

Mostre que o conjunto:

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M(R, 2) : 2a - 3c = 0, 2b - 3d = 0 \right\}$$

é um ideal à direita de $M(R, 2)$.

$$\begin{cases} 2a - 3c = 0 \rightarrow 2a = 3c \rightarrow a = \frac{3}{2}c \\ 2b - 3d = 0 \rightarrow 2b = 3d \rightarrow b = \frac{3}{2}d \end{cases}$$

$$I = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}c & \frac{3}{2}d \\ c & d \end{pmatrix}$$

Definição pl ideal à direita: um subanel I de de um anel R : Sempre que $x \in R$ e $a \in I$, então $ax \in I$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a - 3c & 2b - 3d \\ 2a - 3c & 2b - 3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Como: $2a - 3c = 0$ e $2b - 3d = 0$, então

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a + 2b & -3a - 3b \\ 2c + 2d & -3c - 3d \end{pmatrix}$$

Então temos que é um ideal à direita

Mas não é ideal (bilateral) em $M(R, 2)$, isto porque os produtos das matrizes somente verifica a primeira $2a - 3c = 0$ e $2b - 3d = 0$ pela direita. Ou seja, não é comutativo.