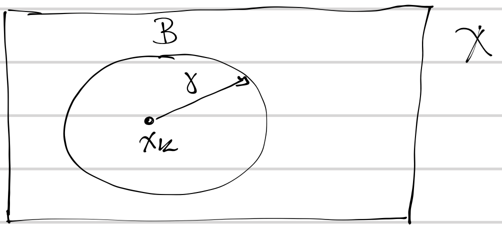
Se $X \subseteq \mathbb{R}^n$ é fechado (respectivamente compacto) então $\forall c \geq 0$ o conjunto $L = \{x \in X ; w(f, x) \geq c\}$ é fechado (respectivamente compacto).

Tomamos um conjunto $X \subseteq \mathbb{R}^n$ fechado e compacto, logo é limitado. Como é fechado possui uma sequência de pontos $x_k \in X$, com $k \in \mathbb{N}$ tal que $w(f; x_k) \geq c$ para todo $k \in \mathbb{N}$, sendo c uma constante definida em X.



$w(f; x) = w[f; X \cap B(x_k, \delta)]$, onde: $\delta \geq c$.

Então $w(f; x) = \inf\limits_{\delta \geq c} w[f; X \cap B(x_k, \delta)]$

Desta forma $\lim x_k = x \quad \forall x \in X$. Agora não podemos ter $w(f; x) < c$ porque isto em razão da propriedade IV:

"Se $w(f; x) < c$ então existe $\delta > 0$ tal que $w(f; y) < c$ para todo $y \in X$ com $|y - x| \leq \delta$."

Como assumimos o raio δ e $\inf\limits_{\delta \geq c} [f; X \cap B(x_k, \delta)] = w(f; x)$, então toda oscilação deve ser maior do que c, com isso $|y - x| \geq \delta$, para todo $y, x \in X \cap B(x_k, \delta)$. Então $w(f; x) \geq c$ e o conjunto $\{x \in X ; w(f; x) \geq c\}$, e portanto é fechado em $X \subset \mathbb{R}^m$.

Agora como todo conjunto fechado é limitado, ou seja, é compacto, temos que $w(f; X) = \inf\limits_{\delta \geq c} [f; X \cap B(x_k, \delta)]$ é limitado em um raio δ cujo $w(f; X) \geq c$ portanto é compacto.