Se $X \subset \mathbb{R}^{n=m}$ tem medida nula e $f: X \to \mathbb{R}^m$ é localmente lipschitziana então $f(X)$ tem medida nula em $\mathbb{R}^m$.

Vamos adotar em $\mathbb{R}^m$ a norma do máximo e seja $c>0$ tal que existe $|f(x)-f(y)| \leq c\,|x-y|$ para quaisquer $x, y \in X$.

Dado arbitrariamente $\varepsilon>0$, existe uma cobertura $X \subset C_1 \cup \ldots \cup C_k \cup \ldots$, onde cada C_k é um cubo cuja aresta mede a_k, com $\sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Vol} C_k = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k)^n < \varepsilon / c^n$.

Se $x, y \in C_k$ então $|x-y| \leq a_k$, logo $|f(x)-f(y)| \leq c \cdot a_k$. Isto significa que, para todo $i=1, \ldots, n$, as i-ésimas coordenadas de $f(x)$ e $f(y)$ pertencem a um intervalo J_i de comprimento $c \cdot a_k$.

Portanto $f(C_k \cap X)$ está contido no cubo $\prod_{i=1}^{n} J_i = C'_k$, de aresta $c \cdot a_k$, logo $\operatorname{Vol} C'_k = c^n \cdot (a_k)^n$. Segue-se que:

$$f(X) = \bigcup_{k=1}^{\infty} f(C_k \cap X) \subset C'_1 \cup \ldots \cup C'_k \cup \ldots, \text{ onde}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{vol}(C'_k) \leq c^n \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (a_k)^n < c^n \cdot \frac{\varepsilon}{c^n} = \varepsilon$$

logo $\operatorname{med} f(X) = 0$.