4) Seja $f(x) = x + 10 \operatorname{sen} x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Demonstre que limite $\lim_{x \to \infty} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

• ① Dado $f: X \to \mathbb{R}$ e $a \in X'$, dizemos que $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$ quando

$\forall A > 0, \exists V_\delta^*(a)$, onde $f(x) \in (A, +\infty)$

• Sejam $X \subset \mathbb{R}$, $a \in X'$ e $f, g: X \to \mathbb{R}$. Se $\lim_{x \to a} f(x) = L$ e $\lim_{x \to a} g(x) = M$, então $\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = L \pm M$ e $\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$. Se $M \neq 0$ então $\lim_{x \to a} [f(x) / g(x)] = L/M$. Se $\lim_{x \to a} f(x) = 0$ e existe uma constante A tal que $|g(x)| \leq A$ para todo $x \in X - \{a\}$ então $\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = 0$, o mesmo que não exista $\lim_{x \to a} g(x)$.

Resposta: Temos que $\operatorname{sen} x$ é dado por: $-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1$, então $\lim_{x \to \infty} \operatorname{sen} x$ não existe por oscila no intervalo $[-1, 1]$, e com isso:

$$\lim_{x \to \pm\infty} 10 \operatorname{sen} x, \text{ também não existe}$$

Assim: $\lim_{x \to \infty} (x + 10 \operatorname{sen} x) = \infty$, o mesmo vale para,

$\lim_{x \to -\infty} (x + 10 \operatorname{sen} x) = -\infty$