



Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática

Ciclo 2022-1

[Cod: CM4F1 Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Dirigida Nro 03

1. Una compañía minera trabaja en 3 minas, cada una de las cuales produce minerales de tres clases. La primera mina puede producir 4 toneladas del mineral *A*, 3 toneladas del mineral *B*, y 5 toneladas del mineral *C*; la segunda mina puede producir 1 tonelada de cada uno de los minerales y la tercera mina, 2 toneladas del *A*, 4 toneladas del *B* y 3 toneladas del *C*, por cada hora de funcionamiento. Se desea satisfacer los tres pedidos siguientes:

Pedidos	Mineral A	Mineral B	Mineral C
P_1	19	25	25
P_2	13	16	16
P_3	8	12	10

Determine

- Modele el sistema ha resolver.
 - Resolver usando los métodos LU, Crout y Doolittle.
2. Determine el número de diagonales de un polígono convexo de n lados.
- Modele el sistema.
 - Resuelve el sistema usando los métodos LU, Crout y Doolittle.
3. Una familia consta de una madre, un padre y una hija. La suma de las edades actuales de los 3 es de 80 años. Dentro de 22 años, la edad del hijo será la mitad que la de la madre. Si el padre es un año mayor que la madre. Determinar la edad de la familia según lo siguiente requerimiento:
- Modele el sistema.
 - Resuelve el sistema usando los métodos LU, Crout y Doolittle.
4. En la empresa plástica Elsa se fabrican tres tipos de productos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de granza de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada

botella se necesitan 50 gramos de granza, para cada garrafa 100 gramos y para cada bidón 1 kg. El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora. Se desea conocer la producción en cada hora según el siguiente requerimiento:

- a) Modele el sistema.
- b) Resuelve el sistema usando los métodos LU, Crout y Doolittle.

5. En una heladería, por un helado, dos zumos y 4 batidos nos cobraron 35 soles. Otro día, por 4 helados, 4 zumos y un batido nos cobraron 34 soles. Un tercer día por 2 helados, 3 zumos y 4 batidos 42 soles. Determine el precio de cada uno según el siguiente requerimiento:

- a) Modele el sistema.
- b) Resuelve el sistema usando los métodos LU, Crout y Doolittle.

6. En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. Determine el número de coches y motos que hay según el requerimiento siguiente.

- a) Modele el problema.
- b) Resolver el sistema usando el método de Schur.

7. Un fabricante de bombillas gana 0,3 dolares por cada bombilla que sale de la fábrica, pero pierde 0,4 dolares por cada una que sale defectuosa. Un día en el que fabricó 2100 bombillas obtuvo un beneficio de 484,4 dolares. Determine el número de bombillas buenas y defectuosa según el requerimiento siguiente.

- a) Modele el problema.
- b) Resolver el sistema usando el método de Schur.
- c) Determine la descomposición SVD a la matriz obtenida en (a).

8. Sean dos números tales que la suma de un tercio del primero más un quinto del segundo sea igual a 13 y que si se multiplica el primero por 5 y el segundo por 7 se obtiene 247 como suma de los dos productos. Determine los números según el requerimiento siguiente.

- a) Modele el problema.
- b) Resolver el sistema usando el método de Schur.
- c) Determine la descomposición SVD a la matriz obtenida en (a).

9. El perímetro de un rectángulo es 64 cm y la diferencia entre las medidas de la base y la altura es 6 cm. Determine las dimensiones de dicho rectángulo según el requerimiento siguiente.

- a) Modele el problema.
- b) Resolver el sistema usando el método de Schur.
- c) Determine la descomposición SVD a la matriz obtenida en (a).

10. Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 8,80 soles. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 16,40 soles. Determine el costo de kilo del plátano y de la pera según el requerimiento siguiente.
- Modele el problema.
 - Resolver el sistema usando el método de Schur.
 - Determine la descomposición SVD a la matriz obtenida en (a).
11. La edad de Manuel es el doble de la edad de su hija Ana. Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Manuel. Determine la edad de ambos según el requerimiento siguiente.
- Modele el problema.
 - Resolver el sistema usando el método de Schur.
 - Determine la descomposición SVD a la matriz obtenida en (a).
12. Dado A una $m \times n$ matriz, mostrar las siguientes propiedades
- Si cada submatriz principal de A es invertible entonces A admite una descomposición $A = LU$, siendo L una $m \times m$ matriz triangular inferior con elementos en la diagonal iguales a 1 y U una $m \times n$ matriz escalonada.
 - Si A invertible existe la matriz P tal que PA admite una descomposición LU . ¿Que sucede cuando $m \neq n$?
 - Si A invertible la descomposición LU es única. ¿Que sucede cuando $m \neq n$?
 - Si A es simetrica definida positiva admite la descomposición $A = LU$ que es equivalente a obtener $A = SS^t$ siendo S triangular inferior con elementos en la diagonal positivos.
13. Implementar el algoritmo de Gauss con pivoteo parcial y también otra version de la misma, donde no se actualize la matriz con un intercambio de filas (lo cual es costoso para grandes matrices), alternativamente utilizar un vector que almacena la informacion del orden correcto.
14. Tomando en cuenta el Teorema de Frobenius, elaborar un algoritmo que dado un sistema lineal (asociado a una matriz no necesariamente cuadrada), obtenga la información para obtener el conjunto solución del sistema (si fuera no vacío).
15. Dado el sistema

$$10^{-4}x_1 + 2x_2 = 2$$

$$x_1 + x_2 + 5x_3 = 1$$

$$x_1 + 10^{-1}x_3 = 2$$

determine la solución exacta. Luego calcule la solución al aplicar el algoritmo Gauss con pivoteo parcial y total, usando 3 dígitos en la mantisa y redondeo.

16. Implementar el algoritmo de factorización Doolittle, aplicado a la descomposición LU de una matriz A cuadrada, almacenar el resultado en la misma matriz A e indicar el número de operaciones necesarias en el algoritmo.

17. Dado la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 13 & 8 \\ 1 & 8 & 21 \end{bmatrix}$$

determinar las descomposiciones de tipo $A = LU$; $A = LDL^t$; $A = SS^t$ y SVD.

18. Dado A y B matrices de ordenes apropiados. Si se cumple que $\langle Ax, x \rangle \geq 0$; $\forall x \in \text{Ker}(B)$, si y sólo si existe $c \in \mathbb{R}$ tal que $A + rB^tB \geq 0$, $\forall r \geq c$.

19. Mostrar que si T es trigonal invertible y admite descomposición LU entonces L y U también son trigonales. ¿Es necesario ser invertible?. Implemente el algoritmo Thomas e indique el número de operaciones.

20. Implemente el algoritmo Parlett- Reid.

21. Dado la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 27 & 16 & 13 \\ 2 & 16 & 10 & 7 \\ 3 & 13 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

determinar las descomposiciones Parlett- Reid y SVD.

25 de Mayo del 2022