

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE CONJUNTOS / I-2022

Andrés Villaveces

avillavecesn@unal.edu.co

EL CURSO

La teoría de conjuntos nació el 7 de diciembre de 1873 con una carta famosa de Cantor a Dedekind en la que demostró por contradicción que el conjunto de los números reales no es enumerable. Naturalmente, una declaración de “nacimiento de un área matemática” con fecha precisa es inusual. Pero lo que se abrió en ese momento fue **gigante**: todo el manejo del *infinito actual* en matemáticas. Ordinales, cardinales, axiomatizaciones, conexiones con otras áreas... En este curso estudiamos una introducción a las ideas *clásicas* de la teoría de conjuntos.

FORMA DE TRABAJO

- Aunque el curso es primordialmente **presencial**, tendremos algunas sesiones tele-presenciales. Estas serán anunciadas con anterioridad.
- Hay doce sesiones *magistrales* a cargo mío. Estas siguen los temas dados abajo. El resto de sesiones son **laboratorios** de estudio, a cargo de los estudiantes. Para cada laboratorio, los estudiantes deberán preparar material del libro y de ejercicios que daré con anterioridad. La *iniciativa* de temas será importante en estas sesiones.
- Tendremos dos exámenes parciales (50 minutos) y un examen final (100 minutos). El cálculo de la nota final sigue la fórmula $NF = 0,4 * \max(EP_1, EP_2) + 0,2 * \min(EP_1, EP_2) + 0,4 * EF$. **No habrá supletorios**: en caso de no presentar un parcial, se aplicará la fórmula alterna $NF = 0,4 * \max(E_1, E_2) + 0,6 * EF$.

SESIONES MAGISTRALES

- (1) Introducción breve. La carta de Cantor. La prueba diagonal (1). Axiomas de Zermelo-Fraenkel. Extensionalidad.
- (2) Funciones compatibles, familias, orden. Pares, Uniones, Comprensión.
- (3) Números naturales. Recursión. Axioma del Infinito.
- (4) Sucesiones. Inducción. Teoremas de Recursión para \mathbb{N} . Esquema Axiomático de Reemplazo.
- (5) Números enteros, racionales, reales. Producto cartesiano generalizado. Axioma de Elección.
- (6) Equipotencia y dominación. Cantor-Bernstein.
- (7) Conjuntos finitos, enumerables. Diagonalización.
- (8) Enumerabilidad y AE. Cardinales. Recursión transfinita.
- (9) Cardinales y ordinales. Aritmética ordinal y cardinal.
- (10) Cardinales y ordinales. Jerarquía acumulativa.
- (11) Cardinales, cofinalidad. Regularidad.
- (12) Lema de König. Teorema de Ramsey.

LIBROS

Libro texto: libro en preparación del curso *Introducción a la Teoría de Conjuntos*, Rodrigo De Castro, Andrés Villaveces (DCV) - otros libros importantes son *Jech-Hrbacek*, *Di Prisco*, etc.