

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias–Departamento de Matemáticas

 **Programa Álgebra Abstracta y Computacional - G1 - Código 2026555**

Segundo Semestre de 2022

Profesor: José Luis Ramírez

Correo: jlramirezr@unal.edu.co

Oficina: 328 - Ed. Yu Takeuchi 404

Web Curso: <https://sites.google.com/site/cursosjoselramirez/>

Horario Curso: Lunes 7-9am; Miércoles 7-9am. Ed. 405 Salón: 310.

Horario Oficina: Lunes 10-11am; Miércoles 10-11am. Cita previa (por correo electrónico).

Distribución Tiempo-Créditos: 4 Créditos equivalentes a 4 horas de clase y 8 horas de trabajo extra clase a la semana.

1. Objetivos

El propósito de este curso es ofrecer al estudiante de ciencias de la computación y carreras afines algunas herramientas del álgebra abstracta y la teoría de números que les permita comprender de manera formal algunos temas propios de la computación simbólica o también llamada álgebra computacional. En particular, se estudiarán los fundamentos matemáticos para la implementación y aplicación de algoritmos que manipulan de manera simbólica números enteros, polinomios en una y varias variables, sistemas polinomiales de ecuaciones, entre otros. Parte del curso se desarrollará con el soporte de paquetes del software *Mathematica*[®].

2. Contenidos

Introducción.

Tema 1: Aritmética de los Enteros y Dominios de Integridad.

1.1 Anillos de enteros y complejidad de las operaciones básicas. 1.2. Algoritmo de Karatsuba 1.3. Teorema Fundamental de la Aritmética y algunas implicaciones. 1.4 Teorema Chino del Residuo (Algoritmo de Garner) 1.5 Fracciones continuas. 1.6. Dominios de integridad. 1.7. Divisibilidad y factorización en dominios de integridad. 1.8 Algoritmo de Euclides en dominios euclidianos.

Tema 2: Aritmética de los Polinomios.

2.1 Dominio de polinomios en una variable y algoritmos para las operaciones básicas. 2.2 Algoritmo de Karatsuba. 2.3 Transformada rápida de Fourier. 2.4. Transformada inversa de Fourier. 2.5 Raíces primitivas de la unidad y multiplicación rápida de polinomios.

Tema 3: Introducción a la Factorización de Polinomios.

3.1 Polinomios irreducibles. 3.2 Polinomios irreducibles en $\mathbb{Q}[x]$. 3.3 Polinomios ciclotómicos. 3.4 Factorización de Schubert-Kronecker. 3.5. Factorización libre de cuadrados. 3.5 Factorización de Roundabout. 3.6 Factorización en $\mathbb{Z}_p[x]$.

Tema 4: Sistemas de Ecuaciones Polinomiales.

4.1. Resultantes y discriminantes. 4.2 Introducción a las Bases de Gröbner. 4.3 Ordenes monomiales. 4.4. División generalizada de polinomios. 4.5 Bases de Gröbner y algoritmo de Buchberger. 4.6 Aplicaciones de las bases de Gröbner.

Tema 5*: Series Formales y Funciones Holonómicas.

3. Metodología

Dos clases semanales magistrales con explicaciones, ilustraciones y propuestas de ejercicios y problemas por parte del profesor, con la participación activa de los estudiantes. Se dejarán talleres que el estudiante debe realizar en grupos de trabajo fuera de clase para generar luego discusiones en torno a los temas trabajados. Los talleres tendrán dos componentes: 1) Una parte teórica que busca reforzar los temas trabajados en clase 2) Una parte práctica en la que se busca que el estudiante implemente algunos de los algoritmos vistos en clase.

4. Evaluación

Tres evaluaciones parciales (igual valor para todas las pruebas) con un porcentaje total del 60 %. El 40 % restante será evaluado con tareas en grupos de máximo tres estudiantes.

5. Bibliografía

- D. A. Cox, J. Little, D. O'Shea. Ideals, Varieties, and Algorithms. An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra. Cuarta edición. Springer 2015.
- J. von zur Gathen, J. Gerhard, Modern Computer Algebra. Cambridge University Press 3rd Edition, 2013.
- K.O. Geddes, S. R. Czapor, G. Labahn. Algorithms for Computer Algebra. Kluwer Academic Publisher, 1992.
- W. Koepf. Hypergeometric Summation. An Algorithmic Approach to Summation and Special Function Identities. Universitext Springer 2014.
- W. Koepf. Computer Algebra. An Algorithm-Oriented Introduction, Springer 2021.
- E. A. Lamagna. Computer Algebra. Concepts and Techniques. CRC Press 2019.
- N. Lauritzen. Concrete Abstract Algebra. From Numbers to Gröbner Bases, Cambridge University Press, 2003.
- A. Machí. Algebra for Symbolic Computation. Springer-Verlag, 2012.
- P. Wellin. Essentials of Programming in Mathematica. Cambridge University Press, 2016.

Los textos de la bibliografía abarcan buena parte de los temas del curso, el estudiante puede complementar con textos adicionales en cada tema particular. Durante el curso se dará bibliografía complementaria.

6. Consideraciones adicionales

Estimado Estudiante, lo invitamos a tener en cuenta:

1. Es fundamental conocer y reflexionar sobre la normatividad establecida por la Universidad, especialmente:
 - a) El Acuerdo 008 de 2008 del Consejo Superior Universitario “Por el cual se adopta el Estatuto Estudiantil de la Universidad Nacional de Colombia en sus disposiciones Académicas”: http://www.legal.unal.edu.co/rlunal/home/doc.jsp?d_i=34983
 - b) El Acuerdo 044 de 2009 del Consejo Superior Universitario “Por el cual se adopta el Estatuto Estudiantil de la Universidad Nacional de Colombia en sus disposiciones de Bienestar y Convivencia”: http://www.legal.unal.edu.co/rlunal/home/doc.jsp?d_i=37192

2. Procurar una buena gestión del tiempo, para hacer los trabajos propuestos y preparar las evaluaciones con suficiente anticipación, de acuerdo a las indicaciones dadas por el profesor.
3. Concientizarse de su responsabilidad en su propio aprendizaje y actuar en coherencia con sus decisiones, esforzándose por cumplir los objetivos de su Plan de Estudios.
4. Colaborar con el profesor en las actividades propuestas para el desarrollo de las clases, y fomentar actitudes de respeto y honradez con profesores y compañeros.

Somos conscientes de que, dada la situación que estamos viviendo, la comunicación por medio de las vías electrónicas se hace necesaria. Pero más allá de esto, consideramos necesario resaltar que es importante hacer uso responsable de las vías electrónicas de comunicación entre la comunidad universitaria.