Estudar: Conjuntos de pontos de descontinuidade de f.
Teorema de Fubini

Teorema de Fubini: Se $f: A_1 \times A_2 \to \mathbb{R}$ é integrável, então as funções φ e ψ são integráveis e $\int_{A_1} \varphi(x)\, dx = \int_{A_2} \psi(x)\, dx = \int_{A_1 \times A_2} f(x,y)\, dx\, dy$.

Tomamos os pontos de $A_1 \times A_2$, como (x,y) e onde $x \in A_1$, $y \in A_2$ e se $f: A_1 \times A_2 \to \mathbb{R}$ integrável, então: $\int_{A_1 \times A_2} f(x,y)\, dx\, dy$ é integrável.

Dado que $f: A_1 \times A_2 \to \mathbb{R}$, onde para cada $x \in A_1$ temos que:

- $f_x : A_2 \to \mathbb{R}$, onde $f_x(y) = f(x,y)$ para $y \in A_2$

- $f_y : A_1 \to \mathbb{R}$ onde $f_y(x) = f(x,y)$ para cada $x \in A_1$ e y fixado com $y \in A_2$.

Portanto f_x é essencialmente a restrição de f ao bloco n-dimensional $\{x\} \times A_2$, e f_y é essencialmente a restrição de f ao bloco m-dimensional $\{y\} \times A_1$.

Agora supomos que f é integrável então:

i) f_x, pode ter alguns valores de $x \in A_1$ e não sendo integrável. Dado que x foi fixado.

ii) f_y, pode ter alguns valores de $y \in A_2$, e não sendo integrável, pelo mesmo motivo.

Assim, o conjunto dos pontos de descontinuidade de f tem medida nula em $\mathbb{R}^{m+n}$, mas sua interseção com algum bloco $\{x\} \times A_2$ ou $\{y\} \times A_1$ pode não ter medida n-dimensional nula ou m-dimensional nula.