

Méthode affine

January 18, 2025

1 Motivation

On veut réussir à retrouver l'expression d'une fonction affine en partant des valeurs en deux points.

2 Comment on fait ?

1. On vérifie qu'on est dans les bonnes conditions:

- On doit bien retrouver une fonction **affine**
- On a bien les valeurs en deux points x et y sous la forme $f(x) = u$ et $f(y) = v$ ou sous la forme "la droite passe par les points U et V" avec $U = (x, u)$ $V = (y, v)$.

2. On rappelle que une fonction f affine s'écrit sous la forme $f(x) = ax + b$

3. On exprime le coefficient directeur a avec la formule suivante :

$$a = \frac{f(x) - f(y)}{x - y}$$

⚠ Il faut bien remplacer x et y par les valeurs de l'abscisse et $f(x), f(y)$ par les valeurs de l'ordonnée (u et v)

4. Une fois a calculée on peut juste prendre un point x dont on connaît l'image par f et utiliser la fonction suivante :

$$b = f(x) - ax$$

5. On peut maintenant conclure en écrivant $f(x) = ax + b$ avec les valeurs que nous avons trouvé

3 Preuve du point 3

$$\begin{aligned} & \frac{f(x)-f(y)}{x-y} \\ &= \frac{(ax+b)-(ay+b)}{x-y} \\ &= \frac{ax+b-ay-b}{x-y} \\ &= \frac{ax-ay}{x-y} \\ &= \frac{a(x-y)}{x-y} = a \end{aligned}$$

4 Exemples

- On veut trouver l'équation de la fonction affine f et on sait $f(2) = 3, f(5) = 6$
On peut utiliser la formule $a = \frac{f(x)-f(y)}{x-y}$ avec $x = 2, y = 5$
On trouve $a = \frac{f(2)-f(5)}{2-5} = \frac{3-6}{2-5} = \frac{-3}{-3} = 1$
On utilise $b = f(x) - ax$ (avec $x = 2$ par exemple) et on a :
 $b = 3 - 1 * 2 = 1$
D'où $f(x) = x + 1$
- On veut trouver l'équation de la fonction affine g et on sait que la droite formée par g passe par les points $A = (3, 5)$ et $B = (6, 12)$
Ça nous dit que $g(3) = 5$ et $g(6) = 12$
Comme dans l'exemple précédent :
 $a = \frac{12-5}{6-3} = \frac{7}{3}$
 $b = 12 - \frac{7}{3} * 6 = 12 - 14 = -2$
 $g(x) = \frac{7}{3}x - 2$