12) Seja $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ contínua. Se $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$, demonstre a existência de um ponto $x_0 \in \mathbb{R}$ no qual f assume seu valor mínimo.

Resposta: Ao tomarmos $a \in \mathbb{R}$ e apartir da definição dos limites infinito temos que:

- $\exists B > 0$ tal que $x > B \to f(x) > f(a)$
- $\exists B_1 > 0$ tal que $x < -B_1 \to f(x) > f(a)$

Assim ao tomarmos $A > 0$ tal que $A > B$, $A > a$, $-A < -B_1$, $-A < a$, logo para $x > A$, $y < -A$ temos que $f(x) > f(a)$, $f(y) > f(a)$, f restrita á $[-A, A]$ segue que $f(x_0) \geq f(a)$, tal que o valor de $f(x_0)$ é mínimo global da função, pois em $[-A, A]$ tal valor é mínimo e fora desse intervalo a função assume valores maiores que $f(x_0)$.