17) Se $f: I \to \mathbb{R}$ possui um ponto crítico não-degenerado $c \in \text{int } I$ no qual f'' é contínua, prove que existe $\delta > 0$ tal que f é convexa ou côncava no intervalo $(c-\delta, c+\delta)$.

Resposta: Se c é um ponto crítico e não-degenerado então $f''(c) > 0$ ou $f''(c) < 0$, e pela continuidade de f'' existe $\delta > 0$ tal que $x \in (c-\delta, c+\delta)$ e implica $f''(x) > 0$ ou $f''(x) < 0$.

Portanto f é convexa ou côncava em tal intervalo, respectivamente.

- Teorema: Seja $f: I \to \mathbb{R}$ derivável. São equivalentes:

i) f é convexa

ii) f' é não-decrescente

iii) $f(x) \geq f(a) + f'(a)(x-a) \ \forall x, a \in I$

- Corolário: Se c é um ponto crítico da função convexa f, então c é um mínimo absoluto de f.

- Corolário: Seja $f: I \to \mathbb{R}$ duas vezes derivável. Então f é convexa se, e somente se, $f''(x) \geq 0$ em I.