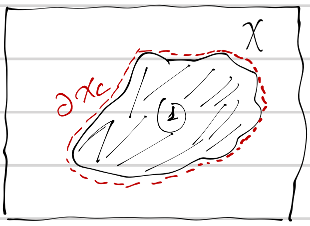
Um conjunto limitado $X$ cuja fronteira tem medida nula é chamado J-mensurável. E $A$ é um m-bloco em $\mathbb{R}^m$, onde $A \supset X$.




$A$ $X$ é integrável? $Vol(X) = \int_A X$

Temos que $X$ é um conjunto limitado e possui fronteira nula., Então: med. $\partial X = 0$.

Definimos as integrais:

inferior: $\underline{\int}_X f(x)\,dx = \underline{\int}_A \bar{f}(x)\,dx$, mas $\bar{f}(x)$ tem medida nula, então:

$$\underline{\int}_A \bar{f}(x)\,dx = Vol(\bar{X}) = 0 \longrightarrow \underline{\int}_X f(x)\,dx = 0$$

Superior: $\overline{\int}_X f(x)\,dx = \overline{\int}_A \bar{f}(x)\,dx$, mas $\bar{f}(x)$ tem medida nula, então:

$$\overline{\int}_A \bar{f}(x)\,dx = 0 = Vol(\bar{X}) = 0 \longrightarrow \overline{\int}_X f(x)\,dx = 0$$

Como $A$ é um bloco de $\mathbb{R}^m$ contendo $X$ e $\bar{f}: A \to \mathbb{R}$ é uma extensão de $f$ que se anula nos pontos de $(A - X)$. Então, $f$ é integrável em $X$, pois:

$$\underline{\int}_A \bar{f}(x) = \underline{\int}_X f(x)\,dx = \overline{\int}_X f(x) = \overline{\int}_A \bar{f}(x)\,dx$$