$f$ é diferenciável em $a \in \Pi \longleftrightarrow f$ é diferenciável em $a \in \Pi$, $\forall i = 1, \ldots, n$

Teorema: A aplicação $f: \Pi \to \mathbb{R}^n$ é diferenciável no ponto $a \in \Pi$ se, e somente se, cada uma das suas funções-coordenadas $f_1, \ldots, f_n \to \mathbb{R}$ é diferenciável nesse ponto.

Corolário: A aplicação $f = (g, h): U \to \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^P$, dada por $f(x) = (g(x), h(x))$, é diferenciável no ponto $a \in U$ se, e somente se, cada uma das aplicações coordenadas $g: U \to \mathbb{R}^N$ e $h: U \to \mathbb{R}^P$ o é. No caso afirmativo, $f'(a) = (g'(a), h'(a)): \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^P$.

Para $n = 1$, a derivada $f'(a)$ coincide com a diferencial $df(a)$. Quando $m = n = 1$, a transformação linear $f'(a): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ confunde-se com o número $f'(a) \cdot 1$ e, para todo $v \in \mathbb{R}$, $f'(a) \cdot v$ é simplesmente o produto do número $f'(a)$ pelo número $v$.
A transformação linear $f'(a): \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ possui, em relação às bases canônicas de $\mathbb{R}^m$ e $\mathbb{R}^n$, uma matriz $n \times m$ chamada a matriz jacobiana de $f$ no ponto $a$.

$$f'(a) \cdot e_j = \frac{\partial f}{\partial x_j}(a) = \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_j}(a), \ldots, \frac{\partial f_n}{\partial x_j}(a)\right)$$

Com isso $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(a)$, para todo $i j = 1, \ldots, n$, onde $f_1, \ldots, f_n : U \to \mathbb{R}$ são as funções coordenadas de $f$. Dada para cada uma das $n$ linhas, a partir da matriz $(1 \times m)$ do funcional linear $df_i(a)$ = diferencial da $i$-ésima função-coordenada $f_i$.

$$f'(a) \cdot v = \frac{\partial f}{\partial v}(a) = \left(\frac{\partial f_1}{\partial v}(a), \ldots, \frac{\partial f_n}{\partial v}(a)\right) = \left(df_1(a) \cdot v, \ldots, df_n(a) \cdot v\right)$$

Temos uma igualdade vetorial:

$f(a+v) - f(a) = f'(a) \cdot v + r(v)$, equivale às $n$ igualdades numéricas
$f_i(a+v) - f_i(a) = df_i(a) \cdot v + r_i(v)$

Onde $r(v) = (r_1(v), \ldots, r_n(v))$ enquanto que o limite vetorial:
$\lim\limits_{v \to 0} \frac{r(v)}{|v|} = 0$, corresponde aos $n$ limites numéricos $\lim\limits_{v \to 0} \frac{r_i(v)}{|v|} = 0$