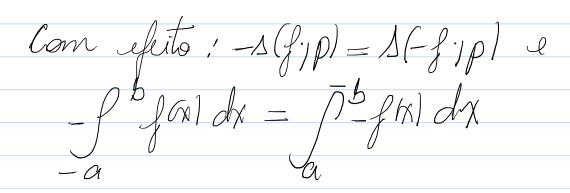
A intégeal como limite de somas Auja P=3to,,,,tre uma pardição do intervalo La, b1. Chamamos a volma de P ao rue mero IPI = maior comprimento: (ti-ti-1) dos intervalos de P. Modraremos inicialmente que a integral Superior de uma função limitada f é o limite das somas superiores s(f., Pl. Isto se escreve: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \lim_{\beta \to 0} \mathcal{L}(f, \beta).$ O significado preciso da formula é dado pelo Yvorema 14; Ilja f: [a,b] -> IR uma fuvero lini-Kada. Para tolo ex existe 820 tol que: $\Delta(f')\rho) < \int^{\infty} f(x) dx + \varepsilon$ Oudquer que seja a partição P com vorma Condério: A integral influior de rema frenção limitader f; ta, b] -> 12 é o limite das somas un feriores sels, pl que ando a norma der ponticos P tende a pero, ou seja;) fMdn = lim s(f/P).



En seguida, covalterizamos as flenções inte-gráveis e exprimiremos suas integrais em Hermos de limites de soma.

Pontilhar uma pontição P-sto,..., tw { e uscolher, em cada intervalo Iti-, ti] um ponto Ei. Portanto, ti-12 Ei Z ti.

Syam f: La, b] - M ema função linutada a P* uma partição pontiblia da (P era a partição antes de a pontibliar mos).

tormemos a soma ele Riemanni

 $\geq (f'_1 p^{*}) = \leq f(\epsilon_i)(t_i - t_{i-1})$

Evidentlemente, seja qual for a manuira de pontielhar a partição P, Hemos:

2(1, P) < ≥(1, P) < \((1, P).

Dada f: [a,b] -> IR limitada, dinemos que o vui mero real I i o limite de E(f, p*) quando a vorma IPI tende para zero, e voceremos: I=lim \(\geq (f) P*),

Oliando para todo Eso, for possível obter 120 sal que 12(1, px) - t/2 E, seja qual for a particaj portilhada px com 19128. Levema 15; Seja f; [a,b] -> M limitada.
Existe o limite J= lim & (f',P*) A pe some1P1-D0

WHE, for integravel. No caso afirmativo, Kem-ne I= frida.