**Universidad Nacional de Ingeniería**
**Facultad de Ciencias**
**Escuela Profesional de Matemática** **Ciclo 2022-1**

**[Cod: CM4F1 Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]**

## Práctica Dirigida Nro 05

---

1. **En la empresa plástica Universal se fabrican tres tipos de productos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de granza de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos de granza, para cada garrafa 100 gramos y para cada bidón 1 kg. El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora. Ayudale al gerente determinar la cantidad de botellas, garrafas y bidones se producen cada hora según el siguiente requerimiento.**

    *a*) **Modele el problema.**

    *b*) **Usando el programa del método de Gram-schmidt.**

    *c*) **Usando el programa de la Factorización $QR$.**

    *d*) **Usando el programa de la Transformación de Givens.**

2. **El gerente del Club Libertad de Trujillo, tiene 1000000 soles para invertir en seis tipos de fondos que tienen diferentes estrategias de inversión y con diferentes rendimientos potenciales y riesgos respectivamente como se expresa en el cuadro siguiente:**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Precio por acción | 50 | 70 | 100 | 20 | 40 | 30 |
| Devolución esperada | 40 | 30 | 20 | 25 | 15 | 10 |
| Categoria de riesgo | Alto | Alto | Alto | Medio | Medio | Bajo |

    **Pero el gerente sabe que una forma de controlar el riesgo es limitando el dinero invertido en los diferentes fondos, consecuentemente:**

    *a*) **La cantidad total invertida en los fondos de alto riesgo debe de estar entre los 60 % y 80 % del capital.**

    *b*) **La cantidad invertida en los fondos de mediano riesgo debe ser de 30 % y 40 % del capital.**

*c*) **La cantidad invertida en el fondo de bajo riesgo debe ser al menos 10 % del capital.**

**Otra forma de controlar el riesgo es diversificando la inversión, esto es:**

*a*) **La cantidad invertida en los fondos de alto riesgo uno, dos y tres deben estar en la razón de 1 : 2 : 3 respectivamente.**

*b*) **La cantidad invertida en los fondos 4 y 5 deben estar en la razón de, 1 : 2.**

**Se desea estructurar un modelo para maximizar para lo cual seguir los pasos siguientes:**

*a*) **Modele el problema.**

*b*) **Usando el programa del método de Gram-schmidt.**

*c*) **Usando el programa de la Factorización $QR$.**

*d*) **Usando el programa de la Transformación de Givens.**

**3. La suma de tres números es 37. El menor disminuído en 1 equivale a $\frac{1}{3}$ de la suma del mayor y el mediano; la diferencia entre tres veces el mediano y dos veces el menor equivale al mayor disminuído en 13.**

*a*) **Modele el problema.**

*b*) **Usando el programa del método de Gram-schmidt.**

*c*) **Usando el programa de la Factorización $QR$.**

*d*) **Usando el programa de la Transformación de Givens.**

**4.** *a*) **Modele el problema.**

*b*) **Usando el programa del método de Gram-schmidt.**

*c*) **Usando el programa de la Factorización $QR$.**

*d*) **Usando el programa de la Transformación de Givens.**

**5. Un carpintero fabrica sillas, mesas para café y mesas para comedor. Se necesitan 15 minutos para lijar una silla, 10 para pintarla, y 20 para barnizarla. Se necesitan 15 minutos para lijar una mesa para café, 14 para pintar y 24 para barnizar, luego se necesitan 25 minutos para lijar una mesa de comedor, 20 para pintar y 30 para barnizar. La mesa de lijado esta disponible 40 horas a la semana la mesa de pintura 32 horas a la semana y la mesa de barnizado 50 horas. Ayudale determinar la cantidad de unidades de cada mueble se deben fabricarse por semana de modo que las mesas de trabajo se ocupen todo el tiempo disponible, según el siguiente requerimiento.**

*a*) **Modele el problema.**

*b*) **Usando el programa del método de Gram-schmidt.**

*c*) **Usando el programa de la Factorización $QR$.**

*d*) **Usando el programa de la Transformación de Givens.**

6. Determinar gráficamente el número de raíces reales de la ecuación no lineal y resuelve

$$f(x) = 10e^{\frac{t}{2}}Cos(2t) - 10 = 0.$$

 a) Usando el método de Bisección para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 b) Usando el método de Regla Falsa para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 c) usando el método de Regla Falsa Modificada para $\varepsilon = 10^{-5}$.

7. Determinar gráficamente el número de raíces reales de la ecuación no lineal y resuelve

$$f(x) = x + e^{-x} = 0.$$

 a) Usando el método de Bisección para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 b) Usando el método de Regla Falsa para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 c) usando el método de Regla Falsa Modificada para $\varepsilon = 10^{-5}$.

8. Determinar gráficamente el número de raíces reales de la ecuación no lineal y resuelve

$$x\ln(x) = 1.$$

 a) Usando el método de Bisección para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 b) Usando el método de Regla Falsa para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 c) usando el método de Regla Falsa Modificada para $\varepsilon = 10^{-5}$.

9. Determinar gráficamente el número de raíces reales de la ecuación no lineal y resuelve

$$e^{-x} - x = 0.$$

 a) Usando el método de Bisección para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 b) Usando el método de Regla Falsa para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 c) usando el método de Regla Falsa Modificada para $\varepsilon = 10^{-5}$.

10. Determinar gráficamente el número de raíces reales de la ecuación no lineal y resuelve

$$f(x) = xe^{x} - 1 = 0.$$

 a) Usando el método de Bisección para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 b) Usando el método de Regla Falsa para $\varepsilon = 10^{-5}$.

 c) usando el método de Regla Falsa Modificada para $\varepsilon = 10^{-5}$.

11. Dado $P_V$ la matriz de proyección sobre un subespacio $V$. Mostrar que $I - 2P_V$ es ortogonal y se cumple que $(I-2P_V)x = (I-2w^tw)x = (I-2P_S)(x),\ \forall x \notin V^{\perp}$, donde $w = \dfrac{P_V(x)}{||P_V(x)||}$ y $S = \langle P_V(x)\rangle$.

12. a) Si $W \geq 0$ es simétrica, determinar el vector de menor norma dentro del conjunto de soluciones del problema $\text{mín}_x\ ||Ax - b||_W$.

b) **Determinar al menos una solución del problema $\min_x ||Ax - b||_W$, donde**

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

13. a) **Mostrar que si las columnas de $A$ son linealmente independientes, entonces la matriz de proyeccion sobre $Ker(A^t)$ es $I - A(A^tA)^{-1}A$**

    b) **Determinar la proyección de $(3,2,1,1)$ sobre el conjunto $\left\{(x,y,z,w) \mid \begin{array}{c} y+2z+w=4 \\ x+2y+z+2w=6 \end{array}\right\}$, utilizando el item a) y el poceso de Householder al reescribir el conjunto como la $Im(C)$.**

14. **Determinar la descomposición $QR$ de la matrices**

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

    **aplicando el proceso de Householder y Givens.**

15. **Resolver el sistema lineal $Ax = b$ utilizando el proceso de Householder, donde $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ y $b \in \mathbb{R}^n$, siendo $A_{i,j} = (i+j-1)^{-1}$ y $b_i = \sum_{j=1}^{n}(i+j-1)^{-1}$. Considerar los casos $n = 5, 8, 10, 12$.**

16. **La velocidad $v$ de un paracaidista que cae está dado por**

$$v = \frac{gm}{c}(1 - e^{-(c/m))t})$$

    **donde $g = 9{,}8m/s^2$. Para un paracaidista con coeficiente de arrastre de $c = 15kg/s$, calcule la masa $m$ de modo que la velocidad sea $v = 30m/s$ en $t = 9s$. Utilize el método de bisección, regla falsa y la regla falsa generalizada.**

17. **Mostrar que $f(x) = (x^2+2)e^x + x^4 - 3$ solo tiene dos ceros y calcularlos. Además calcular el punto donde se alcanza su mínimo absoluto.**

18. **Determinar el mayor angulo formado entre el eje $X$ y la recta que pasa por el origen y un punto de la grafica de la función $f(x) = -x^3 + 3ln(x) + 4$. Utilize el método de bisección, regla falsa y la regla falsa generalizada.**

19. **Dadas las funciones $f(x) = e^x + 0{,}1x^2$ y $g(x) = -0{,}1x^4 + 10^2x$. Encontrar los puntos donde la función $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ es no diferenciable. Utilize el método de bisección, regla falsa y la regla falsa generalizada.**

20. **Dado la función $g(x) = \dfrac{0{,}1x}{\sin(x)}$. Determinar los puntos dentro del intervalo $[-10,\ 13]$ donde $g$ tome el valor 2. Utilize el método de bisección, regla falsa y la regla falsa generalizada.**

**29 de Junio del 2022**