2) Prove que a função $f: \mathbb{R}_{>0} \to GL(2,\mathbb{R})$ definida por:

$$f(x) = \begin{pmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & x^5 \end{pmatrix}$$ é homomorfismo de grupo.

Para cada real maior que zero, temos:

$x=1$, $f(1) = \begin{pmatrix} 1^2 & 0 \\ 0 & 1^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$x=2$, $f(2) = \begin{pmatrix} 2^2 & 0 \\ 0 & 2^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 32 \end{pmatrix}$

Se tomarmos dois elementos quaisquer $a, b \in \mathbb{R}_{>0}$, então:

$$f(ab) = \begin{pmatrix} (ab)^2 & 0 \\ 0 & (ab)^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2b^2 & 0 \\ 0 & a^5b^5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & a^5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b^2 & 0 \\ 0 & b^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2b^2 & 0 \\ 0 & b^5a^5 \end{pmatrix} =$$

$f(a) \cdot f(b)$,

É um homomorfismo de grupos por multiplicação.