

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE CONJUNTOS / I-2022

Andrés Villaveces

Guía de estudio / Parcial 1

Este próximo **jueves 21 de abril** tendremos nuestro Parcial 1, en el salón de clase. He aquí algunos puntos importantes (generales) a tener en cuenta.

- El parcial está diseñado para 50 minutos. No habrá tiempo extra. Si por alguna razón no lo puedes presentar, recuerda que no hay supletorio, pero se aplica la fórmula alterna $NF = 0,4 * \max(E_1, E_2) + 0,6 * EF$, en lugar de la usual $NF = 0,4 * \max(EP_1, EP_2) + 0,2 * \min(EP_1, EP_2) + 0,4 * EF$.
- Este parcial será de **libro cerrado**. No podrás tener sobre la mesa nada distinto de hojas de examen y lápices/bolígrafos. Deberás apagar celular y todo tipo de aparato electrónico.
- Conviene que mientras empezamos ustedes organicen el salón para no perder tiempo del parcial: mover pupitres para que queden a buena distancia unos de otros, y naturalmente formando filas bien definidas.

1. LISTA DE TEMAS / EJEMPLOS PARA ESTUDIAR

Estos son los temas que debes preparar para el examen:

- Conocimiento general: preguntas de V/F - conocimiento general del tema (axiomas y su interpretación, los detalles vistos en clase de historia de la teoría de conjuntos, propiedades de órdenes [densidad, cotas superiores e inferiores, etc.], caracterización de $(\omega, <)$, $(\mathbb{Z}, <)$, $(\mathbb{Q}, <)$ como conjuntos ordenados, problemática de la hipótesis del continuo, ordinales [los vistos hasta ahora], suma, multiplicación y exponenciación ordinal, etc.).
- Axiomas de ZF: habrá una pregunta sobre un *modelo abstracto* (A, E) y cuáles axiomas valen cuando interpretamos E como la pertenencia en A . *Ejemplo*: ¿Cuáles axiomas de ZF valen en $(\{a, b, c\}, R)$, con $R = \{(a, b), (b, c), (c, a)\}$? ¿Cuáles valen en (ω, ϵ) ? ¿Y en $(\omega, >)$?
- Construcción detallada a partir de los axiomas: habrá una pregunta que pedirá dar una construcción de un conjunto **con todos los detalles** a partir de los axiomas. *Ejemplo*: construir el racional $\frac{3}{4}$.
- Juego de Ehrenfeucht-Fraïssé: muy posiblemente, habrá una comparación de estructuras mediante el juego de EF (\forall belardo, \exists loísa, etc.). *Ejemplo*: describir exactamente en cuántas jugadas \forall belardo gana en el juego de EF entre $(\omega + \omega, <)$ y $(\omega + \omega + \omega, <)$ o entre $(\mathbb{Q}, <)$ y $(\mathbb{Z}, <)$. Más difícil: ver por qué \exists loísa gana en el juego de EF entre $(\mathbb{Z}^{\mathbb{N}}, <_{\text{lex}})$ y $(\mathbb{Q}, <)$.
- Órdenes: muy posiblemente, habrá un punto de cálculo de propiedades de ordenes (total o no, denso o no, completo o no, discreto o no).
- Jerarquía de von Neumann: muy posiblemente, habrá un punto de estructura de los niveles V_α , y de ubicación de un conjunto en esa jerarquía.
- Aritmética cardinal y ordinal: habrá un punto de cálculo de aritmética ordinal, y muy posiblemente un poco de aritmética cardinal.