República de Angola

Governo da Província de Luanda

Colégio Árvore da Felicidade

Ensino Particular

Trabalho de Telecomunicações

Equações de Maxwell

República de Angola

Governo da Província de Luanda

Colégio Árvore da Felicidade

Ensino Particular

Trabalho de Telecomunicações

Equações de Maxwell

Nome: Aldair Fernando António Avelino

Curso: Electrónica e Telecomunicações

Classe: 12ª

Docente

____

Sumário

Introdução

Este trabalho aborda sobre as quatros Equações de Maxwell, mas primeiramente detalharei um pouco sobre a vida de Maxwell. James Clerk Maxwell foi um físico matemático escocês. Nasceu em 1831 em Edimburgo, na Escócia e faleceu em 1879 em Cambridge, na Inglaterra. Desde cedo mostrou ter habilidade com matemática. Com apenas quinze anos redigiu um trabalho apresentando um método para traçar curvas ovais.

Aos dezenove anos foi estudar matemática na Universidade de Cambridge, mais precisamente no Trinity College. Em 1854 graduou-se entre os melhores alunos do seu ano e logo após apresentou um brilhante artigo à Sociedade Filosófica de Cambridge, com o título "On the Transformation of Surfaces by Bending". Este foi um dos poucos artigos puramente matemáticos que escreveu.

Depois de sua graduação tornou-se professor na Marischal College em Aberdeen (1856) e, pouco depois, no King's College em Londres (1860). Neste período realizou desde estudos sobre as cores até a natureza dos anéis de Saturno (1857), onde demonstrou teoricamente que eles deviam ser constituídos por partículas sólidas, pois se fossem formados por líquidos ou gases não teriam estabilidade para se manter em rotação.

As Equações de Maxwell sob Forma Local

As quatro equações de Maxwell são as seguintes:

$$rot\ \mathbf{h} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t} \qquad (1.7)$$

$$rot\ \mathbf{e} = -\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \qquad (1.8)$$

$$div\ \mathbf{b} = 0 \qquad (1.9)$$

$$div\ \mathbf{d} = \rho \qquad (1.10)$$

As equações (1.7), (1.8), (1.9) e (1.10) são, respectivamente, a Lei generalizada de Ampère, Lei de Faraday, Lei de Gauss Magnética e a Lei de Gauss Elétrica. Os quatro vetores **h**, **e**, **b** e **d** juntos formam a representação matemática do mesmo fenômeno físico: o campo eletromagnético. Das equações acima, podemos deduzir outra equação aplicando o divergente na equação (1.7):

$$div(rot\ \mathbf{h}) = div\left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t}\right)$$

Como, div(rot **h**) = 0, obtemos:

$$0 = div\ \mathbf{j} + div\frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t}$$

Utilizando a equação (1.10), obtemos a chamada equação da continuidade elétrica [1]:

$$div\ \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Comentário das Equações

O desenvolvimento das equações de Maxwell como generalizações das relações do circuito, envolve tanto um raciocínio indutivo como físico. Como já havíamos comentado, as equações de Maxwell justificam-se pelo fato de serem conclusões baseadas em experimentação. As equações (1.7) e (1.8) significam que os campos magnéticos e elétricos variando com o tempo são capazes de gerar um ao outro, ou seja, um campo magnético variável é capaz de gerar um campo elétrico e vice-versa. Este fenômeno é chamado de acoplamento eletromagnético. No caso da equação (1.7), o termo $\frac{\delta \mathbf{d}}{\delta \mathbf{t}}$, que gera o campo magnético é chamado de densidade de deslocamento de corrente. Este termo é o centro da teoria das radiações das ondas eletromagnéticas. O campo eletromagnético variando no tempo propaga a energia através do espaço vazio com a velocidade da luz e ainda que a luz é de natureza eletromagnética.

As ondas de rádio eram desconhecidas na época e isto foi quinze anos antes de Hertz demonstrar que as ondas eletromagnéticas (ou de rádio) eram possíveis, como foi predito por Maxwell. Na equação (1.9), o fato do divergente ser igual a zero significa que o fluxo magnético é conservativo. Pode-se entender então que o fluxo magnético que entra em um volume é idêntico ao que sai do mesmo. Já na equação (1.10), o fluxo elétrico não é conservativo. Teremos, então, uma variação do fluxo que entra e sai de um volume que é gerada por uma fonte que no caso é p.

Equações de Maxwell na Forma Integral

As equações de Maxwell na forma local são mais convenientes para fazermos operações matemáticas, pois elas envolvem operações com gradiente, divergentes e rotacionais que estão bem definidas no cálculo vetorial. Já quando desejamos calcular o campo elétrico e criado pela indução magnética, fica mais conveniente utilizarmos a forma integral da equação de Maxwell. Utilizando a equação (1.7) e definindo uma superfície **S** onde queremos estudar as correntes e os campos magnéticos. Chamemos **L** a borda desta superfície. Integrando a equação (1.7) na superfície, obtemos:

$$\int_S rot\,\mathbf{h}\cdot d\boldsymbol{S} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t}\right)\cdot d\boldsymbol{S} \qquad (1.12)$$

Utilizando o teorema de Stokes no lado esquerdo da equação (1.12), temos:

$$\oint_L \mathbf{h}\cdot d\boldsymbol{L} = \int_S \left(\boldsymbol{j} + \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t}\right)\cdot d\boldsymbol{S} \qquad (1.13)$$

Esta relação é chamada a forma integral da equação de Maxwell obtida da lei generalizada de Ampère. Para a equação (1.8), vamos aplicar novamente a integral numa superfície S onde o campo elétrico e a indução magnética estejam definidos. Obtemos então a equação:

$$\int_S rot\,\mathbf{e}\cdot d\boldsymbol{S} = \int_S -\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t}\cdot d\boldsymbol{S} \qquad (1.14)$$

Pelo teorema de Stokes,

$$\oint_L \mathbf{e} \cdot d\boldsymbol{L} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{S} \qquad (1.15)$$

onde L é a linha que envolve esta superfície. A equação (1.15) é chamada a forma integral da equação de Maxwell obtida da lei de Faraday. Para obtermos equação (1.9) na forma integral, vamos aplicar o teorema do divergente que associa a integral do volume V e da superfície S que envolve este volume, onde a indução magnética **b** está bem definida. Assim obtemos a equação:

$$\int_V div\, \mathbf{b}\, dV = \oint_S \mathbf{b} \cdot d\boldsymbol{S} = 0 \qquad (1.16)$$

Ou seja,

$$\oint_S \mathbf{b} \cdot d\boldsymbol{S} = 0 \qquad (1.17)$$

A equação (1.17) é chamada a forma integral da equação do campo magnético de Maxwell obtida da lei de Gauss. Enfim, para a equação (1.10), faremos a integração no volume V onde a indução elétrica e a densidade volumétrica de carga estão bem definidas, obtendo:

$$\int_V div\ \mathbf{d}\, dV = \int_V \rho\, dV \qquad (1.18)$$

Aplicando novamente o teorema do divergente no volume V e na superfície S que envolve este volume obtemos a seguinte equação:

$$\oint_S \mathbf{d} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \rho\, dV \qquad (1.19)$$

A equação (1.19) é chamada a forma integral da equação do campo elétrico de Maxwell obtida da lei de Gauss.

Conclusão

Após pesquisas feitas, concluo que, aos 30 anos, Maxwell tornou-se o primeiro professor da cadeira de Física Experimental em Cambridge. E, que apartir de 1864 Maxwell dedicou-se a formular matematicamente as teorias de Faraday sobre o eletromagnetismo, conseguindo obter equações simples que permitiam descrever tanto os fenômenos elétricos quanto os magnéticos.

São quatro equações diferenciais parciais que foram reveladas pela primeira vez em 1873, tendo sido conhecidas desde então como as “equações de Maxwell”. Ficou assim demonstrado que a eletricidade e o magnetismo fazem parte de uma mesma teoria.

Referências Bibliográficas

http://pt.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell

http://www.colegiosaofrancisco.com.br/alfa/james-clerk-maxell/jamesclerk-maxwell-2.php

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. Equações Diferenciais e Problemas de Valores de Contorno. Rio de Janeiro: LTC, 2001.

BASTOS, J. P. A; SADOWSKI, N. Eletromagnetic Modeling by Finite Elements. New York: Marcel Dekker, 2003.