Ejercicios Tema 2 - Variables aleatorias. Parte 2

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Curso de Probabilidad y Variables Aleatorias con R y Python

Contents

1 Variables aleatorias continuas

1

1 Variables aleatorias continuas

1. Verificar que:

$$F_X(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < -1, \\ \frac{t+1}{2}, & \text{si } -1 \le t \le 1, \\ 1, & \text{si } t > 1, \end{cases}$$

es una función de distribución y hallar la función de densidad para X. Calcular también $P\left(-\frac{1}{2} \le X \le \frac{1}{2}\right)$.

2. Sea Y una variable continua con función de densidad:

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2(1-y), & \text{si } 0 < y < 1, \\ 0, & \text{en los otros casos.} \end{cases}$$

Hallar la función de distribución $F_Y(t)$.

3. Verificar que:

$$F_Y(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < 0, \\ \sqrt{t}, & \text{si } 0 \le t \le 1, \\ 1, & \text{si } t > 1, \end{cases}$$

es una función de distribución y especificar la función de densidad para Y. Usar este resultado para hallar $P\left(-\frac{1}{2} < Y < \frac{3}{4}\right)$.

4. Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{si } |x| \le 1, \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

- Representar gráficamente dicha función.
- Hallar y dibujar la función de distribución.
- Calcular las siguientes probabilidades: $P(X \ge 0)$ y $P(|X| < \frac{1}{2})$.
- 5. Hallar la esperanza y la varianza de las variables de los ejercicios anteriores.