

22) Prove que a soma da série cujos termos são os comprimentos dos intervalos omitidos para formar o conjunto de Cantor é igual a 1.

Cada intervalo I_k remove 2^{k-1} intervalos de comprimento $\frac{1}{3^k}$.

Assim $\bigcup_{k=1}^{\infty} I_k$ remove um comprimento limite de:

$$\text{Ex: } K_0 = [0, 1] \xrightarrow{\text{1}} \text{deixando } K_1 = [0, \frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3}, 1]$$

$$2^{k-1} = 2^{1-1} = 2^0 = 1$$

$$K_1 = [\overset{\textcircled{1}}{0}, \overset{\textcircled{1}}{\frac{1}{3}}] \cup [\overset{\textcircled{1}}{\frac{2}{3}}, \overset{\textcircled{1}}{1}] \Rightarrow \text{deixando}$$

$$K_2 = [0, \frac{1}{9}] \cup [\frac{2}{9}, \frac{3}{9}] \cup [\frac{6}{9}, \frac{7}{9}] \cup [\frac{8}{9}, 1]$$

$$2^{k-1} = 2^{2-1} = 2$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{k-1}}{3^k} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{3^k} = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{3-2} \right) = 1$$