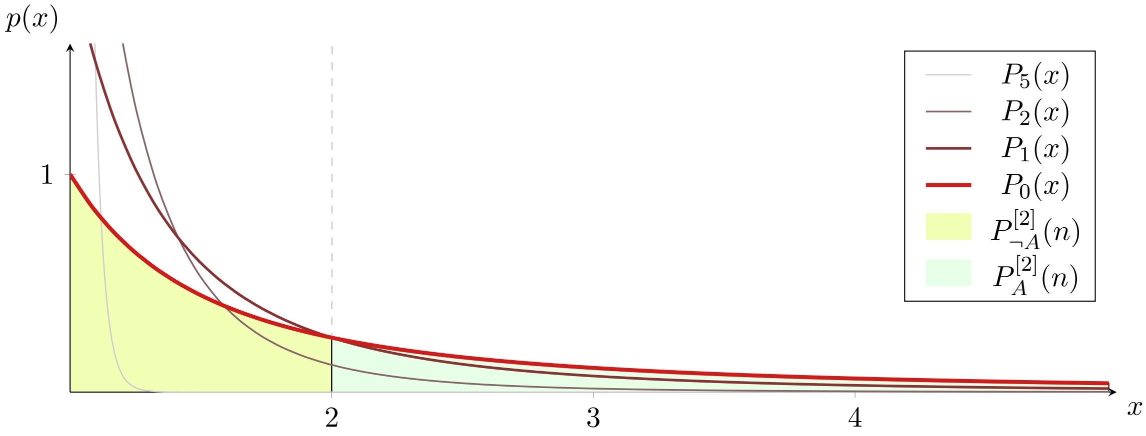
Convergent Probabilistic Sequences

Philip Geißler



Man definiere sich eine Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion $P_n(x)$, die über einen Parameter verändert werden kann, die folgenden Anforderung erfüllt und auf ihrem Definitionsbereich eine Einheitsfläche einschließe:

$$P_n(x) = \frac{2^n}{x^{2^n+1}} \qquad \int_1^\infty P_n(x)\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{x^{2^n}}\right]_1^\infty = 1 \qquad \mathrm{DB}\left(P_n(x)\right) = [1, \infty[$$

Darauffolgend verwende man durch Zweiteilung den Definitionsbereich von $P_n(x)$ zur Definition zweier Ereigniswahrscheinlichkeiten $P_A^{[q]}(n)$ sowie $P_{\neg A}^{[q]}(n)$ und bilde einen allgemeines Ereignismaß $P^{[p,q]}(n)$:

$$P_A^{[q]}(n) = \int_q^\infty P_n(x)\,\mathrm{d}x = q^{-(2^n)} \qquad P^{[p,q]}(n) = \int_p^q P_n(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\Rightarrow P_{\neg A}^{[q]}(n) = \int_1^q P_n(x)\,\mathrm{d}x = 1 - q^{-(2^n)}$$

Zusätzlich bilde man $\bigcap_{\neg A}^{[q]}(k)$ welches die Wahrscheinlichkeit für dauerhaftes Auftreten von $\neg A$ und damit für das Nichtauftreten von A angibt:

$$\begin{aligned}\Rightarrow \bigcap\nolimits_{\neg A}^{[q]}(k) = p(\neg A_k \wedge \neg A_{k+1} \wedge \cdots) &= \prod_{i=k}^{\infty} P_{\neg A}^{[q]}(i) = \prod_{i=k}^{\infty} 1 - q^{-(2^i)} \\ &> 0 \text{ mit } q > 1 \\ &= 1 \text{ mit } \lim_{k\to\infty}\end{aligned}$$

Nun kann eine statistische Folge $(x_n)_{n=0}^\infty$ auf Basis des Wahrscheinlichkeitsmaßes erstellt werden, deren Glieder eine (unterschiedliche) Wahrscheinlichkeitsverteilung für ihre Werte besitzen:

$$\text{Folge: } (x_n)_{n=0}^\infty \qquad x_n \in \mathrm{DB}(P_n(x)) : p(x_n \in [b, d]) = P^{[b,d]}(n)$$

TODO: ε-Umgebungskonvergenz anhand von $\bigcap_{\neg A}^{[q]}(k)$