

- 9.2  $\rightarrow$  Diagonalização de formas quadráticas
- 10.1  $\rightarrow$  10.3 e 10.5
- Produto Tensorial (não tem no livro)

## Operadores Normais em espaços complexos

1) Definição:  $T$  é auto-adjunto se  $T^* = T$  e  $T$  é anti-auto-adjunto se  $T^* = -T$ .

Obs: Seja  $T: V \rightarrow V$  e  $V$  complexo, e  $T^* = -T$ .  
 Lembrando que  $(\lambda T)^* = \overline{\lambda} T^*$ , em particular  
 $(-iT)^* = i T^* = -iT$

Conclusão: Se  $T$  é anti-auto-adjunto, então  $-iT$  é auto-adjunto.

2) Se  $T$  é auto-adjunto seus autovalores são reais.

Teorema: Seja  $V$  um espaço vetorial complexo e  $T: V \rightarrow V$  anti-auto-adjunto.

a) Os autovalores de  $T$  são nulos ou puramente imaginários.

De fato, se  $T$  é anti-auto-adjunto,  $-iT$  é auto-adjunto. Pela SS anterior, então os autovalores são todos reais.

Digamos:  $(-iT)(x) = \lambda x$  com  $\lambda \in \mathbb{R}$ , multiplicando por  $i$ , obtemos:  $Tx = i\lambda x$  é imaginário puro.

Se:

$$Tv = \lambda v \iff (i\hbar)^{-1} v = \lambda v$$

$$(i\hbar)^{-1}(v) = i\hbar v$$