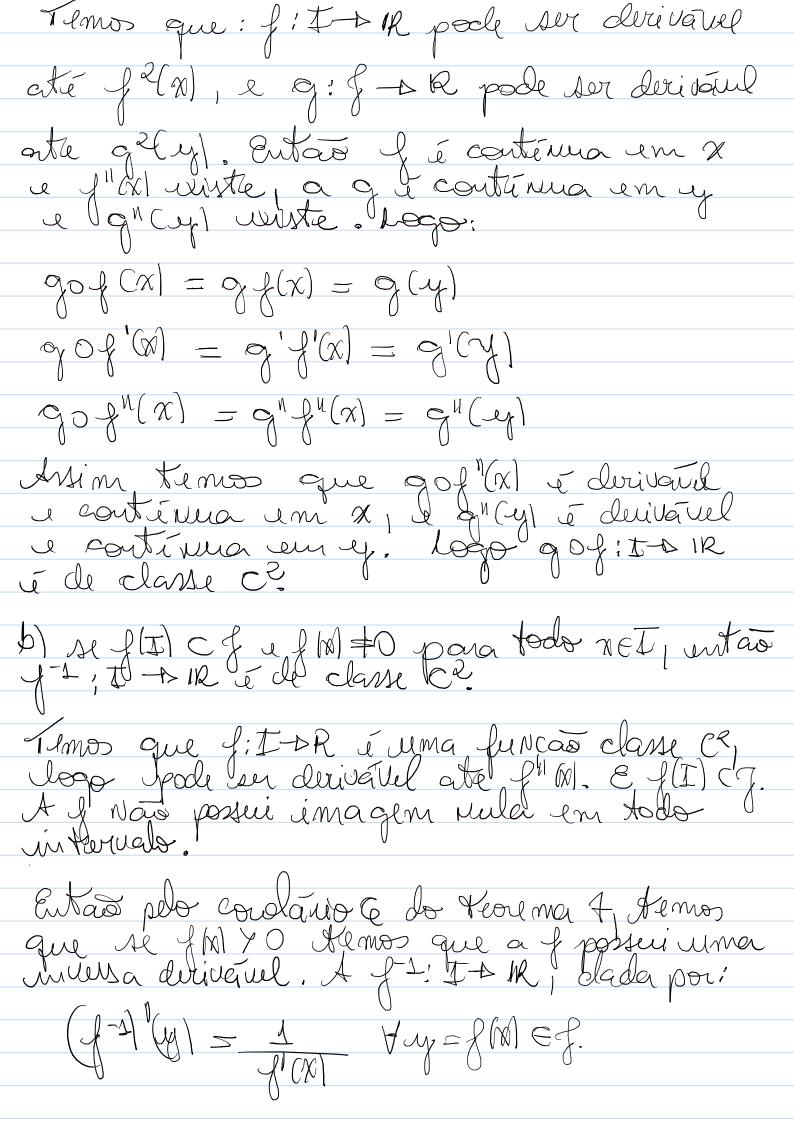
8) Sija I um intervalo aberto e seja j: I - DIR uma função de Classe C. Prove que: al se f(I) Cf e g; f -> IR também e de clarse c2, então gof; I -> IR é cle clarse c2. C2.,
b) Se flt Cf e f/x1 = 0 para todo xEI,
entas f-1, t-0/R é de classe c2. em todos os pontos do intervalo I, e considerare a função derivada p!: I-DM, que associa a cada x EI a derivada f'[x]. Pue emas finção continue amente derivada vo intervalo I, ou uma função de clame. C¹ Neonema & (Rolle): Seja f: Fa, b] - Ronte Nua, Not que s(a) = f(b). Se f é derivaul en (a, b) ent as existe um ponts ce(a, b) onde f(c)=0. No intervalo aberto I. Se viste KEIR Kal que 1 f/x | | = k para todo x E I entar, que sejam x, y E I tem-se: 1/61- fly1/ = KM-y1 re derivavelse, e somentese, ela é de classe

J, quando existir f "(x) y nEI.

f : I -> IR é N vezes derivavel no ponto a,
a e I, quando houver um intervalo aberto f contendo a, tal que f e (N-S) vezes deriva del em Inj, e além disso, existir If: I - NR é de classe C'e escreuemos JEC'. Isto significa que f é v uezes deravavel em I e n-n f N/N é elema funças continua em 5 Resporta; Elmos que I é um intervalo abuto e f:I + 1R é uma fuvept de clarse C², ou sija f pode ser détévaiel duas vezes. Assim semos a prémeira condicato: il se f(I) ef e q! f-+ R fambém é de classe ez, l'entad gof! I+R é de classe ce, remon que I é um intorvalo do domínio e sua imagem fII) Cf, loop: I—rfI) Cf. Como f é o domínio da q e q: f-r R, Xemos que: f(I) Cf e q(GI) Cg I—r R dogo temo uma funças composta: gof(I) = g(f(I)Cf) = R.Mendo feg, am bas de classe C.



como flor é classe (y) = 1 fr(y) Cl, Lemos que Arim famts a fM com f-bal e de classe ~2 re fm 70.