11| Demonstre que toda coleção de intervalos não degenerados dois a dois disjuntos é enumerável.

. Todo intervalo não-degenerado é um conjunto infinito e contém números racionais e números irracionais.

Teorema 6: Todo conjunto X de números reais contém um subconjunto enumerável E, denso em X.

Dada uma coleção de abertos não-vazios, e degenerados dois a dois disjuntos. Temos que $\text{int}(X) = \emptyset$, cada cada intervalo é não enumerável, temos que enumerar os intervalos: I_i, com $i = 1, \dots, N, \dots$

Então $I_1 \neq I_2, \dots \neq I_N \neq \dots$

Seja $\{A_\lambda\}_{\lambda \in A}$ uma coleção de abertos disjuntos. Para cada $\lambda \in A$ escolhemos $r_\lambda \in A_\lambda \cap \mathbb{Q}$. Como $A_\lambda \cap A_\mu = \emptyset$, para $\lambda \neq \mu$, a função:

$$\begin{aligned} A &\longrightarrow \mathbb{Q} \\ \lambda &\longrightarrow r_\lambda \end{aligned}$$

É uma função injetiva. Segue com isso que A é finito ou enumerável.

Como por hipótese inicial tomamos infinito intervalo, logo A será infinito e enumerável.