

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №4
по дисциплине «Анализ, моделирование и оптимизация систем»
Тема: Планирование и проведение факторных экспериментов

Студент гр. 1310

Комаров Д.Е.

Преподаватель

Мандрикова Б.С.

Санкт-Петербург

2025

Цель работы

Целью работы является изучения способа построения и анализа полного факторного эксперимента.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи:

- 1) Запустить программу PL.EXE
- 2) Провести эксперименты
- 3) Оценить результаты.

Постановка задачи

Необходимо провести полнофакторный эксперимент по заданной области планирования. Получить результаты экспериментов и по ним оценить параметры системы и сделать выводы о воспроизводимости экспериментов и адекватности модели.

Вариант 2.

Выполнение работы

1. Планирование

Для выполнения лабораторной работы воспользуемся программой PLAN.EXP. На рисунке 1 представлен текст варианта 2.

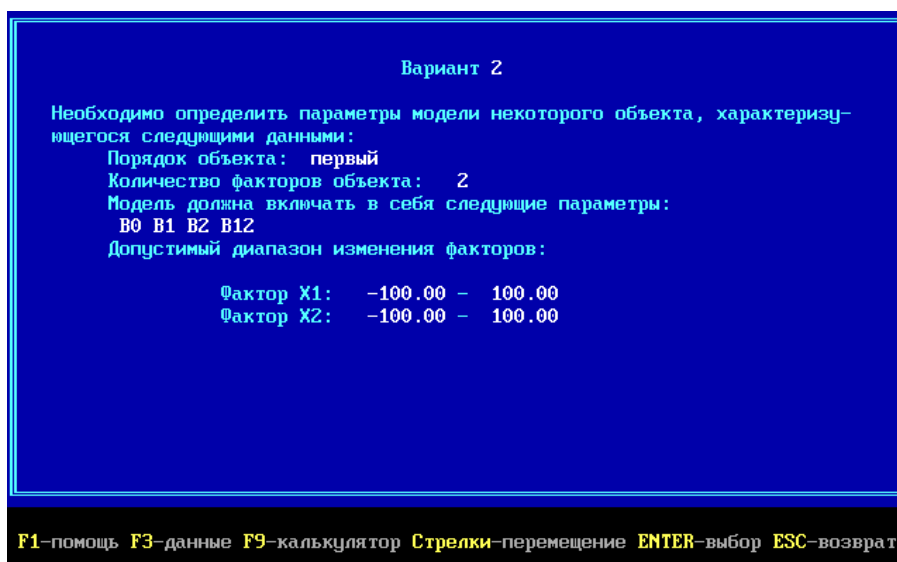


Рисунок 1 – Вариант задания

Установим область экспериментирования согласно варианту. Результат представлен на рисунке 2.

| ВЫБОР ОБЛАСТИ ЭКСПЕРИМЕНТИРОВАНИЯ | | |
|-----------------------------------|------------------------------|---------------------------|
| | Координаты центра области | Интервалы варьирования |
| Фактор X1: | 0.00 | 100.00 |
| Фактор X2: | 0.00 | 100.00 |

F1-помощь F3-данные F9-калькулятор Стрелки-перемещение ENTER-выбор ESC-возврат

Рисунок 2 – Область экспериментирования

Установим тип плана – полный факторный эксперимент. Результат представлен на рисунке 3.

| |
|------------------------|
| 1.Режим обработки "Р" |
| 2.Протокол |
| 3.Задание |
| 4.Область планирования |
| 4.Тип плана "ПФЭ" |
| 6.Планирование |

Рисунок 3 – Установка типа плана

Поскольку проводится полный факторный эксперимент и количество факторов равно 2, то количество точек, которое содержит спектр плана, может быть вычислено по формуле

$$2^2 = 4.$$

На рисунке 4 представлена установка количества точек в спектре плана

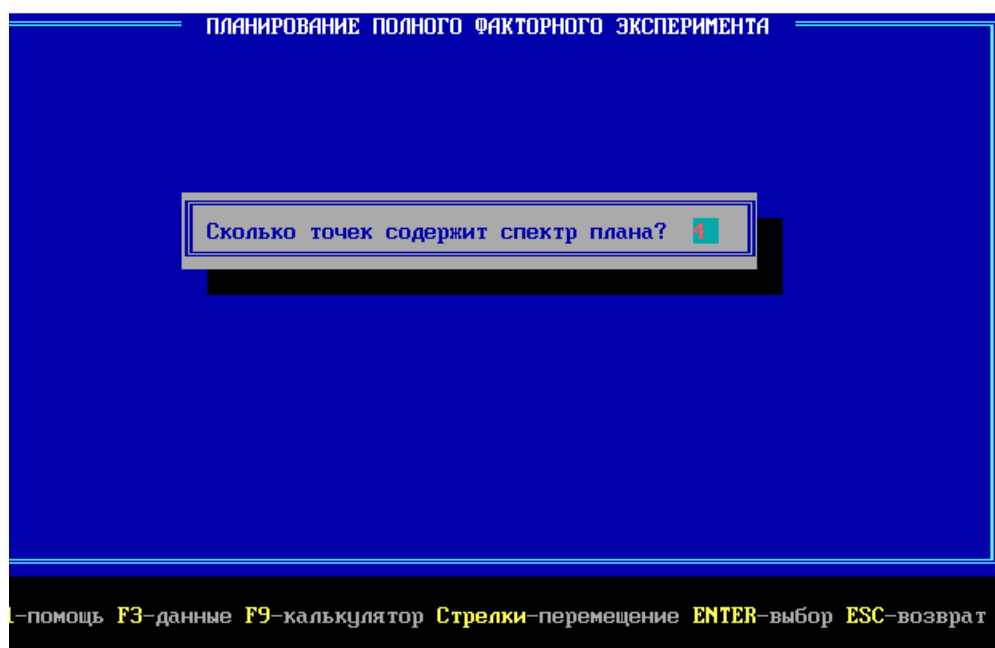


Рисунок 4 – Установка количества точек в спектре плана

На рисунке 5 представлен спектр плана.

| ПЛАНИРОВАНИЕ ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА | | |
|--|----|----|
| Ввод спектра плана. | | |
| Значения факторов | | |
| | X1 | X2 |
| Точка 1: | 1 | 1 |
| Точка 2: | 1 | -1 |
| Точка 3: | -1 | 1 |
| Точка 4: | -1 | -1 |

F1-помощь F3-данные F9-калькулятор Стрелки-перемещение ENTER-выбор ESC-возврат

Рисунок 5 – Спектр плана

Установим 5 параллельных опытов с рандомизацией. План проведения экспериментов представлен на рисунке 6.

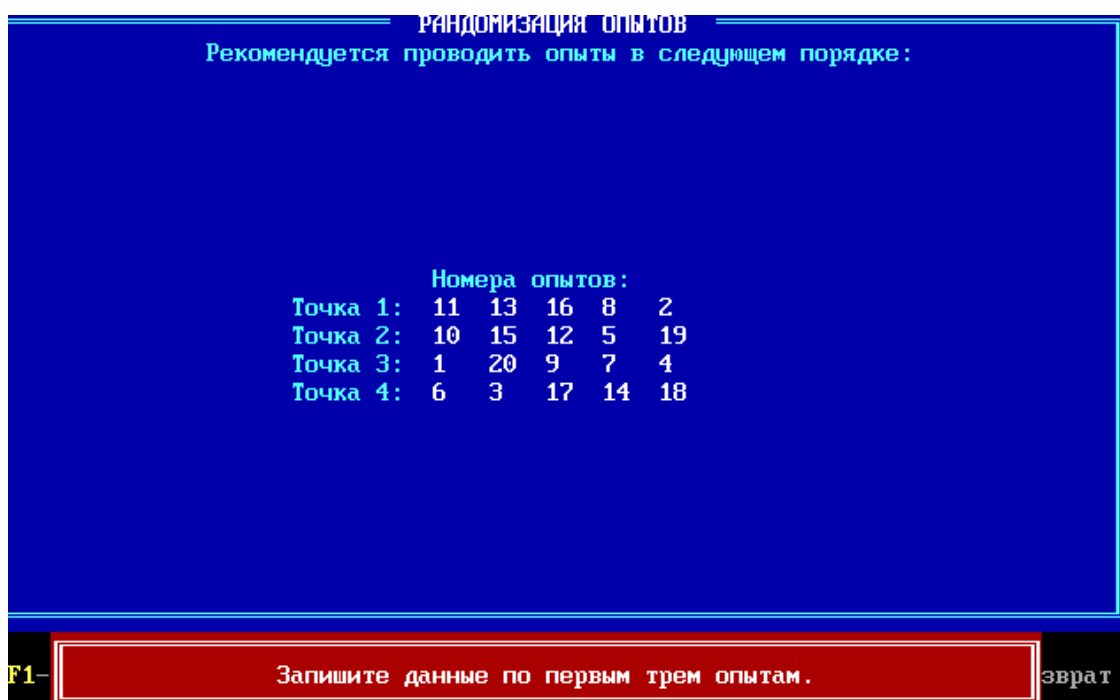


Рисунок 6 – План проведения экспериментов

2. Проведения основного эксперимента

На рисунке 7 представлено выполнение первого опыта.

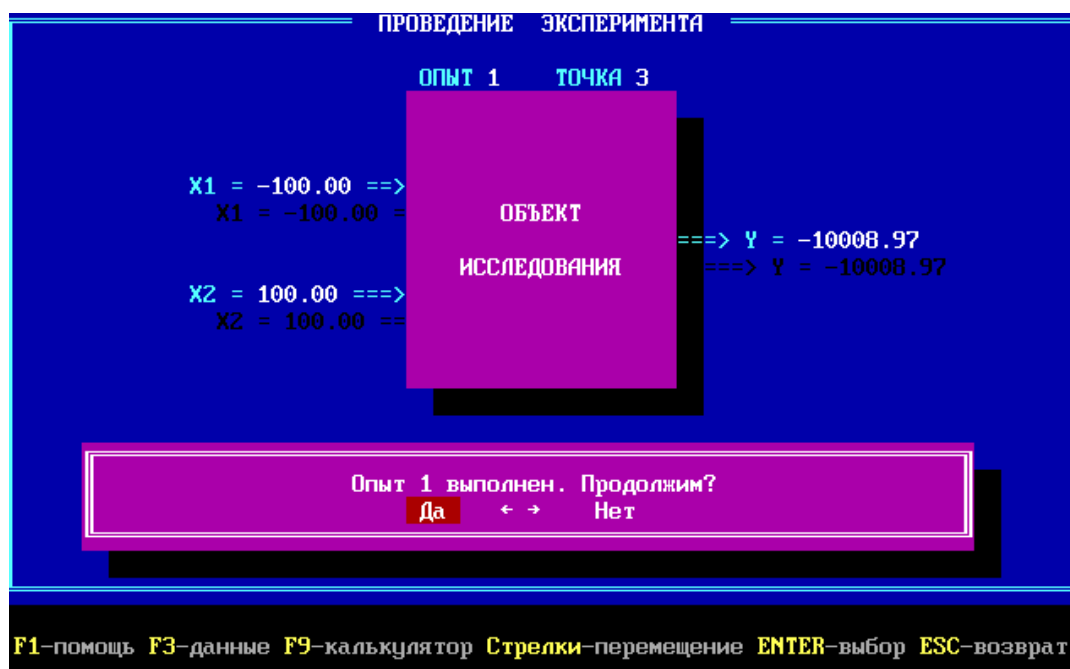


Рисунок 7 – Проведение первого опыта

Остальные опыты были выполнены по аналогии с первым. На рисунке 8 представлены значения отклика в проведенных опытах.

| ЗНАЧЕНИЯ ОТКЛИКА В ОПЫТАХ | | | | | |
|---------------------------|--------------------|----------|----------|----------|----------|
| Точка ФП | Параллельные опыты | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 10214.19 | 10229.03 | 10229.03 | 10214.19 | 10178.44 |
| 2 | -9985.81 | -9970.97 | -9985.81 | -9973.19 | -9998.60 |
| 3 | -10008.97 | -9998.60 | -9985.81 | -9985.81 | -9973.19 |
| 4 | 9826.81 | 9800.30 | 9829.03 | 9829.03 | 9829.03 |

F1-помощь ESC-выход

Рисунок 8 – Значения откликов

3. Обработка

3.1 Воспроизводимость

Рассчитаем значения математического ожидания и дисперсии для полученных значений откликов. Результат представлен на рисунке 9.

| СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ И ОЦЕНКИ ДИСПЕРСИИ ОТКЛИКА | | |
|---|---------------------|---------------------|
| Точка ФП | Среднее значение | Оценка дисперсии |
| 1 | 10212.97 | 427.76 |
| 2 | -9982.88 | 125.04 |
| 3 | -9990.48 | 187.65 |
| 4 | 9822.84 | 159.69 |

F1-помощь ESC-выход

Рисунок 9 –Средние значения и дисперсия точек

Выполним проверку воспроизводимости по критерию Кохрена. При уровне значимости равен 0.05. Значение критерия Кохрена вычисляется по формуле

$$k = \frac{\max_{i=1,4} D_i}{\sum_{i=1}^4 D_i} = \frac{427.76}{900.15} = 0.48$$

Число степеней свободы числителя и знаменателя равно 4, а следовательно, из таблицы, представленной на рисунке 10, получим критическое значение критерия Кохрена, равное 0.629.

| ПРОВЕРКА ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТА | | | | |
|--|----------------------------------|-------|-------|-------|
| Фрагмент таблицы критических значений критерия Кохрена при уровне значимости 0.05 | | | | |
| Число степеней свободы знаменателя | Число степеней свободы числителя | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 0.998 | 0.975 | 0.939 | 0.906 |
| 4 | 0.906 | 0.768 | 0.684 | 0.629 |
| 6 | 0.781 | 0.616 | 0.632 | 0.480 |
| 8 | 0.680 | 0.516 | 0.438 | 0.391 |
| 10 | 0.602 | 0.445 | 0.373 | 0.331 |
| 12 | 0.541 | 0.392 | 0.326 | 0.288 |
| 15 | 0.471 | 0.335 | 0.276 | 0.242 |
| 20 | 0.389 | 0.270 | 0.220 | 0.192 |
| 24 | 0.343 | 0.235 | 0.191 | 0.166 |
| 30 | 0.293 | 0.198 | 0.159 | 0.138 |
| 40 | 0.237 | 0.158 | 0.126 | 0.108 |

F1–
Критическое значение критерия Кохрена: 0.629
зврат

Рисунок 10 – Критические значения критерия Кохрена

Наблюдаемое значение критерия получилось меньше критического, а следовательно гипотеза о воспроизводимости подтверждается.

Вычислим дисперсию ошибки по формуле

$$D_{\text{ош}} = \frac{\sum_{i=1}^4 D_i}{4} = 225.04.$$

Результат проверки воспроизводимости эксперимента представлена на рисунке 11.

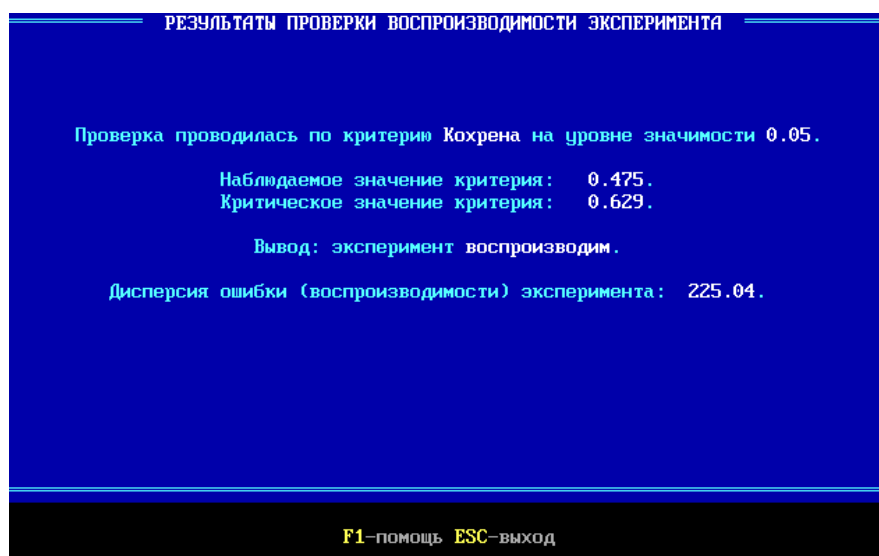


Рисунок 11 – Результат проверки воспроизводимости эксперимента

3.2 Модель объекта

Количество параметров модели равно 4 (4 точки). Постоянная составляющая модели вычисляется по формуле

$$m_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^4 m_i}{4} = \frac{62.45}{4} = 15.62.$$

Ее дисперсия вычисляется по формуле

$$D_{\text{ср}} = \frac{D_{\text{ош}}}{4 * 5} = 11.25.$$

Вычислим параметры B0, B1, B2, B12. Результат представлен на рисунке 12.

| ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА | | |
|----------------------------------|-----------|-----------|
| Обозначение | Оценка | Дисперсия |
| B0 | 15.615 | 11.252 |
| B1 | 99.434 | 11.252 |
| B2 | 95.633 | 11.252 |
| B12 | 10002.292 | 11.252 |

F1-помощь ESC-выход

Рисунок 12 – Параметры B0, B1, B2, B12

Оценим значимость полученных оценок параметров при помощи критерия Стьюдента при уровне значимости 0.05. Количество степеней свободы вычисляется по формуле

$$(5 - 1) * 4 = 16.$$

Тогда из таблицы, представленной на рисунке 13, получим критическое значение критерия студента $t_{кр}=2.12$.

| ПРОВЕРКА ЗНАЧИМОСТИ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА | | | |
|---|----------------------|------------------------|----------------------|
| Фрагмент таблицы критических значений критерия Стьюдента при уровне значимости 0.05 | | | |
| Число степеней свободы | Критическое значение | Число степеней свободы | Критическое значение |
| 1 | 12.706 | 40 | 2.021 |
| 2 | 4.302 | 44 | 2.015 |
| 4 | 2.776 | 48 | 2.011 |
| 8 | 2.306 | 50 | 2.009 |
| 12 | 2.179 | 55 | 2.004 |
| 16 | 2.119 | 60 | 2.000 |
| 20 | 2.086 | 65 | 1.997 |
| 24 | 2.064 | 70 | 1.994 |
| 28 | 2.048 | 80 | 1.990 |
| 30 | 2.042 | 90 | 1.987 |
| 32 | 2.036 | 100 | 1.984 |
| 34 | 2.032 | 120 | 1.980 |
| 36 | 2.028 | 150 | 1.676 |

Надо выбрать из таблицы критическое значение критерия.

Рисунок 13 – Критические значения критерия студента

Результат проверки значимости оценок параметров представлен на рисунке 14. Как можно заметить, все оценки оказались значимыми.

| РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ЗНАЧИМОСТИ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ | | |
|---|-----------|----------|
| Обозначение | Оценка | Критерий |
| B0 | 15.615 | 4.66 |
| B1 | 99.434 | 29.64 |
| B2 | 95.633 | 28.51 |
| B12 | 10002.292 | 2981.86 |

Оценки всех параметров модели значимы.

Рисунок 14 – Результат проверки значимости оценок

3.3 Адекватность

Определим адекватность модели по критерию Фишера при уровне значимости 0.05. Число степеней свободы дисперсии адекватности может быть вычислено по формуле

$$4 - 4 = 0.$$

Следовательно, дисперсию адекватности вычислить невозможно, она равна 0.

Число степеней свободы числителя равно 0, знаменателя 16. Следовательно критическое значение критерия фишера равно 0 и модель адекватна. Результат проверки критерия Фишера представлен на рисунке 15

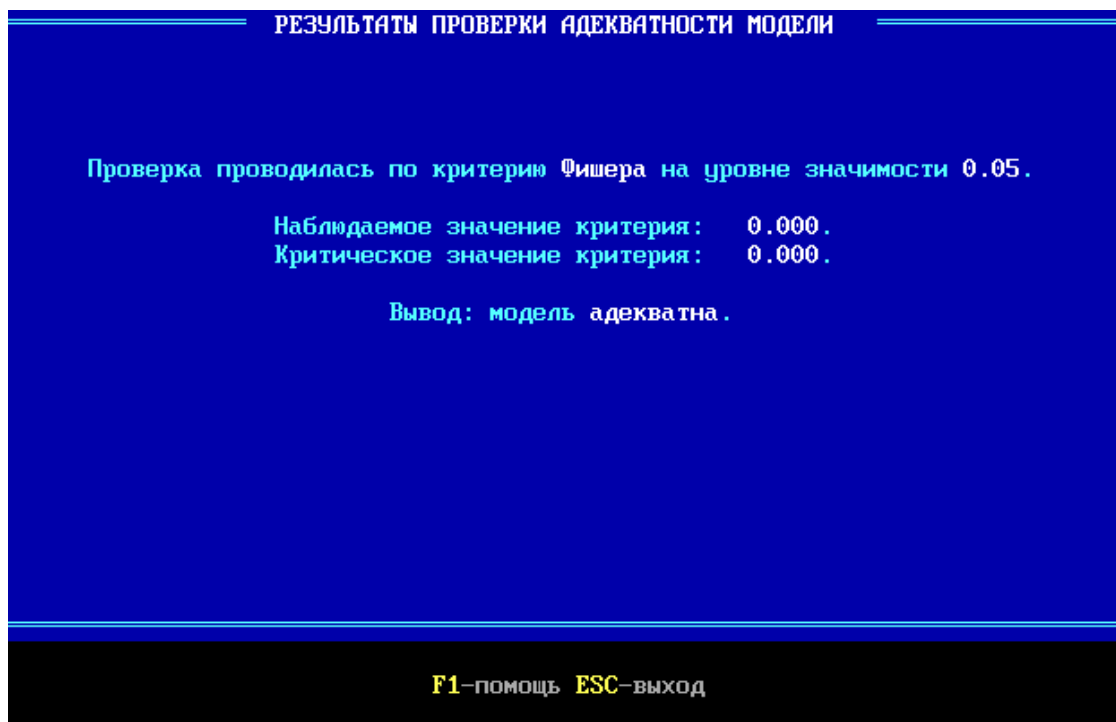


Рисунок 15 – Результат проверки модели на адекватность

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы было проведено планирование и проведения факторного эксперимента.

Была проведена обработка результатов эксперимента. Была проведена оценка воспроизводимости эксперимента по критерию Кохрена. Был сделан вывод, что эксперимент воспроизводим.

Была проведена оценка параметров модели объекта и расчет значимости этой оценки при помощи критерия Стьюдента. Все полученные оценки оказались значимыми.

Была проведена проверка адекватности модели при помощи критерия Фишера. Был сделан вывод, что модель адекватна.