$A \in \mathbb{M}_2$

$A \longmapsto T_A \in L(\mathbb{M}_2, \mathbb{M}_2)$ [F]

F

$T_A(M) = AM - MA$

$$T_{\lambda A_1 + A_2} = \lambda T_{A_1} + \lambda T_{A_2}$$

$T : U \to V$ linear ñ sobre

$\Rightarrow$ Nut(T^t) ñ trivial

dim finitas

Prod Interno, $\mathbb{K}$

6.1.3 (a) $\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \right\rangle =$

$\mathbb{K}^n$

$$x_1\overline{y_1} + \cdots + x_n\overline{y_n}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \overline{y_i}$$

Em geral, se $\alpha_i > 0$, $i = 1, \ldots, n$

$\langle x,y\rangle = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i \bar{y}_i$ é um prod interno

$$\langle x,y\rangle = x^t \begin{pmatrix}\alpha_1 & & & \\ & \alpha_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \alpha_n\end{pmatrix}\bar{y}$$

Em $\mathbb{R}^2$, $\left\langle \begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}\right\rangle = x_1\bar{y}_1 + 4x_2\bar{y}_2$

$$= (x_1\ \ x_2)\begin{pmatrix}1&0\\0&4\end{pmatrix}\overline{\begin{pmatrix}y_1\\y_2\end{pmatrix}}$$

Para quais matrizes $M \in M_n(\mathbb{K})$,

$\langle x,y\rangle = x^t M \bar{y}$ é um produto int.?

$\to$ $\boxed{\langle x,x\rangle \geqslant 0 \text{ e é igualdade } \Leftrightarrow x=0}$

E F

F G

(IGD)

Ex (clássico), $\mathbb{R}^3$; $\langle x,y\rangle = x_1y_1 + x_2y_2 - x_3y_3$

6.1.4 $\quad T: U \to V$ injetora

e $\langle\, , \rangle$ é Prod. Int em V,

então $\langle u_1, u_2 \rangle_U = \langle Tu_1, Tu_2 \rangle$ é Prod Int

em U, induzido

Ex 15 : $\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}} \right\rangle =$

$$(x_1 \;\; x_2) \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \bar{\gamma} & \beta \end{pmatrix} \overline{\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}}$$

$\det(M)$, $M \in M_n(\mathbb{R})$

$\det : \underbrace{\mathbb{R}^n \times \cdots \times \mathbb{R}^n}_{n} \longrightarrow \mathbb{R}$

linear em cada variável, alternada

$\dim \Lambda = 1$

$\cancel{\exists !}$ det é a única fç que

calculado em I é 1.

spivak, calculus on manifolds

$\langle\, , \,\rangle$ em $\mathbb{C}$-esp de dim finita

$$\langle u,v\rangle = \operatorname{Re}\langle u,v\rangle + i \operatorname{Im}\langle u,v\rangle$$

$$\underbrace{g(u,v)}_{\text{métrica Riemanniana}} + i\,\omega(u,v)$$

W. Goldman, [Complex Hyperbolic Geometry]