МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1
по дисциплине «Анализ, моделирование и оптимизация систем»
Тема: Моделирование и исследование случайных величин и последовательностей

Студент гр. 1310	__________________	Комаров Д.Е.
Преподаватель	__________________	Мандрикова Б.С.

Санкт-Петербург
2025

Цель работы

Целью работы является напоминание свойств и способа построения случайной величины, освоение ее моделирования.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

1) рассмотреть способ построения функции над заданной случайной величиной, для получения заданной случайной величины;

2) смоделировать этот процесс;

3) оценить результаты.

Постановка задачи

Пользуясь датчиками, генерирующими последовательность случайных чисел, распределенных по равномерному закону, смоделировать:

1) случайную величину, распределенную по равномерному случайному закону на интервале [0; α], где α — заданный параметр;

2) случайную величину, распределенную по показательному закону с параметром

3) случайную величину, распределенную по треугольному закону с параметрами (*a* = 0; *b* = 0; *c* = a), где a — заданный параметр.

У полученных случайных величин построить гистограммы, рассчитать математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 5: α=70, λ=1/180, a=90.

Выполнение работы

Первым моделируемым распределением будет равномерное с ФРВ

$$F(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ \frac{x}{70}, 0 \le x \le 70. \\ 1, x > 70 \end{cases}$$

Математическое ожидание его может быть вычислено как

$$M(x) = \frac{70+0}{2} = 35,$$

а среднеквадратичное отклонение будет

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{70^2}{12}} = 20.21 \, .$$

Для моделирования распределения напишем код на языке GPS:

```
SIMULATE
GENERATE 1
E1 FVARIABLE (RN1#70/999)
TAB1 TABLE V$E1,10,10,7
TABULATE TAB1
TERMINATE 1
START 100
```

Проведем моделирование на 100, 1000 и 1000 прогонах. Результаты вычислений математического ожидание и среднеквадратичного отклонения для каждого из моделирований представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты моделирования равномерного распределения

	Теоретическое значение	100 прогонов	1000 прогонов	10000 прогонов
математическое ожидание	35	36.11	35.04	35.01
среднеквадратичное отклонение	20.21	19.30	20.84	20.31

На рисунке 1 представлена гистограмма модели при 100 прогонах

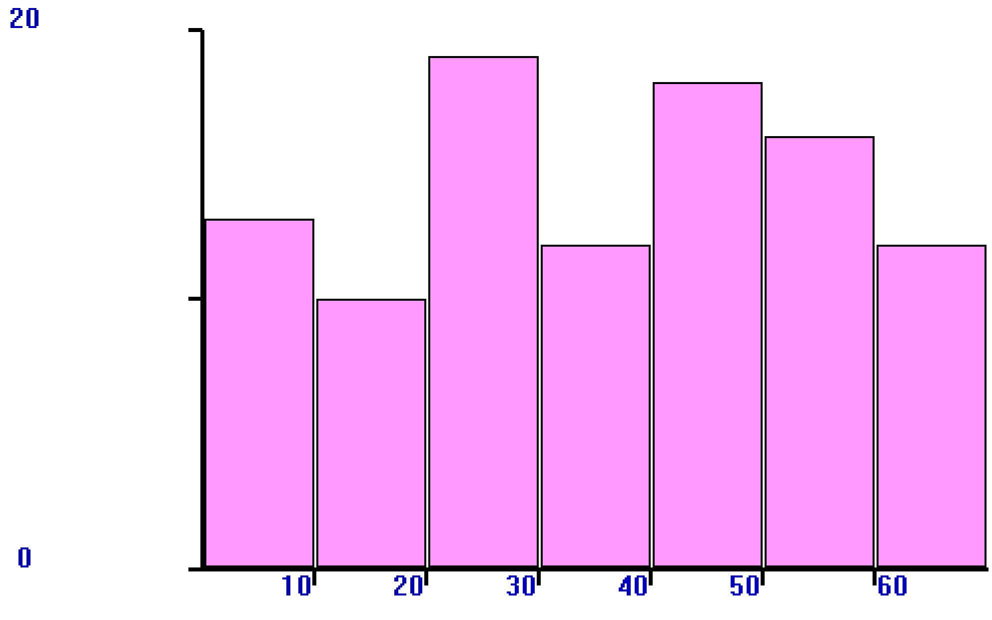

Рисунок 1 – Гистограмма модели при 100 прогонах

На рисунке 2 представлена гистограмма модели при 1000 прогонах

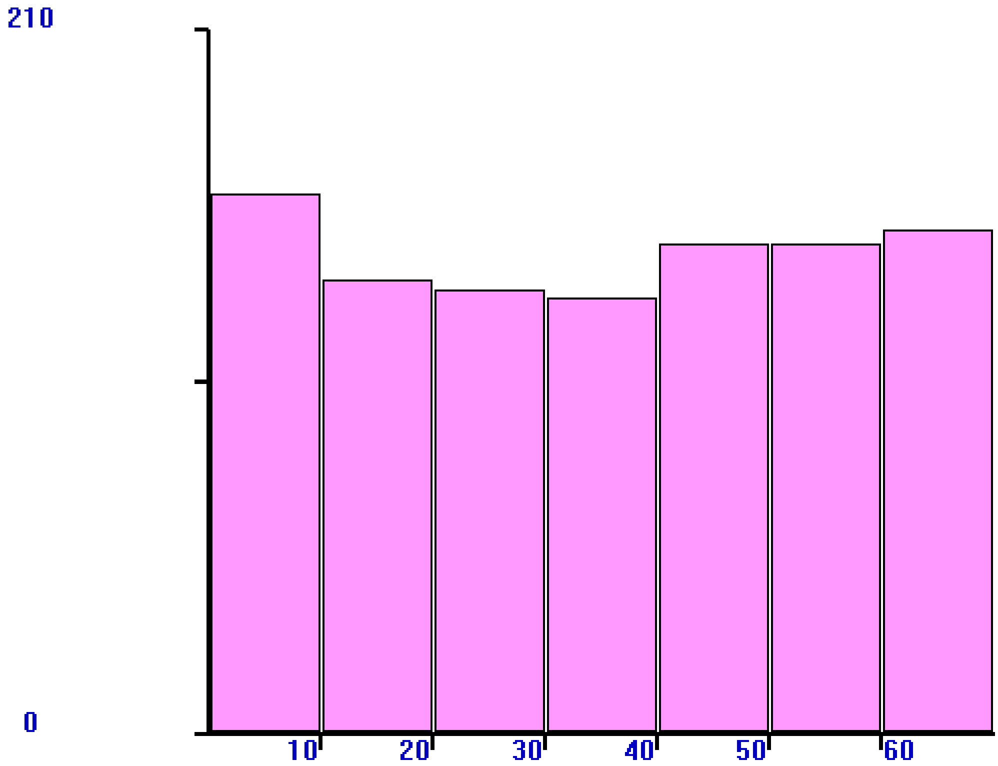

Рисунок 2 – Гистограмма модели при 1000 прогонах

На рисунке 3 представлена гистограмма модели при 10000 прогонах

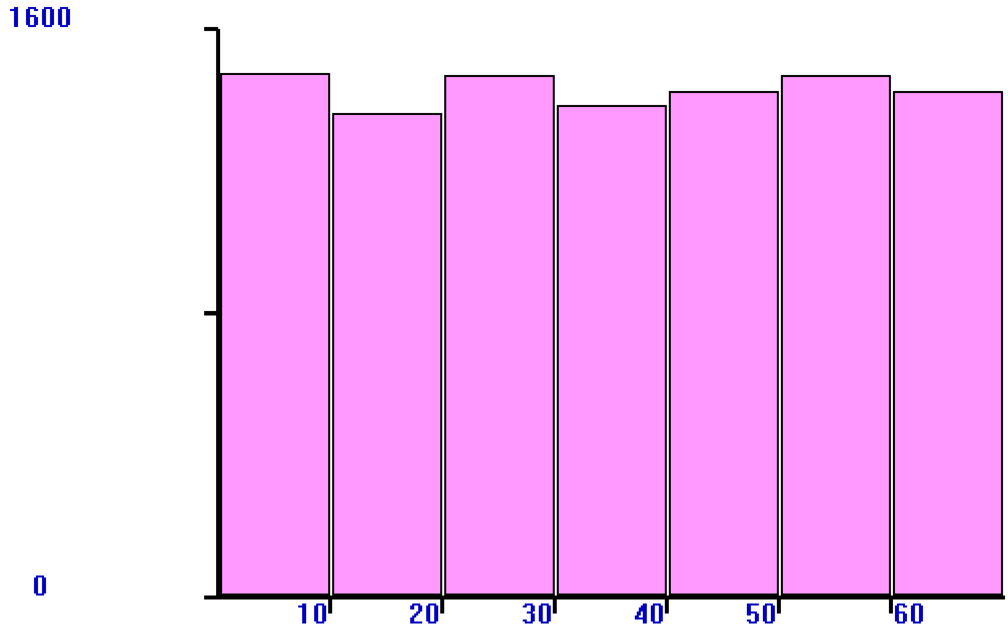

Рисунок 3 – Гистограмма модели при 10000 прогонах

Вторым моделируемым распределением будет показательное с ФРВ

$$F(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{x}{180}}, x \geq 0 \end{cases}.$$

Математическое ожидание его может быть вычислено как

$$M(x) = \frac{1}{1/180} = 180,$$

а среднеквадратичное отклонение будет

$$\sigma(x) = \frac{1}{1/180} = 180.$$

Для моделирования данного распределения воспользуемся методом обратных функций. Тогда для получения реализаций случайной величины, распределённой по показательному закону, будет использоваться формула

$$x = -180\ln(1 - y),$$

где y – случайная величина, распределенная равномерно на промежутке [0;1].

Для моделирования распределения напишем код на языке GPS:

```
SIMULATE
GENERATE 1
E1 FVARIABLE -180#LOG(1-RN1/1000)
TAB1 TABLE V$E1,100,100,15
TABULATE TAB1
TERMINATE 1
START 1000
```

Проведем моделирование на 100, 1000 и 1000 прогонах. Результаты вычислений математического ожидание и среднеквадратичного отклонения для каждого из моделирований представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты моделирования показательного распределения

	Теоретическое значение	100 прогонов	1000 прогонов	10000 прогонов
математическое ожидание	180	190.98	183.18	181.03
среднеквадратичное отклонение	180	211.59	186.19	183.79

На рисунке 4 представлена гистограмма модели при 100 прогонах

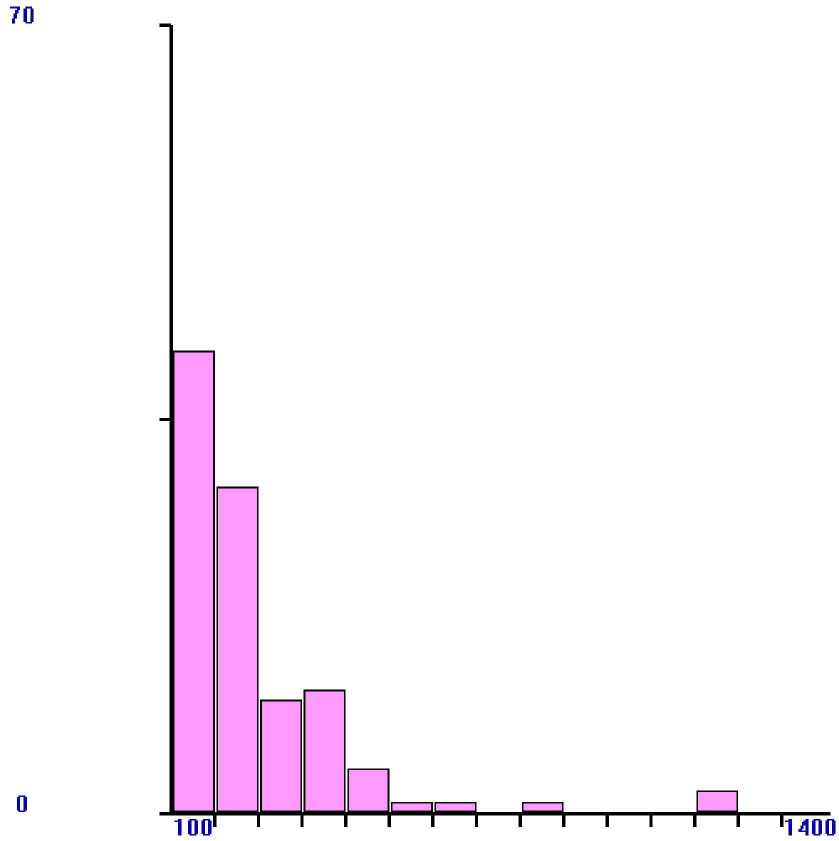

Рисунок 4 – Гистограмма модели при 100 прогонах

На рисунке 5 представлена гистограмма модели при 1000 прогонах

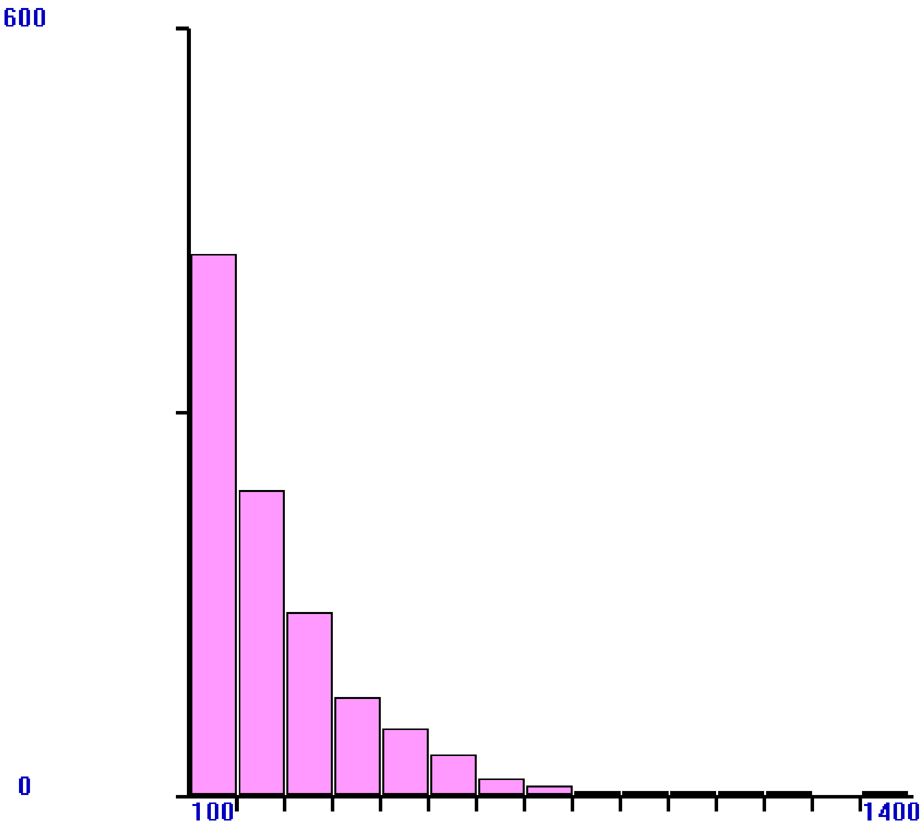

Рисунок 5 – Гистограмма модели при 1000 прогонах

На рисунке 6 представлена гистограмма модели при 10000 прогонах

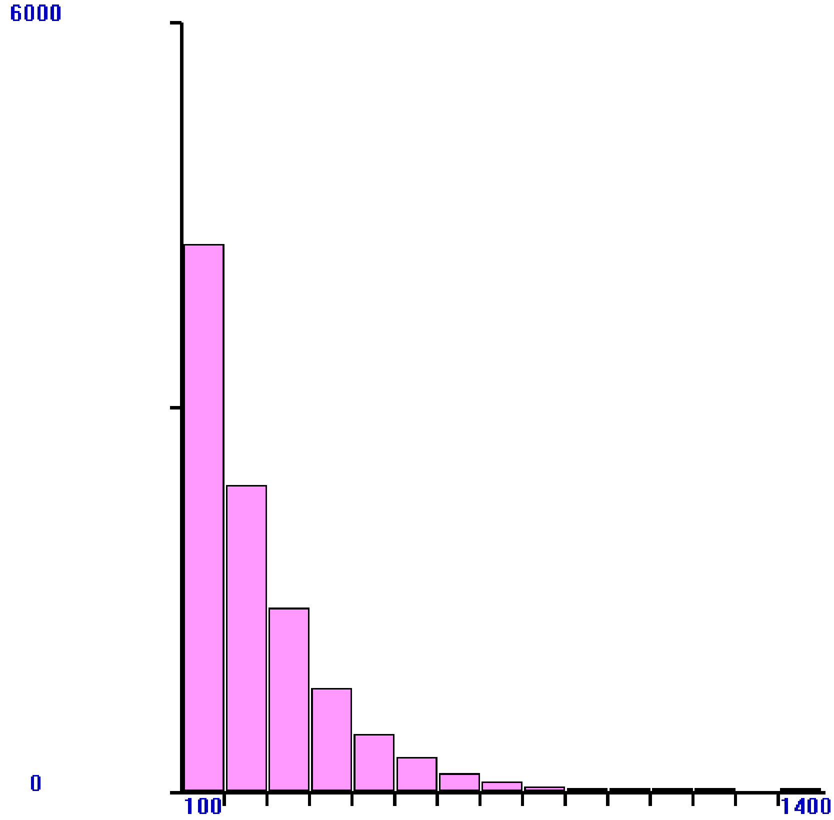

Рисунок 6 – Гистограмма модели при 10000 прогонах

Третье моделируемое распределение будет иметь треугольный закон распределения с ФРВ

$$F(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ \frac{x^2}{180*90}, \ x \in [0,90) \\ 1 - \frac{(180-x)^2}{180*90}, \ x \in [90,180] \\ 1, x > 180 \end{cases}.$$

Математическое ожидание его может быть вычислено как

$$M(x) = \frac{0+90+180}{3} = 90,$$

а среднеквадратичное отклонение будет

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{180^2+90^2-90*180}{18}} = 36{,}74.$$

Для моделирования данного распределения воспользуемся методом обратных функций. Тогда для получения реализаций случайной величины, распределённой по показательному закону, будет использоваться формула

$$x = \begin{cases} 90 * \sqrt{2y}, y \in [0; 0{,}5] \\ 180 - 90 * \sqrt{2 - 2y},\ y \in (0{,}5; 1] \end{cases},$$

где y – случайная величина, распределенная равномерно на промежутке [0;1].

Для моделирования распределения напишем код на языке GPS:

```
SIMULATE
GENERATE    1
E1 FVARIABLE (SQR(RN1/999)#(AC1@2)+(2-SQR(RN1/999))#((AC1+1)@2))#90
TAB1 TABLE V$E1,10,10,18
TABULATE    TAB1
TERMINATE 1
START 100
```

Проведем моделирование на 100, 1000 и 1000 прогонах. Результаты вычислений математического ожидание и среднеквадратичного отклонения для каждого из моделирований представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты моделирования треугольного распределения

	Теоретическое значение	100 прогонов	1000 прогонов	10000 прогонов
математическое ожидание	90	91.42	89.44	89.9
среднеквадратичное отклонение	36.74	36.61	37.4	36.82

На рисунке 7 представлена гистограмма модели при 100 прогонах

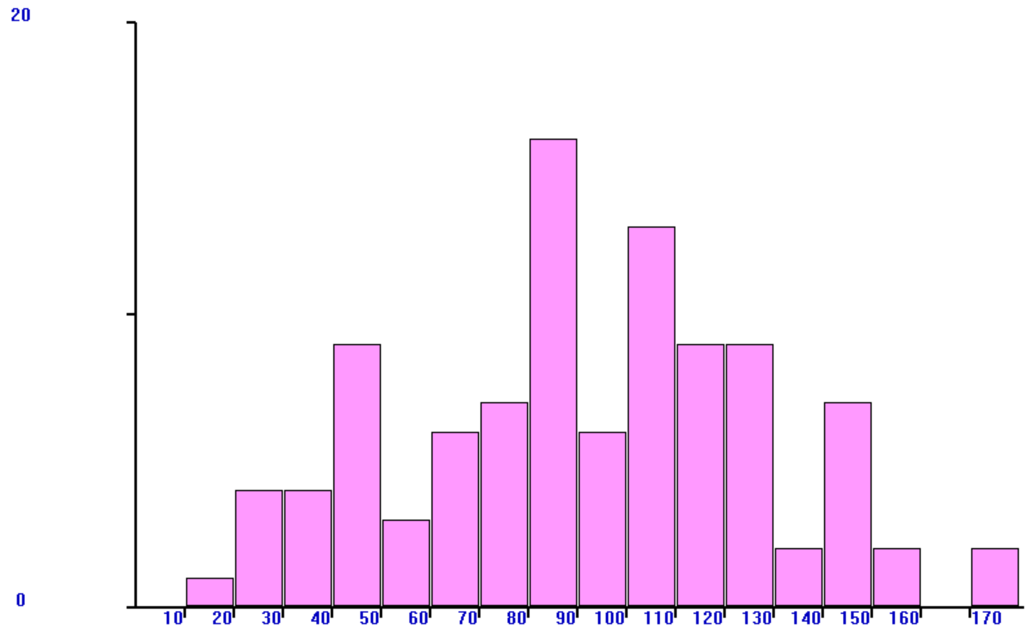

Рисунок 7 – Гистограмма модели при 100 прогонах

На рисунке 8 представлена гистограмма модели при 1000 прогонах

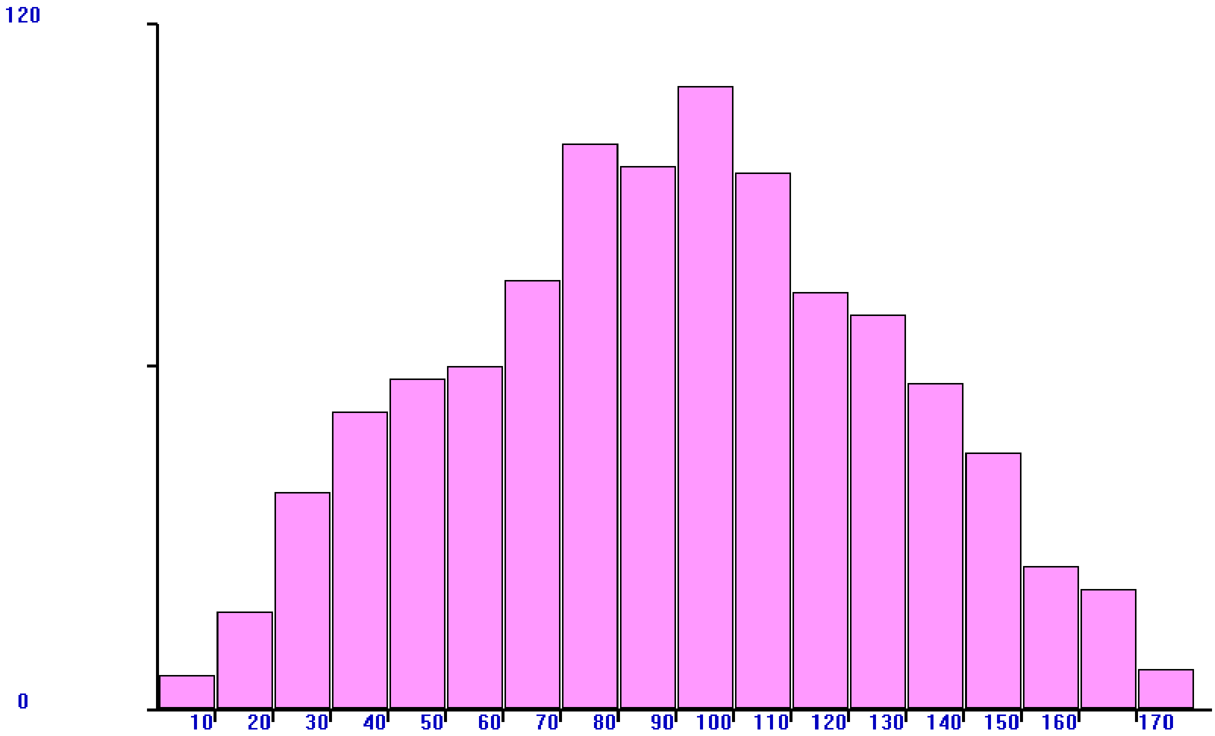

Рисунок 8 – Гистограмма модели при 1000 прогонах

На рисунке 9 представлена гистограмма модели при 10000 прогонах

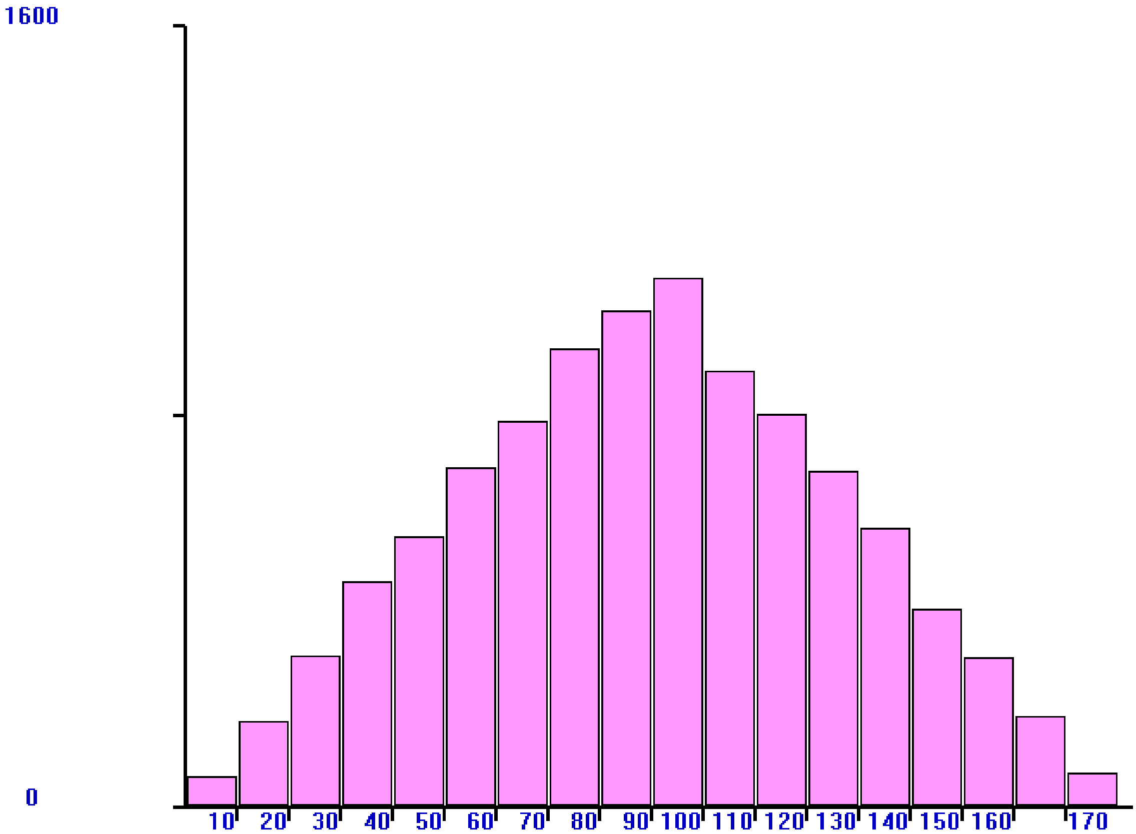

Рисунок 9 – Гистограмма модели при 10000 прогонах

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы было проведено ознакомление с методикой генерации случайных величин на языке GPSS. Были смоделированы случайные величины, подчиняющиеся равномерному, показательному, треугольному законам распределения. Также в ходе моделирования было подтверждено то, что с ростом количества прогонов модели, характеристики моделируемого распределения стремятся к теоретическим.