

35 Cop. 8

$V$  esp. vet com prod. interno,  $u_0, v_0 \in V$  fixados.

$T: V \rightarrow V$  dada por  $T(v) = \langle v, u_0 \rangle \cdot v_0$

$T$  é linear e  $T^*$  existe (mostre a sua expressão).

Sol:  $\hookrightarrow T$  é linear

Sejam,  $\alpha \in \mathbb{K}$  e  $u, v \in V$  quaisquer

$$T(\alpha u + v) = \langle \alpha u + v, u_0 \rangle \cdot v_0 =$$

$$= \alpha \langle u, u_0 \rangle \cdot v_0 + \langle v, u_0 \rangle v_0 = \alpha T u + T v.$$

$\hookrightarrow$  Expressão para  $T^*$

Sejam  $u, v \in V$  quaisquer. Queremos encontrar  $T^*v$  tal que

$$\langle T u, v \rangle = \langle u, T^* v \rangle$$

$$\langle \langle u, u_0 \rangle \cdot v_0, v \rangle = \langle u, u_0 \rangle \cdot \langle v_0, v \rangle$$

$$= \langle u, \overline{\langle v_0, v \rangle} u_0 \rangle = \langle u, \langle v, v_0 \rangle \cdot u_0 \rangle$$

Basta definir  $T^*v = \langle v, v_0 \rangle \cdot u_0$