

## Universidad Nacional de Colombia Departamento de Matemáticas

## Álgebra Abstracta y Computacional Taller Semana 1 (2022-II)

Drof	ا مُحمل	Ramírez											
FIOI.	JOSE L.	Nammez	 										

Los problemas que aparecen señalados con el símbolo Ddeben ser resueltos en *Mathematica*. Adicional al pdf de la tarea, deben adjuntar el archivo .nb con esas soluciones de Mathematica. No olvide que debe justificar cada una de sus respuestas.

1. (II)

- a) Determine las posiciones en la que aparece por primera vez los decimales consecutivos 2 0 2 2 en la expansión decimal de  $\pi$ .
- b) Realice un histograma de las frecuencias de los primeros  $10^5$  dígitos de  $\pi$ . Esto ejercicio está relacionado con un problema abierto de decidir si  $\pi$  es normal o no, es decir si los dígitos del 0 al 9 aparecen igualmente distribuidos.
- 2. ( $\square$ ) Utilice los comandos Nest y LinearRecurrence para crear dos funciones que generen el número de Fibonacci  $F_n$ . Compare el tiempo de dos ejecuciones de estas dos funciones para valores de n=10 a 1000, tomados de diez en diez. Muestre el análisis con una gráfica.
- 3. Considere la sucesión  $s_n$  y  $t_n$  definida recursivamente por

$$\begin{bmatrix} s_{n+1} \\ t_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_n \\ t_n \end{bmatrix},$$

para  $n \ge 1$ , con el valor inicial  $\begin{bmatrix} s_0 \\ t_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

- a) Encuentre el valor del límite lím $_{n\to\infty}$   $\frac{s_n}{t_n}$ . Este resultado le permitiría implementar un algoritmo para qué cosa.
- b)¿Cómo se puede generalizar el anterior resultado?
- 4. (Notación O grande) De una estimación en notación O para cada una de las siguientes funciones. Para cada función g(x) en su estimación O(g) de f use una función g que sea sencilla y del menor orden posible. Justificar la respuesta.
  - a)  $2n^2 + n^3 \log_2 n$ .

```
b) (n \log_2 n + 1)^2 + (\log_2 n + 1)(n^2 + 1).
```

- c)  $3n \log_2(n!) + (n^2 + 3) \log_2 n$ .
- 5. Determine el orden de los siguientes algoritmos. Escriba el detalle de su razonamiento.

## Algorithm 1 Algoritmo Ejercicio

```
Require: n \in \mathbb{Z}

1: procedure Algeber

2: for i := 1 to n do

3: for j := 1 to \lfloor (i+1)/2 \rfloor do

4: a := (n-i)(n-j)

5: end for

6: end for
```

## Algorithm 2 Algoritmo Ejercicio

```
Require: n \in \mathbb{Z}
```

7: end procedure

```
1: procedure ALGEJER2
2:
      for i := 1 to n do
3:
         for j := 1 to i do
             for k := 1 to j do
4:
                 x := i \cdot j \cdot k
5:
             end for
6:
7:
         end for
      end for
8:
9: end procedure
```