2019年度 知能情報学実験 信号処理 参考資料

F1,2クラス（水曜 7–10 限）担当：亀井
F3,4クラス（木曜 7–10 限）担当：THAWONMAS[1]

1 フーリエ変換による周波数解析入門

1.1 アナログ信号とデジタルデータ

自然界や生体を計測して得られる信号は、通常、アナログ的（＝連続的）な性質をもつ。時間の経過とともに変化する信号であれば、時間はもちろんのこと、信号強度も連続量で表される。つまり、信号を $x(t)$ と時間 t の関数で表すと、t も $x(t)$ も連続値をとる。しかしながらコンピュータ内では、値を有限桁でしか表現できず、また有限個のメモリ領域しか持たないので、こうした連続量を扱うことができない。よって、コンピュータでアナログ信号を処理する為には、解析するアナログ信号をコンピュータが扱えるようなデジタル（＝離散的）な表現に変換する必要がある。まず時間方向に関しては、一定時間間隔毎に信号を切り出す**標本化**を行う。標本化の際に用いる一定の時間幅を標本化間隔、その逆数を**標本化周波数**[2] という。次に標本化された信号の信号強度に関しても一定間隔の離散値に丸め込む**量子化**を行う。この丸め込まれた誤差を**量子化誤差**と呼ぶ。例えば標本化周波数を 10Hz（標本化間隔を 0.1s）、小数第 2 位に量子化されたアナログ信号は、$(t_1, x_1) = (0.1, 15.45), (t_2, x_2) = (0.2, 15.86), (t_3, x_3) = (0.3, 16.28), \cdots$ のようなデジタルデータとして表現され、メモリ上に格納することが出来る（$x_i = x(t_i)$）。

では、この標本化周波数は任意に定めてよいか？標本化周波数を小さくすればデータ量は小さくて済むが、変換後のデジタルデータは元のアナログ信号とは似つかわしくないものになってしまう。一方、大きくすればアナログ信号に近いデジタルデータが得られるが、データ量が増大するため、後の処理に時間がかかる。この問題に関しては**標本化定理**に基づいて標本化周波数を決定すればよい。標本化定理とは、**「信号に含まれる最高周波数**[3] f_h[Hz] **の 2 倍以上の周波数で標本化すればよい**[4]**、つまり標本化周波数を** f_s **とすると、**$f_s \geq 2f_h$ **を満たせばよい。」**というものである。この条件を満たさない標本化を行うと、低周波成分と高周波成分の見分けがつかなくなる**エイリアシング**が起る。

[1]本レジュメ、実験の内容に関する問合せは THAWONMAS(ruck@is.ritsumei.ac.jp) まで
[2]1 秒間に何回切り出したかを表す。単位は Hz。
[3]信号の変化に見られるゆっくりした変化と速い変化のうち、最も速い変化を表す成分。
[4]ここので「よい」という意味は、条件を満たせば元の情報が失われず復元できるという意味。

1.2　フーリエ変換

1.2.1　フーリエ級数展開

任意の周期信号はいろいろな周波数の三角関数の和として表せる。信号 $x(t)$ の周期が $T_{\mathrm{sig}}[\mathrm{s}]$（周波数 $f_{\mathrm{sig}} = 1/T_{\mathrm{sig}}[\mathrm{Hz}]$）の場合、その信号自身の周波数と整数倍の周波数 $f_{\mathrm{sig}}, 2f_{\mathrm{sig}}, 3f_{\mathrm{sig}}, \cdots$ で表現可能である。つまり

$$x(t) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) \tag{1}$$

と書ける。ここで、$a_0, a_1, a_2, \cdots$ と $b_1, b_2, \cdots$ は**フーリエ係数**と呼ばれる。a_0 は信号の直流成分、a_m と b_m はそれぞれ周波数 mf_{sig} の cos と sin 成分の振幅を表す。フーリエ係数は具体的には次の式によって決定される。

$$a_0 = \frac{1}{T_{\mathrm{sig}}} \int_0^{T_{\mathrm{sig}}} x(t) dt \tag{2}$$

$$a_m = \frac{2}{T_{\mathrm{sig}}} \int_0^{T_{\mathrm{sig}}} x(t) \cos(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) dt \tag{3}$$

$$b_m = \frac{2}{T_{\mathrm{sig}}} \int_0^{T_{\mathrm{sig}}} x(t) \sin(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) dt \tag{4}$$

1.2.2　パワースペクトル

信号に含まれる各周波数成分の振幅を表すフーリエ係数は、各周波数成分のパワー（エネルギー）に関係する。周波数 mf_{sig} の成分は cos 成分と sin 成分に含まれているが、三角関数の合成により、

$$a_m \cos(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) + b_m \sin(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) = A_m \cos(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t - \theta_m) \tag{5}$$

とまとめて表現できる。但し $A_m = \sqrt{a_m^2 + b_m^2}$。この周波数成分のエネルギーは振幅の二乗で表されるので、$A_m^2 = a_m^2 + b_m^2$ となる。周波数と各周波数のパワーとの関係をパワースペクトルと呼ぶ。**パワースペクトルが得られれば、どの周波数成分がどのくらいの強さで信号に含まれるかが分かり、周波数の観点から見た信号の特徴が得られる。**

1.2.3　フーリエ級数展開の複素表示

三角関数のオイラー表記 $\exp(\pm j\phi) = \cos(\phi) \pm j\sin(\phi)$ を用いると [5]、複素フーリエ係数 X_m は次のように簡潔に書ける（j は虚数単位）。

$$X_m = \frac{1}{T_{\mathrm{sig}}} \int_0^{T_{\mathrm{sig}}} x(t) \exp(-j 2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) dt \tag{6}$$

[5] $\exp(x) = e^x$

信号 $x(t)$ は複素フーリエ係数を用いて、

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m \mathrm{exp}(j2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) \tag{7}$$

と表現される。

1.2.4　フーリエ変換

　周期的な特徴を持たない信号の場合、フーリエ級数展開を拡張したフーリエ変換により信号を表現できる。フーリエ変換は、

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \mathrm{exp}(-j2\pi f t) dt \tag{8}$$

で定義される [6]。フーリエ級数展開では離散的な（$m = 0, 1, 2, \cdots$）フーリエ係数が得られたが、フーリエ変換は連続値 f の関数を与える。これは、「信号に周期性がない」 $\Longrightarrow$ 「周期 T_{sig} が発散（$T_{\mathrm{sig}} \to \infty$）」$\Longrightarrow$ 「基本周波数 $f_{\mathrm{sig}} \to 0$」 $\Longrightarrow$ 「$m f_{\mathrm{sig}}$ が連続値」、と考えてもよい。

　フーリエ変換が分かれば、元の信号は**フーリエ逆変換**

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \mathrm{exp}(j2\pi f t) df \tag{9}$$

で表せる。周波数 f が連続値になったことにより、級数表現から積分表現になっていることに注意。

　また、フーリエ変換についても、フーリエ級数展開と同様にパワースペクトル $|X(f)|^2$ を求めることができる。表現できる周波数により、フーリエ級数展開のパワースペクトルは離散的な**線スペクトル**であるのに対し、フーリエ変換のパワースペクトルは**連続スペクトル**になる。

1.3　デジタルデータのフーリエ変換

1.3.1　離散フーリエ変換（DFT）

　前節では時間 t、信号 $x(t)$ がともに連続値を持つときに適用できる解析法を述べたが、再びコンピュータを用いた解析に話を戻す。信号 $x(t)$ が時刻 $t = 0$ から $t = T$ までの間に N 回標本化された場合、

$$x_n = x(n\Delta t) \quad (n = 0, 1, \cdots, N-1) \tag{10}$$

の離散データ系列 [7] を得る（$\Delta t = T/(N-1)$）。この離散データ系列に対しては離散フーリエ変換（以下、DFT）を適用する。DFT は、

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \mathrm{exp}(-j\frac{2\pi n k}{N}) \tag{11}$$

[6] フーリエ変換 $X(f)$ は複素数値を取る。

[7] x_n は量子化済みとする。

と計算する。DFT がわかれば、元のデータ系列は

$$x_n = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp(j\frac{2\pi nk}{N}) \tag{12}$$

と表現できる [8]。上述の表記において、添字 n と k はそれぞれ時間領域と周波数領域の離散化を表している。

1.3.2　離散フーリエ変換の性質

計測時間 T を信号 $x(t)$ の最長周期とみなすので、最小の周波数（基本周波数）は、$1/T$ となる。よって周波数は、$1/T, 2/T, \cdots, k/T, \cdots, (N-1)/T$ で表現される。しかし、標本化周波数が $1/\Delta t = (N-1)/T$ となるので、標本化定理を満たす最高周波数は $k = N/2 - 1$ となる。つまり、実質有効なスペクトルは $X_k (k = 0, 1, \cdots, N/2 - 1)$ となる。

三角関数 $\exp(-j2\pi nk)$ の回転対称性から、次が導かれる。

- 周期性：$X_{N+k} = X_k$
- 対称性：$X_{N-k} = \overline{X_k}$[9]

これらから、$X_0, X_{N/2}$ の虚部は 0 となることがわかる。よって、離散フーリエ変換によって得られるスペクトルは次のようになる（上 2 行が有効なスペクトルになる）。

X_0	実数（信号の平均値）
$X_k \quad (k = 1, 2, \cdots, \frac{N}{2} - 1)$	複素数
$X_{N/2}$	実数
$X_k \quad (k = \frac{N}{2} + 1, \frac{N}{2} + 2, \cdots, N - 1)$	X_{N-k} と共役な複素数

また、DFT で解析するデータは $-\infty < t < \infty$ の一部分である $0 \leq t \leq T$ で計測された信号のデータである。この区間長が信号の周期と一致している場合には、この解析は良い結果を与えることができる。しかし、標本化した区間長が信号の周期と一致しない場合、あるいは、そもそも信号が周期的でない場合でも、$0 < t < T$ で得られた信号がこの区間の前後に反復していると仮定した解析法である。よって、こうしたデータを解析して得られる結果は、本来得るべき結果に誤差が含まれたものとなる。この誤差を小さくする方法はいくつか存在するが、ここでは割愛する。詳しくは後に挙げる参考書を参照すること。

[8] x_n と X_k のどちらを N で割るかは、文献によって異なる場合がある。
[9] $\overline{X}$ は複素数 X の複素共役を表す。

1.3.3　高速フーリエ変換（FFT）

データ数（サンプル数ともいう）が N である場合、DFT をまともに計算すると N^2 オーダーの計算量を必要とし、データ数の増加につれ急激に計算量が増える。この計算量を如何に減らすかという観点で考案されたのが高速フーリエ変換（以下、FFT）のアルゴリズムである。FFT の計算量は $N \log N$ となり、大幅に減少することがわかる [10]。FFT のアルゴリズムの詳細については省略するが、アルゴリズムの性質から、通常適用できるデータ数は 2 のベキ乗（$N = 2^r$）の形をとる必要がある。このため、2 のベキ乗に満たないデータ数のデータを扱うときは、データ系列の末尾に 0 を追加するなどしてデータ数を合わせて用いなければならない。

1.4　FFT による周波数分析の手順

計測データが、標本化、量子化を経てデジタルデータの形式になっているとする。実際にはより正確な解析結果を得る為に、

1. 平均値（信号の直流成分）を 0 とするデータ変換
2. トレンドの除去
3. 窓関数による処理

の手順を経る必要があるが、本実験では FFT のデータへの適用が本題であるため以下の手順から始めてよい。

1. **周波数分解能の設定**
   標本化間隔 Δt[s] とデータ数 N によって、信号の長さ $T = N\Delta t$[s] が決まる。この信号の長さ T は周波数の刻み幅 $1/T$[Hz] を決めるので、より小さい刻みで解析したい時、すなわち、より低い周波数成分で解析したい時には T（すなわち N）を大きくとる。
2. **データ数の調整**
   データ数 N を 2 のベキ乗にする。切り出した信号のデータ数が 2 のベキ乗に満たない場合には、値が 0 のデータを末尾に加える。
3. **FFT の適用と結果の取得**
   N 個のデータに対して、得られるスペクトルは $k = 0, 1, 2, \cdots, N/2 - 1$ の $N/2$ 個である。これらは周波数 $0, 1/T, 2/T, \cdots, (\frac{N}{2} - 1)/T$[Hz] に対応する。各周波数成分のもつエネルギー（パワー）を、スペクトルの絶対値（振幅）の二乗 $|X_k|^2$ により求める。スペクトル分析は周波数間の相対値が重要であるが、本課題では、Python の numpy.fft モジュールでの実装と同じように、振幅スペクトル及びパワースペクトルに対してそれぞれ N_o 及び N_o^2 で正規化する。ここで N_o はデータ数の調整を行う前の元々のデータ数を表す。

[10] $N = 256$ の時、$N^2 = 65536$、$N \log_2 N = 2048$

2　FFT ライブラリ

FFT のアルゴリズムをプログラミング言語（Python、C、FORTRAN）でコードしたプログラムはインターネット上でも数多く提供されている。こうしたプログラムを利用することは、プログラム開発効率の向上という利点がある。但し、プログラムの利用上の条件（著作権等）を必ず守らなければならない。

Python 言語で書かれた FFT のプログラムは通常 numpy.fft や scipy.fftpack といったモジュールが使われている。これらのモジュールは必ず仕様が説明されているので、正しく使用する為にはその仕様について理解すること。つまり、

- **関数に与える引数**
  関数に与える引数の意味とそのデータ型、順序
- **関数から得られる結果**
  関数での処理結果の意味とその結果の出力方法（関数の型、引数の渡し方とも関連）

については最低限理解する必要がある。

3　参考書

- **「ユーザーズ　ディジタル信号処理」江原義郎著、東京電機大学出版局**

- **「ディジタル信号処理の基礎」宇都宮孝一監修・兼田護著、森北出版**

付録１：北野先生の（旧カリ）信号処理概論の講義スライド

内容

- 計測データのディジタル変換
  （標本化、量子化、標本化定理、エイリアシング）
- 周期信号の解析
  （フーリエ級数、パワースペクトル）
- 一般的な信号の解析
  （フーリエ変換、フーリエ逆変換）
- ディジタルデータの解析
  （DFT、FFT）

計測データのディジタル変換

一般的には、

　計測されたデータ＝**アナログ**

一方、

　パソコンで扱うデータ＝**ディジタル**

※ アナログ ≒ 連続値、ディジタル ≒ 離散値

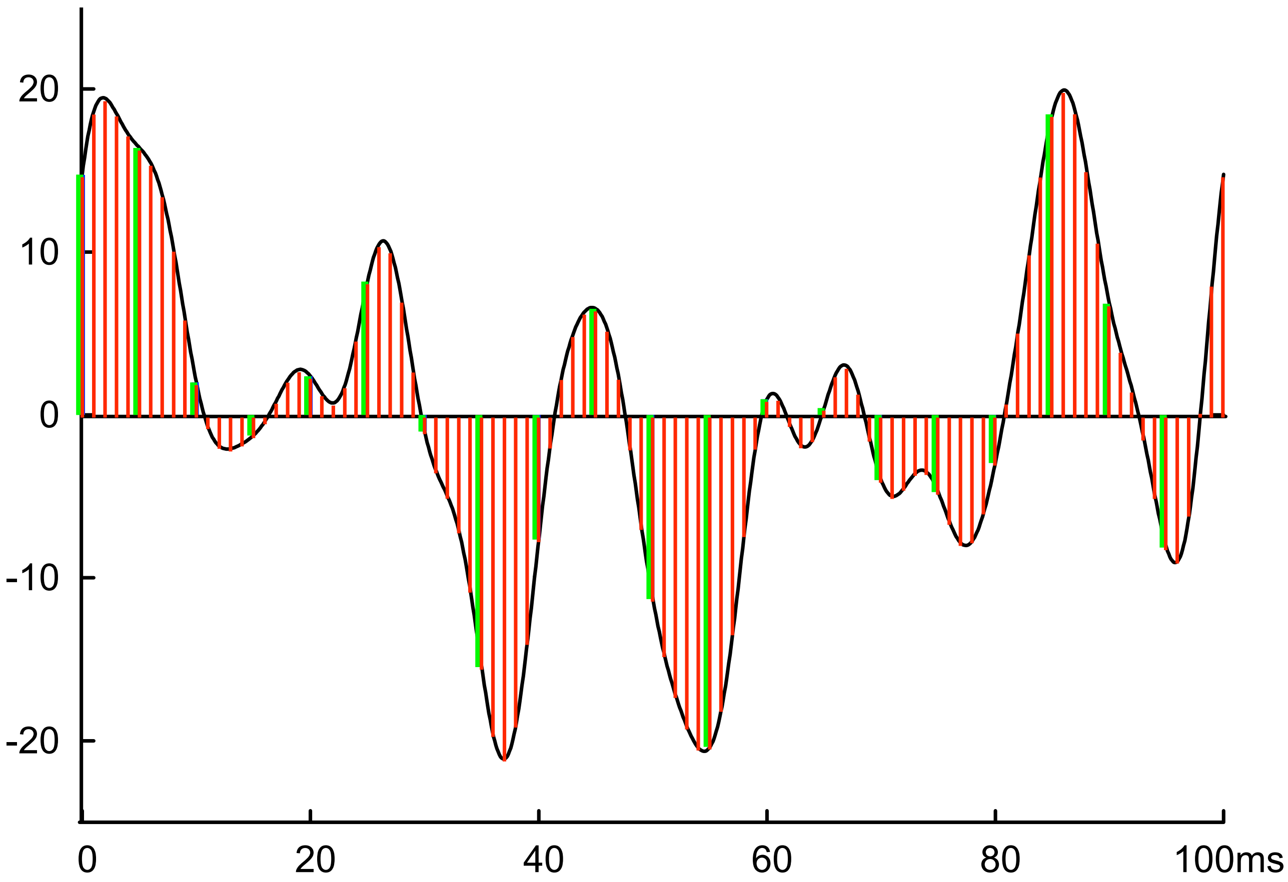
計測データをパソコンで解析する前に

　アナログ→ディジタル

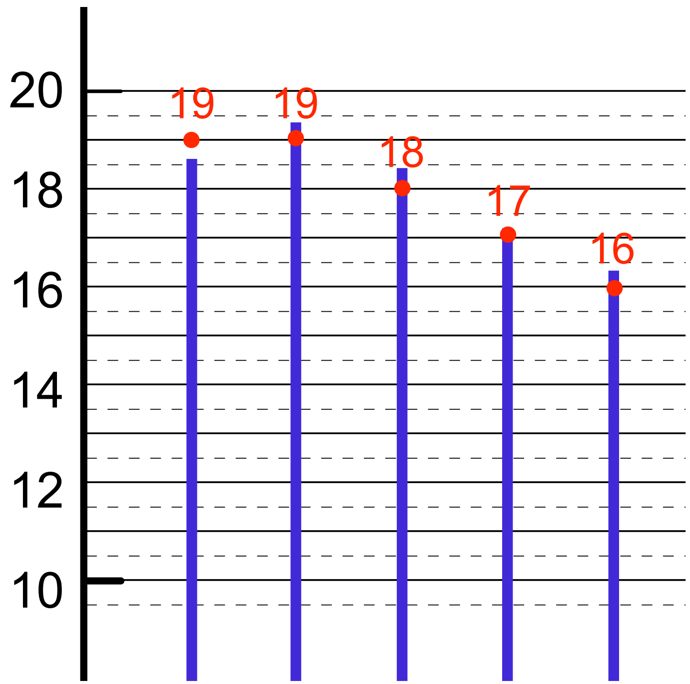
の変換（**AD変換**）が必要

上記の変換は、時間軸方向と信号振幅方向に対して行う必要がある

- **標本化**（時間方向の離散化）



- **量子化**（振幅方向の離散化）



真の値を量子化した値（ここでは整数値）に近似する

その差を**量子化誤差**という

- **標本化定理**

標本化の間隔を小 → データ量増大

信号に含まれる最高周波数 f_h (Hz) の２倍以上の周波数で標本化すればよい

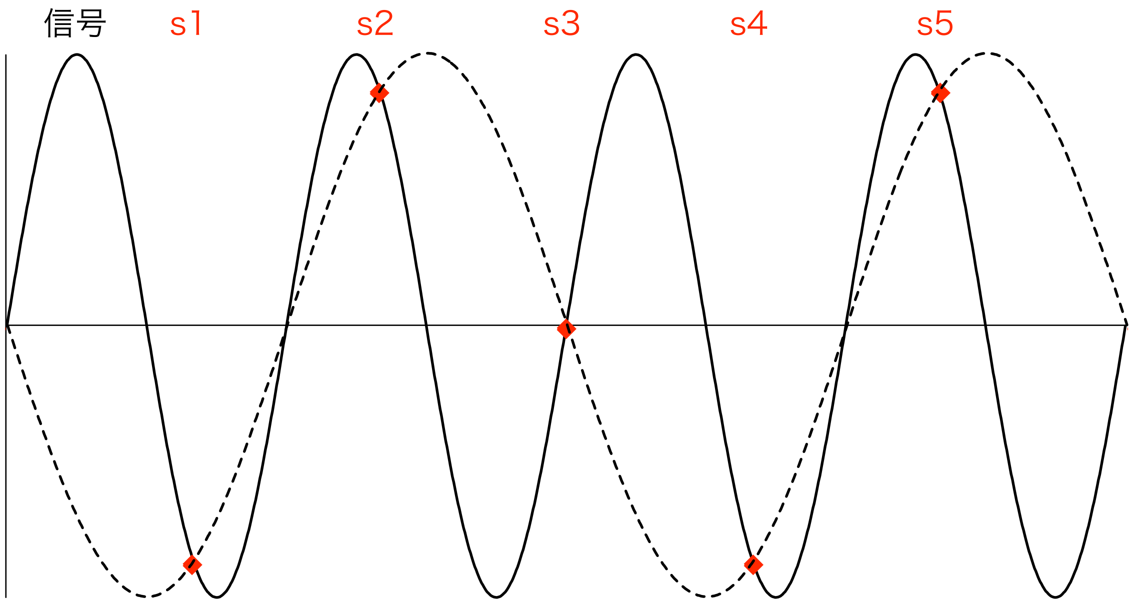
標本化周波数を f_s (Hz) とすると、$f_s \geqq 2f_h$

※ $2f_h$ を**ナイキスト周波数**という

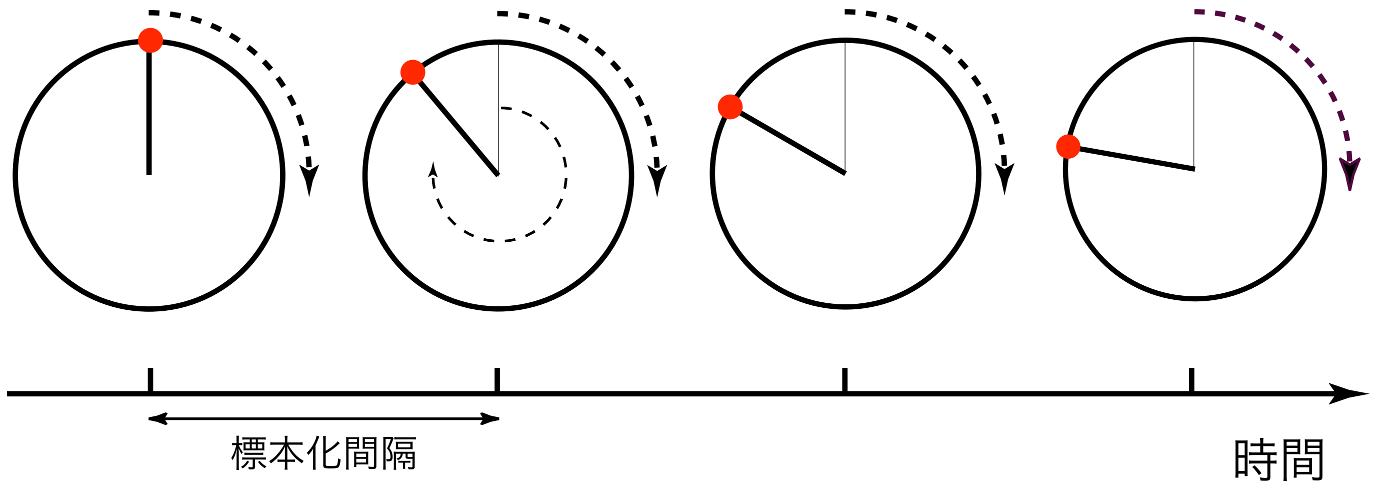
- **エイリアシング**

標本化が前述の条件を満たしていない

→高周波成分と低周波成分が見分けがつかない



エイリアシングの身近な例



周期信号の解析

- **フーリエ級数展開**

任意の周期信号はいろいろな周波数の三角関数の無限和として表せる

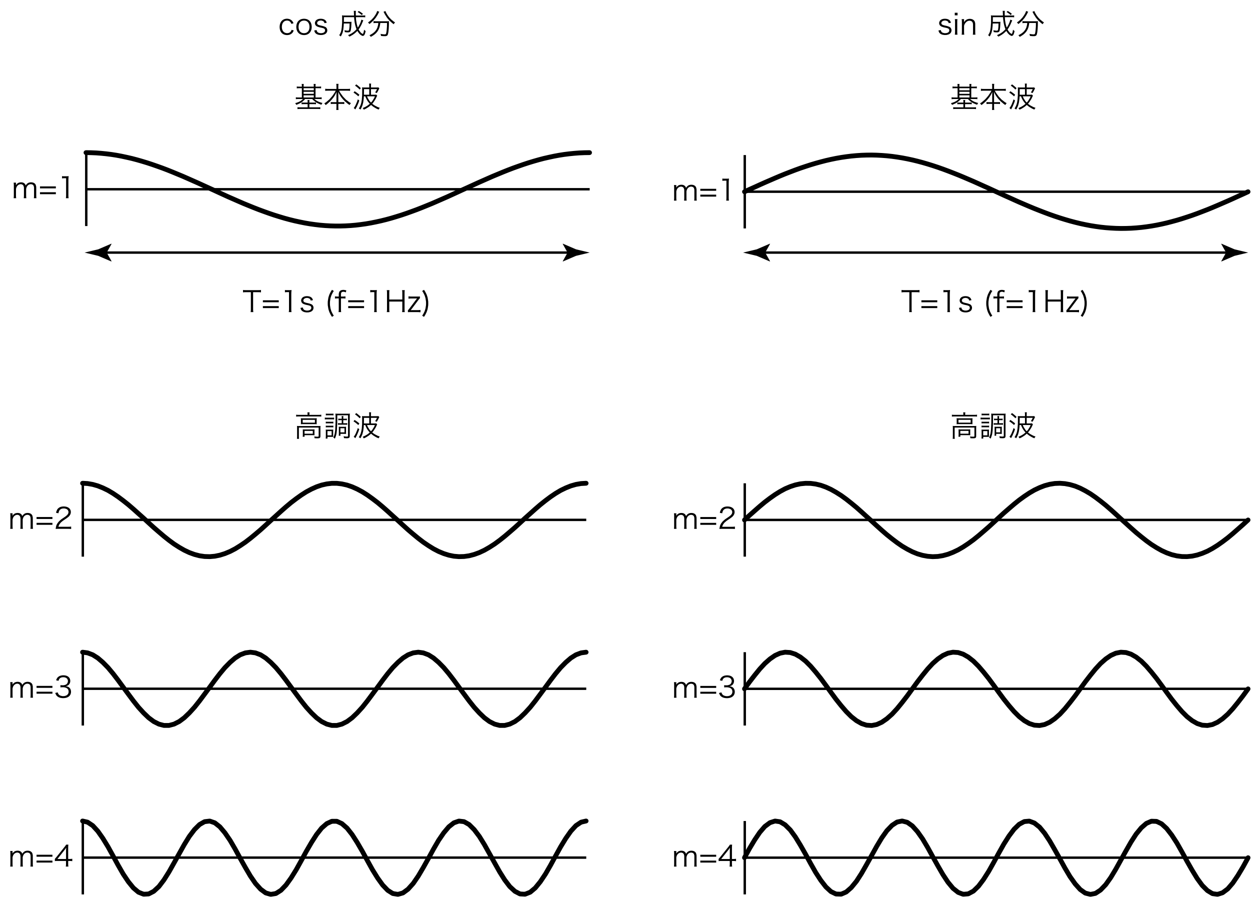
信号 $x(t)$ が周期 T_{sig} 秒（周波数 $f_{\mathrm{sig}}=1/T_{\mathrm{sig}}$ Hz）である場合、その信号自身の周波数と整数倍の周波数 $f_{\mathrm{sig}}, 2f_{\mathrm{sig}}, 3f_{\mathrm{sig}},$ ・・・で表現可能

$$
\begin{aligned}
x(t) \quad = \quad & a_0 + a_1\cos(2\pi f_{\mathrm{sig}}t) + a_2\cos(4\pi f_{\mathrm{sig}}t) + \cdots \\
& a_m\cos(2\pi m f_{\mathrm{sig}}t) + \cdots \\
& b_1\sin(2\pi f_{\mathrm{sig}}t) + b_2\sin(4\pi f_{\mathrm{sig}}t) \cdots \\
& b_m\sin(2\pi m f_{\mathrm{sig}}t) + \cdots
\end{aligned}
$$

sin(2p$f_{\mathrm{sig}}t$), cos(2p$f_{\mathrm{sig}}t$): 基本波成分、それ以外: 高調波成分
a_0: 直流成分、a_m, b_m: フーリエ係数、m: 整数

フーリエ係数 a_0 は信号の直流成分の平均を表し、a_m, b_m はそれぞれの周波数 mf_{sig} の sin, cos 成分の振幅を表す

例）基本波と高調波

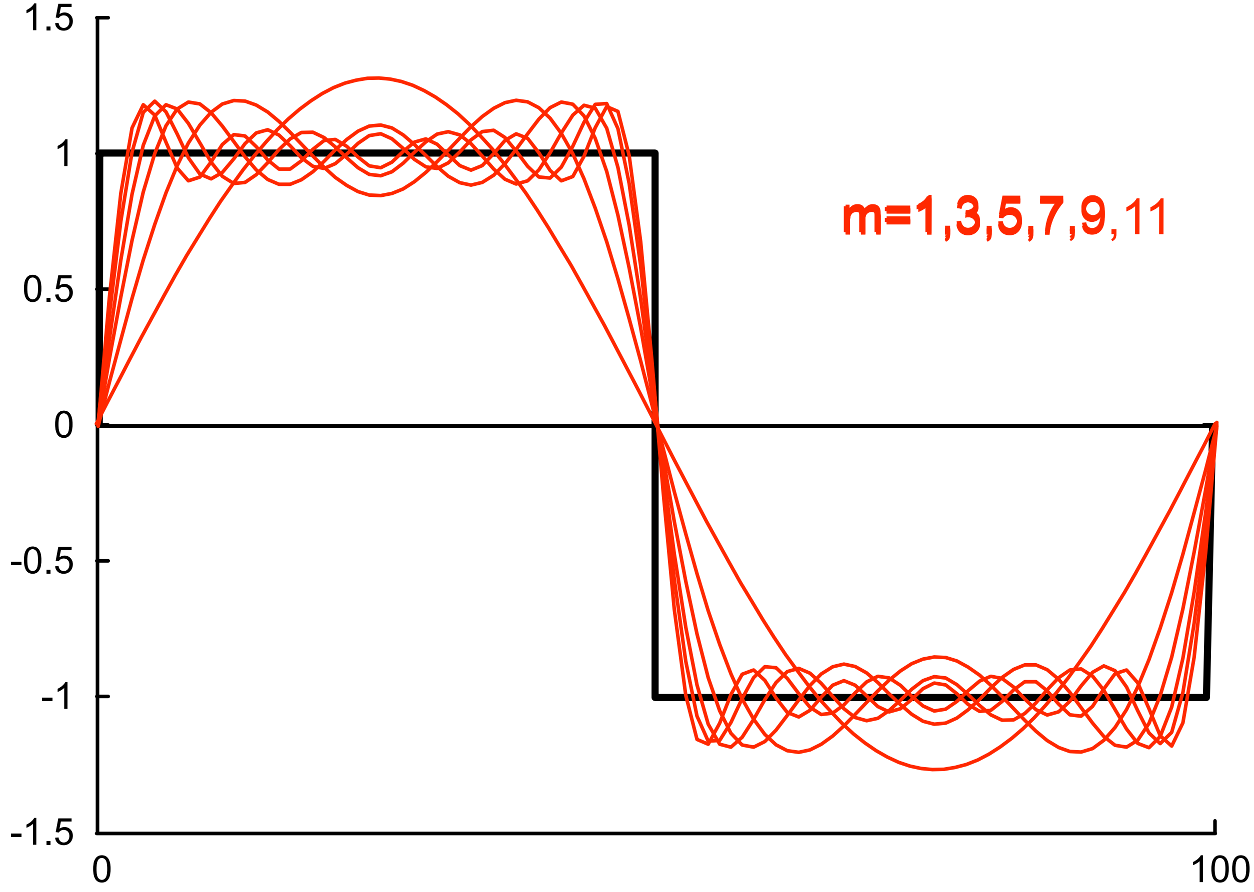

cos 成分
sin 成分
基本波
基本波
m=1
m=1
T=1s (f=1Hz)
T=1s (f=1Hz)
高調波
高調波
m=2
m=2
m=3
m=3
m=4
m=4

- フーリエ係数

周波数 mf_{sig} (m: 整数) の sin, cos 成分の振幅

$$
\begin{aligned}
a_0 &= \frac{1}{T_{\mathrm{sig}}}\int_0^{T_{\mathrm{sig}}} x(t)dt \\
a_m &= \frac{2}{T_{\mathrm{sig}}}\int_0^{T_{\mathrm{sig}}} x(t)\cos(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t)dt \\
b_m &= \frac{2}{T_{\mathrm{sig}}}\int_0^{T_{\mathrm{sig}}} x(t)\sin(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t)dt
\end{aligned}
$$

例）矩形波のフーリエ級数展開



- **パワースペクトル**

周波数と各周波数成分のパワーの関係

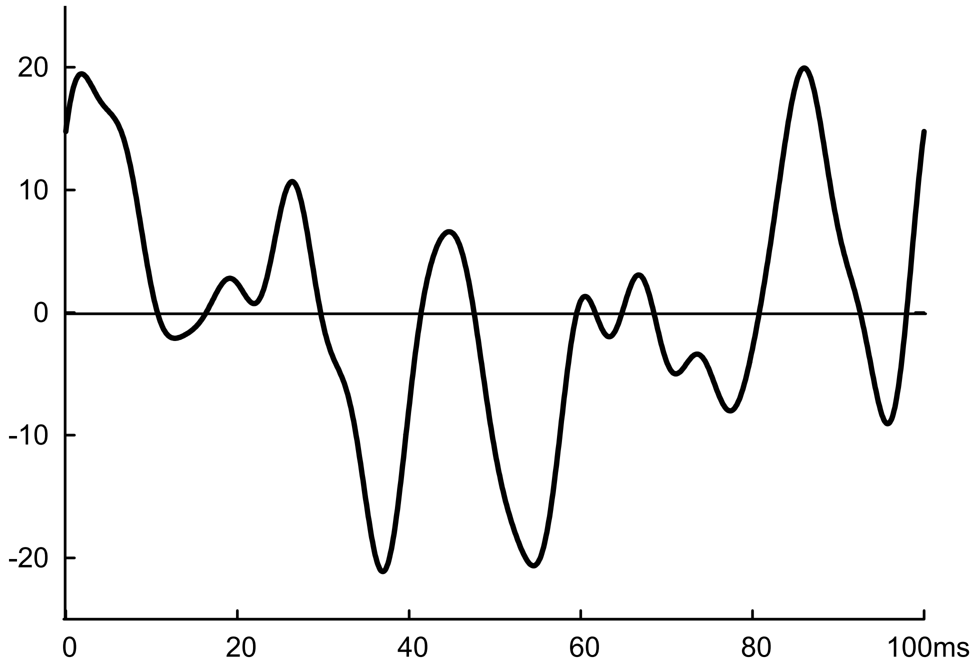
周波数 mf_{sig} の成分：

$$\begin{aligned} a_m \cos(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) &+ b_m \sin(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) \\ &= A_m \cos(2\pi m f_{\mathrm{sig}} t - \theta_m) \end{aligned}$$

但し、$A_m = \sqrt{a_m^2 + b_m^2}$ （※三角関数の合成）

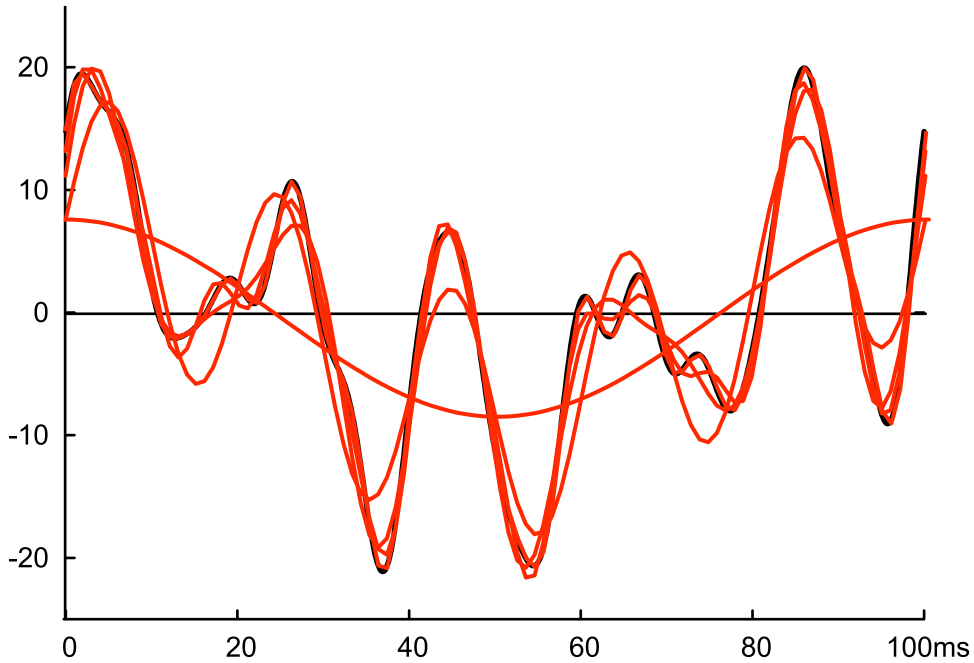
振幅の二乗：パワー(エネルギー) $A_m^2 = a_m^2 + b_m^2$

例）フーリエ級数展開とパワースペクトル



T_{sig}=100ms
(f_{sig}=10Hz)

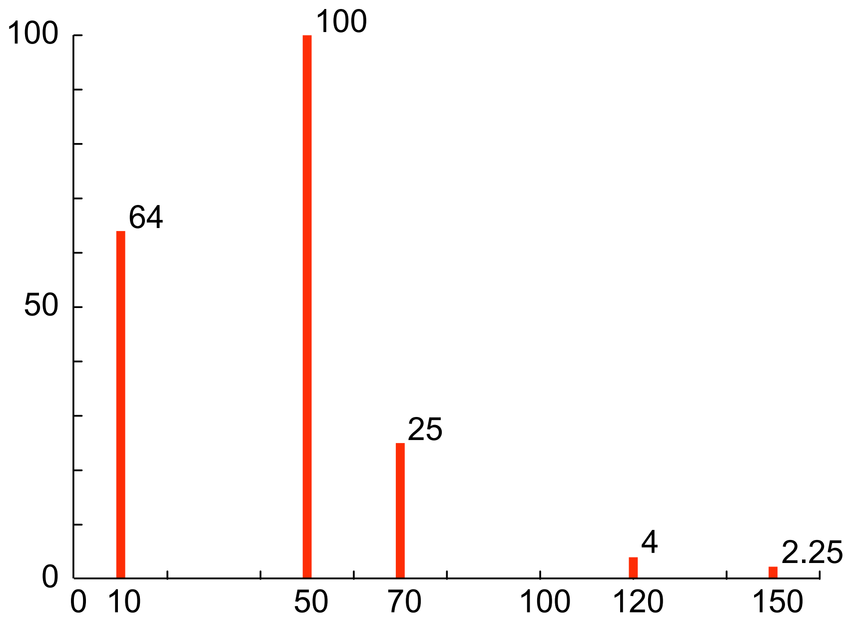
例）フーリエ級数展開とパワースペクトル



T_{sig}=100ms
(f_{sig}=10Hz)

$$x(t) \quad =$$

例）フーリエ級数展開とパワースペクトル



T_{sig}=100ms
(f_{sig}=10Hz)

$$
\begin{aligned}
x(t) \quad = \quad & 8\cos(2\pi f_{\mathrm{sig}}t - 0) + 10\cos(5 \cdot 2\pi f_{\mathrm{sig}}t - \pi/2) \\
& +5\cos(7 \cdot 2\pi f_{\mathrm{sig}}t - \pi/4) + 2\cos(12 \cdot 2\pi f_{\mathrm{sig}}t - \pi/6) \\
& +1.5\cos(15 \cdot 2\pi f_{\mathrm{sig}}t - 0)
\end{aligned}
$$

- フーリエ級数展開の複素表示

三角関数の複素表示

$$\exp(\pm j\phi) = \cos(\phi) \pm j\sin(\phi)$$

を導入すると、次のように簡潔に表現可能

$$X_m = \frac{1}{T_{\mathrm{sig}}} \int_0^{T_{\mathrm{sig}}} x(t)\exp(-j2\pi m f_{\mathrm{sig}} t) dt$$

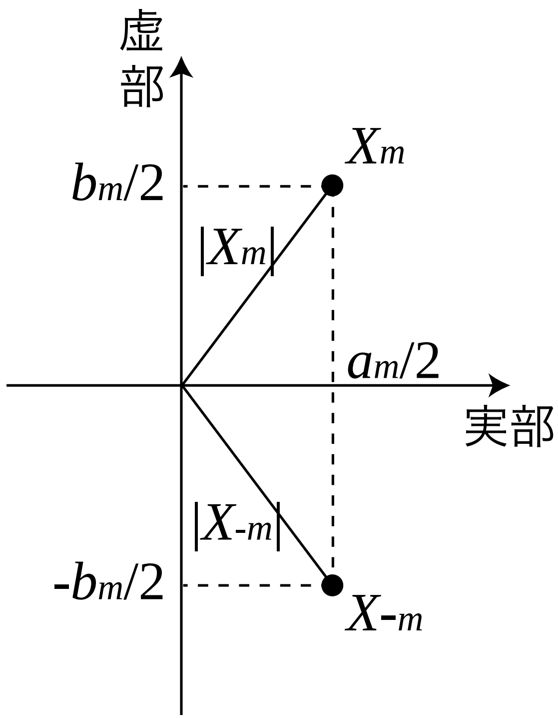
フーリエ係数から信号への復元は

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m \exp(j2\pi m f_{\mathrm{sig}} t)$$

- フーリエ級数展開の複素表示

フーリエ係数の関係式

$$
\begin{aligned}
X_0 &= a_0 \\
X_m &= \frac{a_m - jb_m}{2} \\
|X_m| &= \frac{\sqrt{a_m^2 + b_m^2}}{2} = \frac{A_m}{2} \\
&= |X_{-m}|
\end{aligned}
$$



一般的な信号の解析

- **フーリエ変換**

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\exp(-j2\pi ft)dt$$

	フーリエ級数	フーリエ変換
周波数表現	離散的	連続的

$f_{\mathrm{sig}} \to 0$ （あるいは$T_{\mathrm{sig}} \to \infty$）

※ 周波数の分解能が上がり連続値に漸近

- **フーリエ逆変換**

フーリエ変換が分かれば、フーリエ逆変換により元の信号を求めることが可能

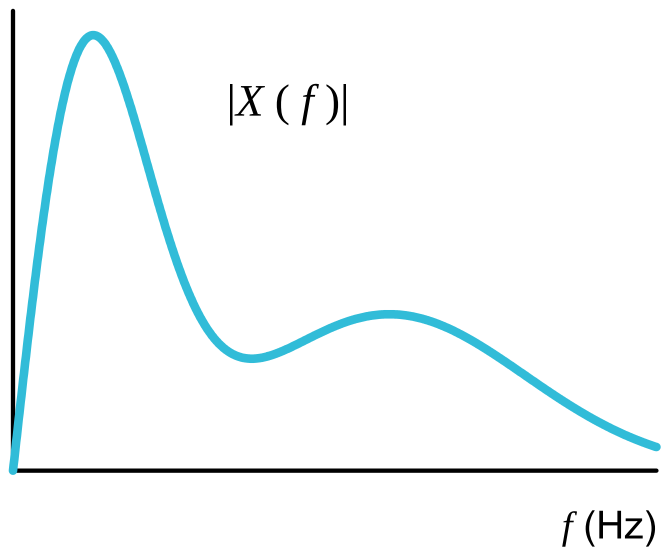
$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \exp(j2\pi f t) df$$

※ 周波数 f が連続量なので積分表示になる

※ 周期信号が三角関数の和で表せることに対応

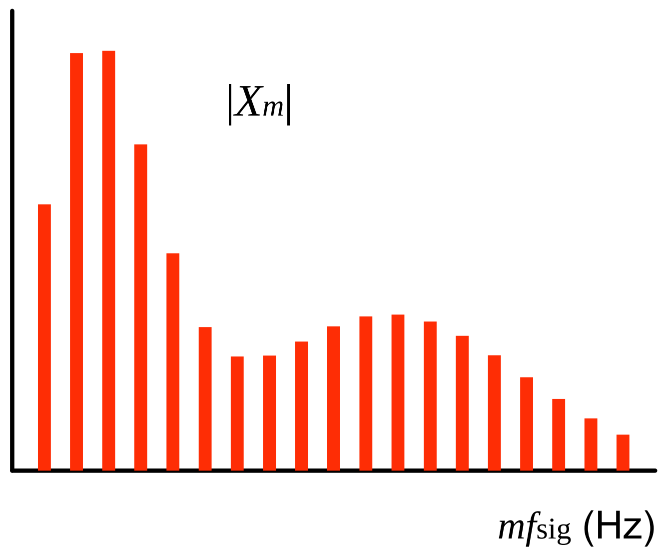
- フーリエ変換のパワースペクトル

フーリエ変換



連続スペクトル

フーリエ級数



線スペクトル

ディジタルデータの解析

- **離散フーリエ変換**（DFT）

離散データに対するフーリエ変換

信号 $x(t)$ が時間間隔 T に N 回標本化された時、

離散データ系列： $x_n = x(n\mathrm{D}t)\ \{n = 0, 1, ..., N\text{-}1\}$

を得る（但し $\mathrm{D}t \approx T/N$）

この時系列に対する離散フーリエ変換は

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-j\frac{2\pi nk}{N})$$

X_k から x_n を求める離散フーリエ逆変換は

$$x_n = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp(j\frac{2\pi nk}{N})$$

※時間の離散化 (n) と周波数の離散化 (k) に注意

- 離散フーリエ変換の周波数領域

計測時間 T が最長周期（周波数 $1/T = 1/N\Delta t$）

よって周波数は、$1/T, 2/T, \dots , k/T, \dots , (N\text{-}1)/T$

但し、標本化定理より最大周波数は $k=N/2\text{-}1$

※ $k=N/2, \dots , N\text{-}1$ には負の周波数が現れる

※ 周波数 k/T と $(N\text{-}k)/T$ は絶対値が同じ周波数

- 高速フーリエ変換（FFT）

DFTを効率良く計算するアルゴリズム

回転子 $W_N = \exp(-j2\pi/N)$ を定義すると

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} W_N^{nk} x_n$$

と書ける

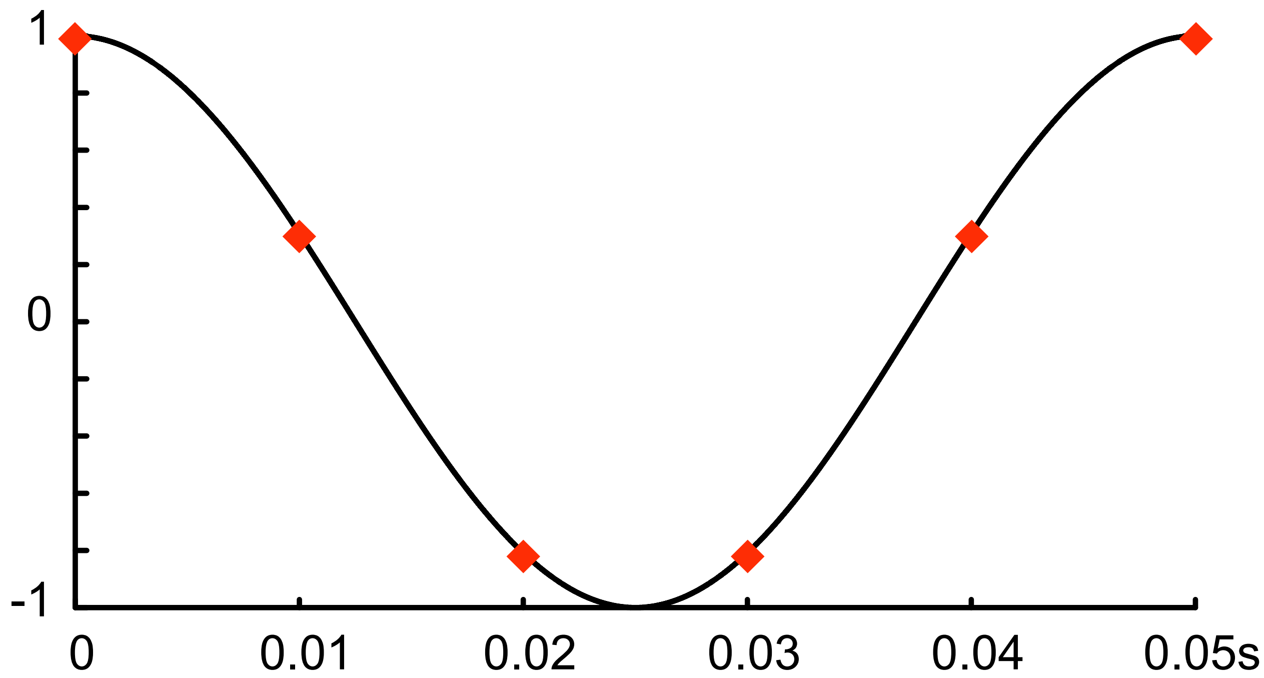
回転子の性質 ($W_N^m = W_N^{m \pm pN}$ 等)を用いて計算を簡略化できる

DFTの計算量：N^2 、FFTの計算量：$N \log N$

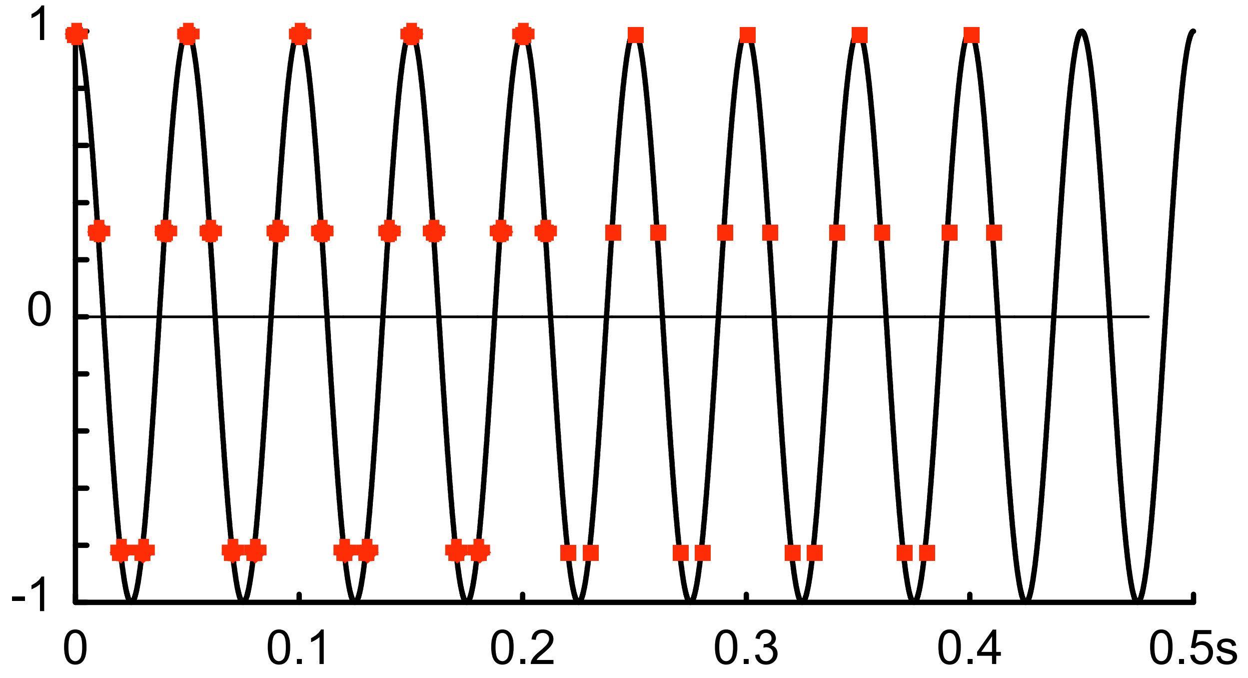
- スペクトルの誤差

例）信号 $\sin(2pft)$, f_{sig}=20HzのDFTを考える

標本化周波数 f_s=100Hz (Dt=0.01s)とする

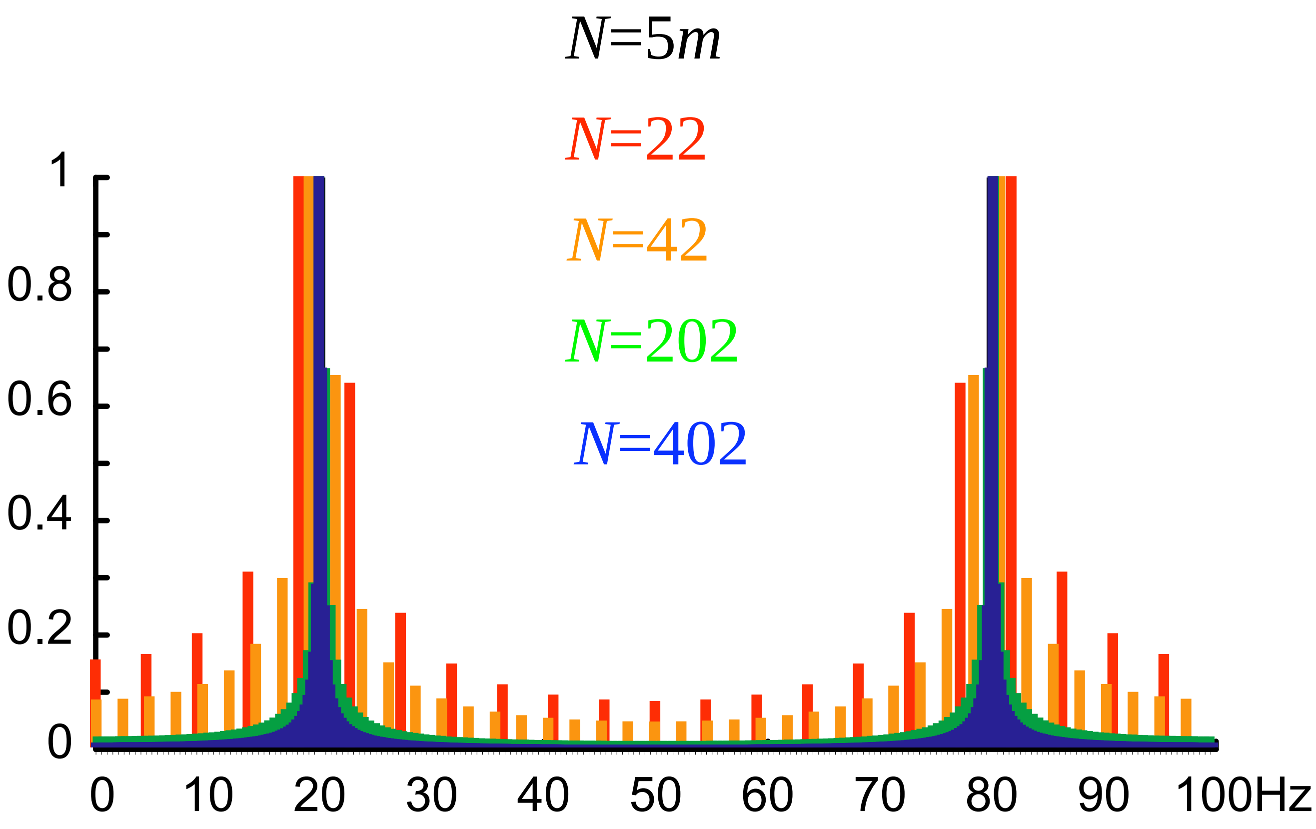


この標本化周波数で N 回標本化する（T=NDt）



N=20, 22, 42

振幅スペクトルは標本化回数で誤差が生じる



この誤差はどこから生じるか？

DFTでは波形が前後に繰り返し続くこと仮定
→信号周期とずれる間隔を標本化した場合、
　不連続点が生じる

誤差を回避するには？

- 出来るだけ長い時間計測
- **窓関数**でDFTの前処理を行う

付録２
信号処理課題の実技テスト（SAMPLE）

氏名：（記入せよ），学生番号：（記入せよ） ¶

ここでは，本実技テストのデータフォルダ ()において，各自の学籍番号（11桁）を20で割ったときの余りがn(0, 1, ..., 19)であるなら，そのn番目のデータ，つまりex2_n.datについて信号の時系列をプロット（縦軸のラベルを「Amplitude」，横軸のラベルを「 Time (s)」とする）した後，**片側パワースペクトル**を

1. numpy.fftによる手法
   及び
2. scipy.signal.periodogramによる手法

により求めてそれぞれプロット（縦軸のラベルを「Power」，横軸のラベルを「 Frequency (Hz)」とする）せよ．各プロットのためのPythonのコードをCodeセルに記入し，実行を行うこと．ただし，セルは必要に応じて追加可とする．

manaba+Rには，CC402のPCの作業フォルダ（`C:¥Users¥アカウント名¥Downloads`）にある，各セルの実行結果が表示されている状態の本ファイルの最終版(拡張子.ipynbのファイル)を提出せよ．

今回のデータは，ある信号を標本化周波数500Hz（＝標本化間隔2ms），計測時間10sとして記録したデジタルデータである． ファイルの形式は
6.439430
4.385341
0.760326
-3.819993
・
・
・
となっており，信号処理参考資料の(7)式の表記に従うと，
x_0
x_1
x_2
x_3
・
・
・
を意味する．

さて，当該データファイルのダウンロード，及び以下の２つのCodeセルを必ず実行してから，本実技テストを開始せよ

注意：実技テスト中は，本課題の参考資料（PDFファイル）及び各自がManaba+Rに提出した信号処理課題の実験資料（拡張子.ipynbのファイル）をダウンロードし，参考可とする． Manaba+R以外のウエブページの閲覧，または前記のデータファイル，参考資料ファイル及び実験資料ファイル以外のファイルのダウンロード，他の受講生とのやり取り，携帯，電子メール，並びにLINEやTwitterなどのSNSの使用を禁じる．

In [ ]:

```
%matplotlib inline
```

In [ ]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import signal
```

1. 信号の時系列のプロット

1.1. 横軸の幅を0s～10sとた場合

In [ ]:

```

```

1.2. 横軸の幅を他に指定した場合： F1Aグループは ?s～?s，F1Bグループは?s～?s，F2Aグループは?s～?s，F2Bグループは?s～?sとする．

In [ ]:

```

```

2. numpy.fft.fftによる片側パワースペクトルのプロット

2.1. 横軸の幅を0Hz～250Hzとした場合

In [ ]:

```

```

2.2. 横軸の幅を他に指定した場合： F1クラスは?Hz～?Hz，F2クラスは?Hz～?Hzとする．

In [ ]:

```

```

3. scipy.signal.periodogramによる片側パワースペクトルのプロット

3.1. 横軸の幅を0Hz～250Hzとした場合

In [ ]:

```

```

3.2. 横軸の幅を他に指定した場合： F1クラスは?Hz～?Hz，F2クラスは?Hz～?Hzとする.

In [ ]:

```

```

4. 発展課題

時間が余る場合，自分でいくつかの信号を生成し，生成した各信号に対してFFTを行い，その結果を標本定理（参考資料1.1節）などの観点で考察せよ.
備考：CodeセルまたはMarkdownセルを必要に応じて追加せよ.

In [ ]:

```

```

以上