Formas de fordan Dado V um K uspaço utorial de dimensão finita. Teorema: Hija Y:V-1 Vum sperador linear, ande Vé, um espaço interial de dimonsao finita sobre k tal que; pt(x) = (x-2) m. (x-b) m. mi 71 e li +lj, St i+j. Então V= Me On Delle, Onde para coda i= 1,,,,, re, temos: al dim k lli=mi.)
b) o subuspaço lli é Vinvacionte.)
c) a restrição do Operador Litd-Valli, & Nel potonte.

Demonstação: Porta redai=1,...,re, Considere a Liansformação: Vi= liId-1!V-V

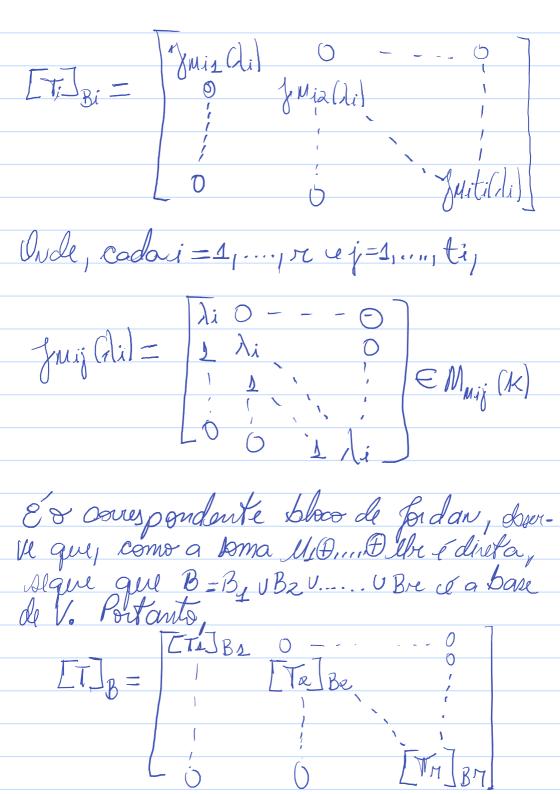
Temos que: Sija Y:V - N um operador limar, onde Vé um R-ispaço vetorial de dinersas finita. Entas Té a somo direta de um operador vilostente e em operador invertirel. Alem disso, Lal de composição e enercialmente Unde V=ULDWi, onde Mi e Wi são T-invariantes e as restrições de Ti a Mi a a Wi são Nilpotente e invertivel, respe-ativa manto ctiva monte. Como lli e Wi são Timuriantes, então socia também Timuriantes. Sejam; T! lli - Mi e Ti Wi - Wi As restrições de Talli e a Wi, upect-ivamente. Se que que : pr/k/=pt/k/.pr/k/.

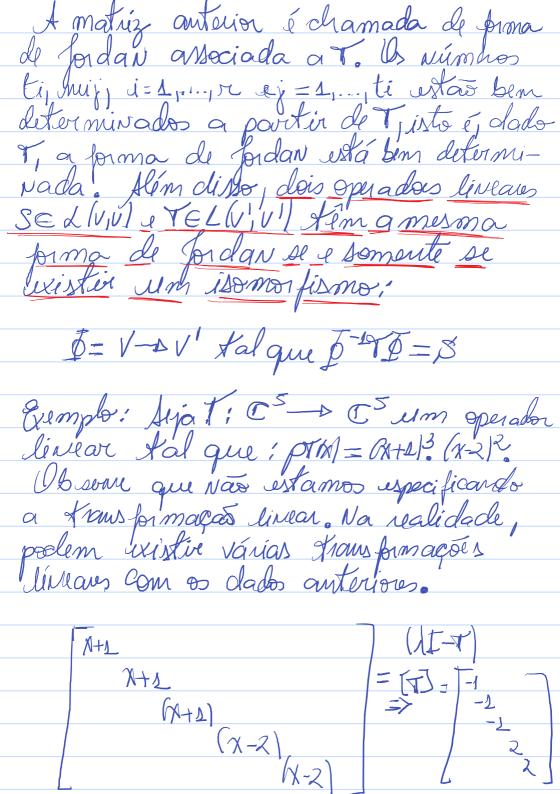
Observe que li é o révico autovalor de T'e, como di Não é autovalor de T", concluimos que: pr'ki = (x-li) Mi En partiadar, dimelli = mi ea intersição Min Celst...tli-stli+st Mn simples arquemento usando as dimensors dos espaços envolvidos implica que! V= Miti.... + Mr, Como queríamo. Vamos agora utilizar o kerema anterior para construir a forma de Jordan de um operador livear.

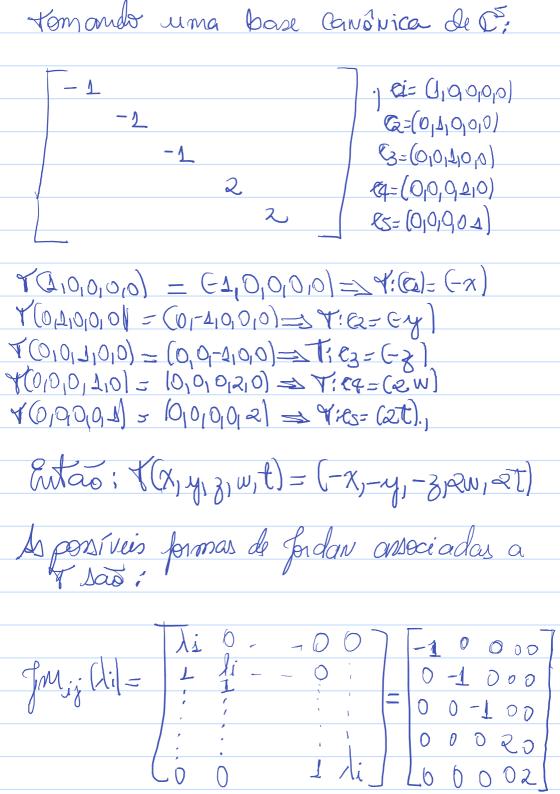
Seja X:V-DV um operador livear tal
que i pX(x) = (x-2)<sup>ML</sup>,,,, (x-2)<sup>Mr</sup>, com

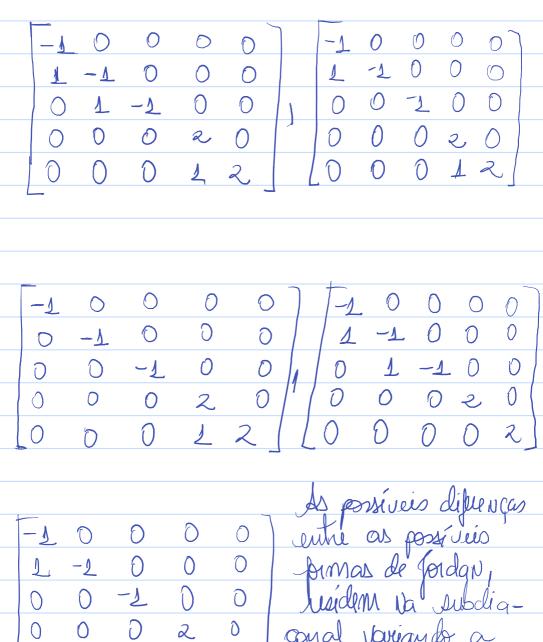
re 7,1, mi 7,1 e li \dig le i \dig le i \dig. Pelo Vorema S. 6.1:

Aljam  $Y:V\to V$  um operador livear, oncle V i um espaço vetorial de dimensão fivita sobre K Kal que  $p V_{KK} = (x-\lambda_1)^{M_{\perp}}$ .  $(x-\Lambda_1)^{M_1}$ ,  $mi\chi_1$  e  $\lambda_i \neq \lambda_j$  se  $i\neq j$ . Então  $V=U_{S}$  $\mathcal{P}$ ... $\mathcal{P}$  lbe, onde, para cada i=1,,,,,re, temo; al dim alli=mi, b) o subuspaço Mi é T-invariante c) a restricar do operador liId-T a lli é vil potente, Eiste uma de composição V=U10,...Dlr satisfazendo as propriedades (a1, (b) e(c) do enuviado do teorema. Para coda i=1,..., 1 possidere o Sporador Yi = Thi; ili - Mi. Yemos que Ti=Ti-liIdui à vilpotente el portanto, existe uma base Bi de Mi el vue meros ti, mis y Miz...... 7, mitig Lais que;









agnal voviando a 2 posição de vúmeros 0

A riopy as demonstrações feitas anteviormente possibitam à construção da forma de Jordan, mas va mética isso pode sur bastante trabalhos. Contrido es resultados anteriores sas de grande utilidade. Sejam Y:V-DV, si e mij, i=1,...,t e j = 1, .... ri como em (5.6.2). Para polivémio qui (x) = (x /i) mis. Chamamos de polinômio divisor elementar de Tole multiplicidade mij associado a li, Que o correspondente polindario qui i Simples.

Leque pailmente da construção feita que o polítionio característico de Téo pardito de todos os seus divisões elementares, isto é;  $pT(x) = \iint qij(x)$ 

Observe também que o vimeros mij representam os tamanhos dos blocos de fordar. E clara que V será dia gonalizarel se e somente se todo os blocos de Jordam Fjurem Kamandros 1. Per outro lado, porea cada i, xere mos Mis y ..... y Mini. De onde se condeui que T surá dia gondizavel se esomente se MILI = 1 pora todo i = 1, ..., t. Considere à bless de fordan fr(L) com LEK.

Observe que:

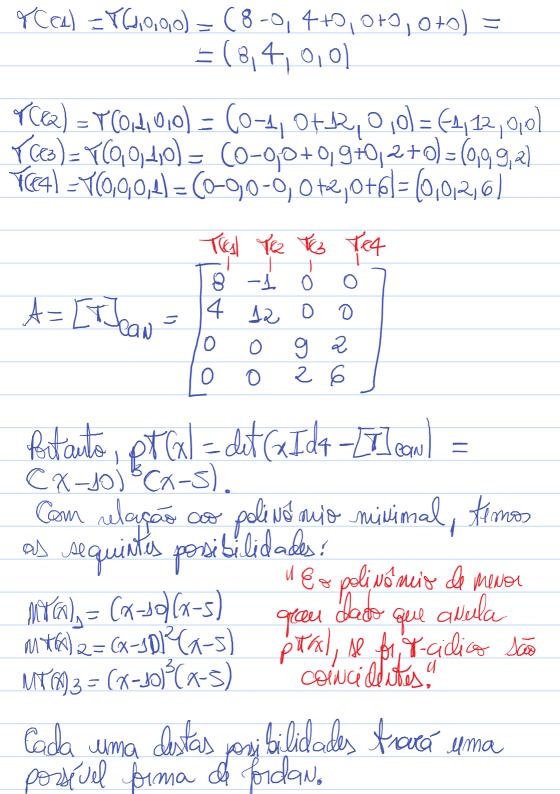
(fr(L) - LIdre = 0, e

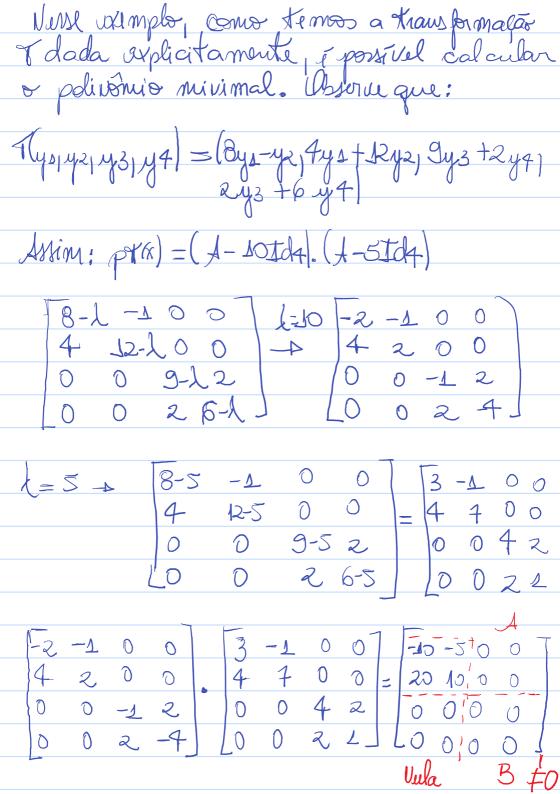
(fr(L) - LIdre = 0 Alfam agra LEKA La matriz MXM formada por bloos de fordan (FILM),.....,
frs(h) na diagonal e matrize neulos no
lesto. le MIXXI, Vi= 2..., A, Nao i dificil ver
que (t-LIdu) = 0 e (t-LIdm) 1-1 + 0. Iltilizando esta Ssorvação, Mque-se que:

quiz(Vi) = (Vi -li Idri) "= 0, Isto é, que o operador l'i é quulado pelo polindraio que 1/1=1,..., t. Como a soma l'= 1/10,.... Ott é direta, condicionos que l'é anulado pelo polindraio; Que (x) q21(x).... q41(x) = (x-1) My (x-12) Mes (x-17) M+2 Mas vas por un lum outro grau meror. Pela definição dada este polivômio i de foto o polivômio minimal mrxx). Exemplo:

a) Sija V: C4 -> C4 a transformação

listar dada por: T(ys, ys, y3, y4) = (Bys-y2, 4ys+52y2) 9y3 +2y4, 2y3+6y4) Com relação à bose canólica can termos:



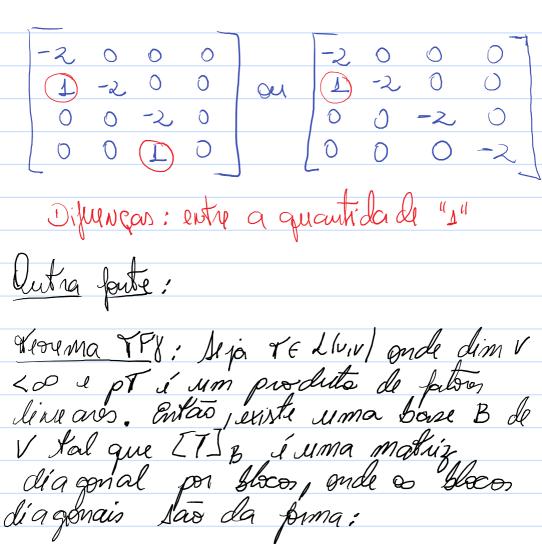


Portanto (x-10 (x-5) vão pode ser polivômio minimal. No entanto: (A-10Id4/2. (A-5Id4)= -2 -1 2. hop, (x-10)? (x-5) é o polivièmio milimal de T. Issa quer dizer que a forma de fordan de Tordan de Jaco de fordan 12 (10), pois a raiz 10 tem Multiplicidade 2 em mix. Have entao que: 10 0 10 0

1 10 0 0 úa forma de fordan de T.

0 0 0 5 pr(x) = (n-10)<sup>3</sup> (x-5) b) Sija TELIRI, RT) um epurador limar com polinémio conacterístico: pT(XI= [X+2]?

Pr(1x) = (x+2/4 [A] can pt(x) = dut(xtd4-A) = (x+2)4\*(x1,y12,w) = (-2x1-2y1-2z1-2w) Os candidatos a mita): "O polivônio minimal o o polivo vio que kon va ptra) =0, se for T-ciclico ptra) = notra). 1 (x+2/= mta), 2) wtol2= (x+2)3 3/ WATA) 3= (X+2)2 4 not 60) 4 = Cx+25 I polivornio minimal i utal=latal. Como l=-2 é uma raiz depla de sut M, a forma de fordan de Terá um bhocs de fordan (20-21. Ubserve, vo entanto, que a partir das informações dadas não i possível distinguir va tamente entre as sequintes posíveis formas de fordan.



COOOMais ainda, lo

LCOOOMAIS ainda, lo

existe um or

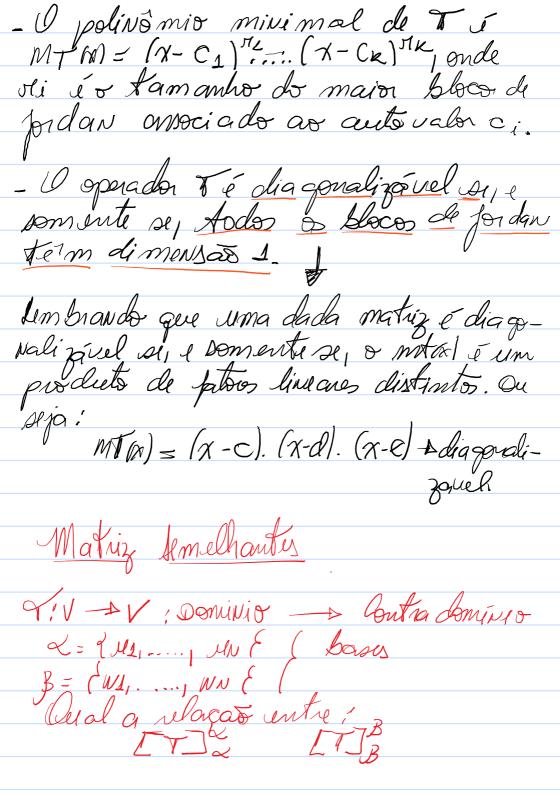
matriz deste

tipo, salvo

nos deva cao dos

ooomais deste

 $\mathcal{C}$ :  $\begin{bmatrix} C & O \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} C & C \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} L & C \end{bmatrix}$ COO Todos na dia gonal
LOLCJ373 Mincipal  $pY(x) = (x-c)^3$ .  $||(x-e)|^2 \cdot (x-e)^4$ 0 0 0 0100 C 1020  $0 \text{ win} = [x-c]^3 (x-d).$ old of 0 1 d) 0 (x-e)., x=d; 000 1 MTG) = (x-c). (xe) Propriedades: Somete o bloco de major - Os elementos da diagonal dos Hocos são autovalores de V. - Se ptal = (x-q)de --- (x-Ck), a soma das dimousões dos bloos que covos poudem a ci edi.



Matriz mudança de base: My e M a

Imput

EVI3 = My . [V]2

output

My = (My)-1

EVI2 = My [V]3 Diagrama matricial: VITJaV MB MA MB MB
V ETTB V
B AV ITIX = Ma ITIB NB A B B-1 Definition: Dados ABEMUXN, dize mos que I,B são semelhantes, se existe PEMMN invertivel falque : A=PBP-1000 AP=PB

Votação ANB Exemplo: [3 1] N [40]  $\begin{bmatrix} 31 & \boxed{ac} = \boxed{ac} & \boxed{40} \\ 13 & \boxed{bd} & \boxed{o2} \end{bmatrix}$  $3a+b=4a \qquad b=a \qquad M \qquad ab=1$   $c=-1 \qquad d=1$   $3c+d=2c \qquad d=-c \qquad P=1 \qquad -1$   $c+3d=2d \qquad L \qquad 1$  Invertivel.  $Como \quad P \quad Nao \quad e \quad \text{if } \text{vica, ordao}: \qquad f+2p=0$   $A-R \quad RQ^{-1}$  $A = Q B Q^{-1}$ Eamplo: [31] [a c] = a c] [10] [13] [b d] [bd] [04] 3a+b=a (b=-2a (a=b=0, logo as a+3b=b (a=-2b (duas matrizes vão são semelhantes.

Pois [0 c] é vas invertruel. Eample: A= 42 , B= 6-1 4-1 THA=5 1A1 = 4-6=-2=det B1=-6+4= det Entat: B=P-1AP com ETX ig7 17B=AP (3 W) 3= 3 V2, V2 { base. PNão á tivica, seus multipos também satisfiz.  $PB = \begin{bmatrix} 6x + 4y - x - y \\ 6x + 4w - y - w \end{bmatrix}$ AP= [71+23 y+2W]
3x+42 3y+4W] 6x + ty = 7+2z 15x+4y-2z=0 -x - y = y + 2.0 6z + 4w = 3x + 4z/ X+Zy+RW=D 93x-2z-4W=0 -x -w = 3y+4w (3y+z+5N=0

Matriz Abociada pluxabonar: 202  $\begin{bmatrix} 0 & 6 & 2 & 10 \\ 0 & 6 & 2 & 10 \\ 0 & 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ 1031 1031 1031 101-73-43 Marro subuspago 10113 43 Td 1 P Forma de Fordan JX-38-43N=0 (y+188+36N=0 Extab:  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & +4 & 4 & 4 \\ -13 & 3 & -4 & 4 & 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & +4 & 4 \\ -13 & 3 & 4 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$   $\begin{pmatrix} x \\ y \\ y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & +4 & 4 \\ -13 & 3 & 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & +4 & 4 \\ -13 & 4 & 4 \\ 0 \end{pmatrix}$   $\begin{pmatrix} x \\ y \\ y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & +4 & 4 \\ -13 & 4 & 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & +4 & 4 \\ -13 & 4 & 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

Ilma Solycas; 
$$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$
, our
$$P = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$Al; A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A parq; (P^{-1}A).P = \begin{bmatrix} 1 & 48 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = P^{-1}AP$$