Matrizes similares na forma diagonal

Dada uma matriz $A_{N \times N}$, obtem-se (se possível) os autovalores e os seus respectivos autovetores.

Sejam $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_N$ os autovalores de A e $p_1, p_2, \ldots, p_N$ os respectivos autovetores.

Se $\{P_1, P_2, \ldots, P_N\}$ são l.i, formam uma base no R^N.

$$\left.\begin{array}{l} A\vec{P}_1 = \lambda_1 \vec{P}_1 \\ A\vec{P}_2 = \lambda_2 \vec{P}_2 \\ \vdots \\ A\vec{P}_N = \lambda_N \vec{P}_N \end{array}\right\} A[\vec{P}_1, \ldots, \vec{P}_N] = [\lambda_1 \vec{P}_1, \ldots, \lambda_N \vec{P}_N]$$

Coluna por Coluna

$$A \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} P_{11} & P_{21} & \cdots & P_{N1} \\ P_{12} & P_{22} & & P_{N2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ P_{1N} & P_{2N} & & P_{NN} \end{bmatrix}}_{P_{N \times N}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \lambda_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & & \lambda_N \end{bmatrix}}_{\lambda} \cdot P_{N \times N}$$

$$AP = P\lambda \text{ ou } \lambda P \therefore \begin{cases} A = P\lambda P^{-1} \\ \lambda = P^{-1}\lambda P \end{cases}$$

Os operadores A e λ são similares.

$$A\vec{x} = \vec{C} \therefore P\lambda P^{-1}\vec{x} = \vec{C}$$

$$P^{-1}P\lambda P^{-1}\vec{x} = P^{-1}\vec{C}$$

$$I\lambda P^{-1}\vec{x} = P^{-1}\vec{C}$$

$$\lambda \underbrace{P^{-1}\vec{x}}_{\vec{y}} = \underbrace{P^{-1}\vec{C}}_{\vec{D}}$$

$$\lambda \cdot \vec{y} = \vec{D}$$