего через проволоку тока, а сумму токов, проходящих через проволоку и через вольтметр. Поэтому

$$R_{\text{пр1}} = \frac{V_a}{I_a} = R_{\text{пр}} \frac{R_V}{R_{\text{пр}} + R_V} \quad (2)$$

Во втором случае амперметр измеряет силу тока, проходящего через проволоку, но вольтметр измеряет суммарное падение напряжения на проволоке и на амперметре. В этом случае

$$R_{\text{пр2}} = \frac{V_6}{I_6} = R_{\text{пр}} + R_A \quad (3)$$

Формулы (2) и (3) удобно несколько преобразовать. Для схемы (а):

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{пр1}} \frac{R_V}{R_V - R_{\text{пр1}}} = \frac{R_{\text{пр1}}}{1 - (R_{\text{пр1}}/R_V)} \approx R_{\text{пр1}} \left(1 + \frac{R_{\text{пр1}}}{R_V} \right) \quad (4)$$

Для схемы (б)

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{пр2}} \left(1 - \frac{R_A}{R_{\text{пр2}}} \right) \quad (5)$$

Установка: Лабораторный блок питания, вольтметр, амперметр, нихромовая проволока, реостат, проводники. Элементы соединены в соответствии схемы (а).

Измерения:

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8
Диаметр проволоки, мм	0.36	0.36	0.37	0.37	0.37	0.36	0.37	0.36

Таблица 1: Измерение диаметра проволоки микрометром

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8
Диаметр проволоки, мм	0.3	0.4	0.3	0.4	0.4	0.4	0.3	0.4

Таблица 2: Измерение диаметра проволоки штангенциркулем

Система прибора	магнитно-электрическая	
Класс точности	0.2	
Шкала	линейная, 150 делений	
Предел измерений	600 мВ	300 мВ
Цена деления	4 мВ	2 мВ
Погрешность при считывании со шкалы	± 2 мВ	± 1 мВ
Внутреннее сопротивление	$R_V = 4$ кОм	$R_V = 2$ кОм
Максимальная погрешность согласно классу точности	± 2.4 мВ	± 1.4 мВ

Таблица 3: Характеристики вольтметра в зависимости от положения переключателя пределов измерения

Система прибора	цифровая
Предел измерений	2 А
Внутреннее сопротивление	$R_A = 1.2$ кОм
Разрядность дисплея	5 ед.
Погрешность измерений	$\pm k$ мА, где k - единица младшего отображаемого разряда

Таблица 4: Характеристики амперметра

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Длина проволоки, см	50 ± 0.05								
V_B , мВ	284	320	360	400	436	472	516	556	584
I_A , мА	56.22	62.67	70.73	78.43	85.96	92.20	100.70	108.57	114.07
Длина проволоки, см	30 ± 0.05								
V_B , мВ	152	196	240	288	328	384	436		
I_A , мА	48.981	63.77	78.12	93.35	107.49	124.60	142.49		
Длина проволоки, см	20 ± 0.05								
V_B , мВ	102	122	140	162	182	200	212	228	254
I_A , мА	49.532	59.13	68.30	78.83	88.27	97.77	103.03	110.90	123.63

Таблица 5: Зависимость V_B от I_A для разных длин проволоки

Длина проволоки, см	R, Ом
50 ± 0.05	5.0975
30 ± 0.05	3.0673
20 ± 0.05	2.0618

Таблица 6: Измерение сопротивления проволоки с помощью моста постоянного тока

Погрешности и средние значения:

Средняя толщина проволоки:

$$\langle d \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \approx 0,37 \text{ мм}$$

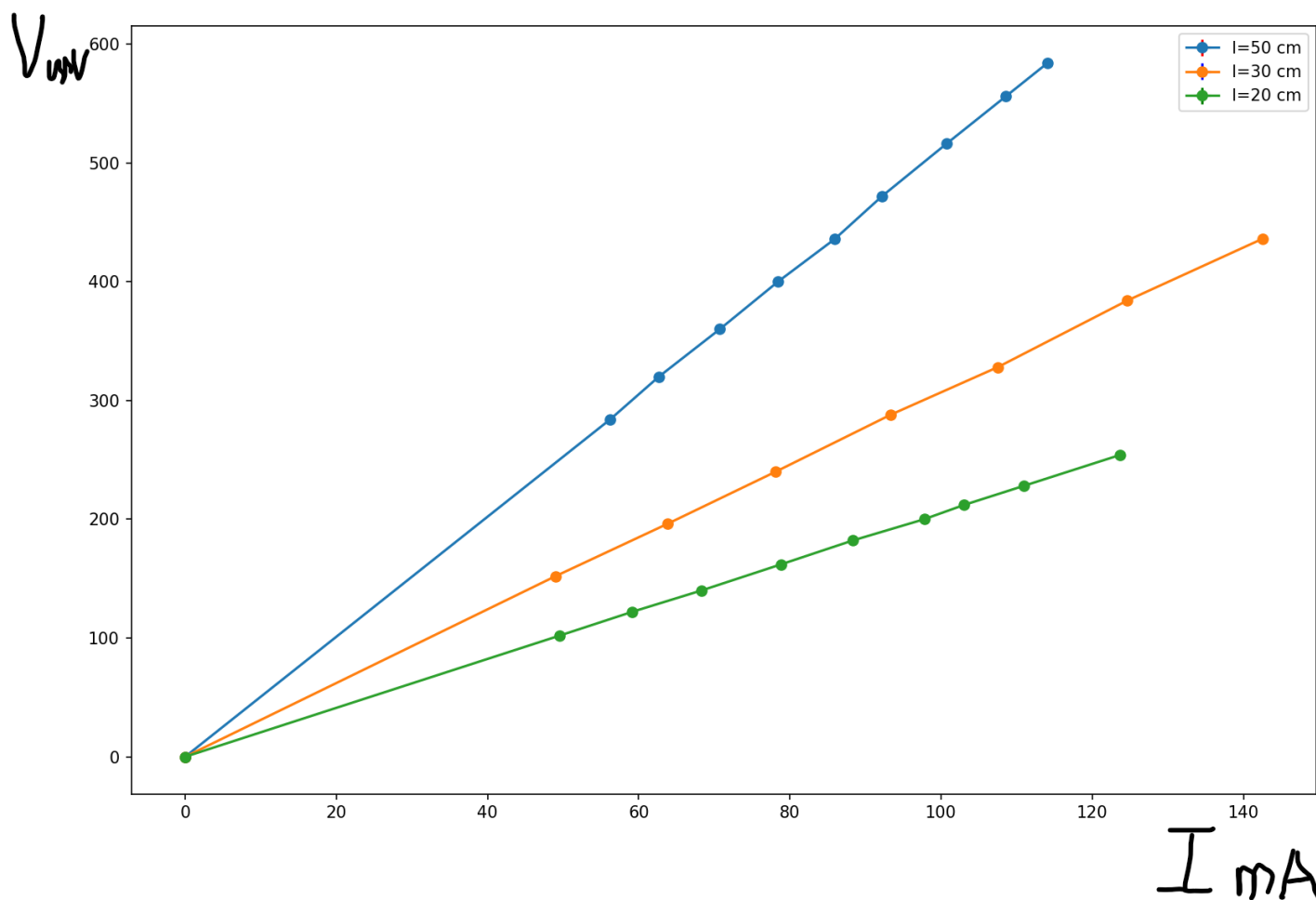
Случайная ошибка при измерении проволоки:

$$\sigma_{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (d_i - \langle d \rangle)^2} \approx 0,13 \text{ мм}$$

Для расчета площади сечения будем использовать более точные показатели штангенциркуля:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \approx 1,075 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$$

График зависимости напряжения от силы тока:



Погрешности измерения напряжения и силы тока:

Найдем среднее значение сопротивления для проводника:

$$R_{\text{ср}} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}$$

Случайную погрешность сопротивления найдем как косвенную погрешность наименьших квадратов (т.к. мы использовали данный метод для построения аппроксимирующей прямой) по формуле:

$$\sigma_{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} (\langle V^2 \rangle - \langle R \rangle^2)}.$$

Систематическую погрешность найдем как частные производные за значения выбрав наибольшие измерения:

$$\sigma_{\text{сист}} = \langle R \rangle \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V_{\text{max}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I_{\text{max}}}\right)^2}$$

Полную погрешность вычислим по формуле:

$$\sigma_{\text{полн}} = \sqrt{(\sigma_{\text{случ}})^2 + (\sigma_{\text{сист}})^2}$$

Кроме того, оценим относительную погрешность опыта, а также измерим значение нашего сопротивления на мосту Р4833. Для удобства занесем полученные данные в итоговую таблицу:

L cm	R Ом	случ. погр. Ом	сист. погр. Ом	полн. погр. Ом	точность %	R мост Ом
20	2.054	0.004	0.008	0.009	0,4	2.0618 +/- 0.0001
30	3.062	0.012	0.014	0.018	0.58	3.0673 +/- 0.0001
50	5.128	0.018	0.018	0.025	0.48	5.0975 +/- 0.0001

Расчет удельного сопротивления проволоки:

Удельное сопротивление будем рассчитывать по формуле (1), а погрешность удельного сопротивления найдем как:

$$\sigma_{\rho} = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2}$$

L cm	R 10 ⁻⁶ Ом*м	погр. 10 ⁻⁶ Ом*м
20	1.104	0.149
30	1.097	0.148
50	1,103	0.149

Среднее по трем: (1.101 +/- 0,149) * 10⁻⁶ Ом*м

Точность: 13%

Вывод:

В данной работе удалось рассчитать значение удельного сопротивления проволоки с точностью 13 %. Сравниваем с табличными значениями. В справочнике (Физические величины. М. Энергоиздат, 1991. С. 444) для удельного сопротивления нихрома при 20 °С значения в зависимости от массового содержания компонент сплава меняются от 0,97 * 10⁻⁶ Ом*м до 1, 12 * 10⁻⁶ Ом*м. Полученные значения соответствуют данному интервалу.