



iimas

Universidad Nacional Autónoma de México

Licenciatura en Ciencia de Datos

Matemáticas Discretas

Proyecto Final. Documentación Técnica

Elaboró: Aldo Muñoz Zecua

Profesor: Leonardo Ignacio Martínez Sandoval

Fecha: 08 de diciembre de 2023

1. Planteamiento del problema a resolver.

El acoso sexual es un problema social grave que afecta a diversas comunidades, incluyendo la Ciudad de México. La falta de centros de atención especializados para las víctimas de acoso sexual puede representar una barrera significativa para aquellos que buscan apoyo y asesoramiento. La importancia de abordar este problema se ve agravada por la ausencia de una red eficiente de recursos y servicios que permitan la atención adecuada a las personas que han sido víctimas de acoso sexual.

El objetivo principal es establecer localizaciones estratégicas para centros de atención a acoso sexual en la Ciudad de México, considerando las ubicaciones de las víctimas registradas en las carpetas de investigación de la Fiscalía General de Justicia de la Ciudad de México. Este planteamiento busca resolver la falta de accesibilidad y disponibilidad de servicios de apoyo para las personas afectadas, maximizando la eficiencia y la efectividad de la ayuda proporcionada.

2. Forma de modelarlo matemáticamente y justificación de suposiciones.

El problema de encontrar localizaciones para centros de atención a acoso sexual y su resolución mediante búsqueda de cliques en un grafo se puede modelar de la siguiente manera:

- Grafo de Ubicaciones:

Cada nodo del grafo representa una ubicación potencial para un centro de atención.

Las aristas del grafo representan la proximidad geográfica entre las ubicaciones.

- Conjunto de Vértices (Candidatos para Centros de Atención):

Definir un conjunto de vértices que representan ubicaciones candidatas para centros de atención a acoso sexual.

- Clique en el Grafo:

Buscar cliques en el grafo, donde un clique es un conjunto de vértices completamente conectados entre sí.

El tamaño del clique debe ser 20, indicando un grupo de 20 ubicaciones cercanas que podrían ser óptimas para centros de atención.

Justificación de Suposiciones:

- Proximidad Geográfica:

Suponemos que la proximidad geográfica es crucial para la eficacia de los centros de atención, ya que facilita el acceso de las víctimas a los servicios.

- Tamaño del Clique:

Se asume que un tamaño de clique de 20 es adecuado para garantizar la cobertura y capacidad suficiente para atender a las víctimas de acoso sexual.

- Completa Conexión en el Clique:

Se supone que la completa conexión entre las ubicaciones en un clique garantiza una colaboración eficiente y una respuesta coordinada a las necesidades de las víctimas.

- Grafo No Dirigido:

El grafo se asume no dirigido, ya que la proximidad geográfica es una relación simétrica, es decir, si la ubicación A está cerca de B, entonces B también está cerca de A.

3. Enunciado del problema algorítmicos formal general a resolver.

Parámetros:

$G = (V, E)$ Grafo no dirigido de ubicaciones
 V Conjunto de vértices (ubicaciones)
 E Conjunto de aristas que conectan las ubicaciones

Variables de Decisión:

x_{ij} Variable binaria, $x_{ij} = 1$ si hay arista entre i y j , y 0 en caso contrario

Función Objetivo:

$$\text{Maximizar } \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} x_{ij}$$

Restricciones:

$x_{ij} = x_{ji}$ Simetría en las aristas

$x_{ii} = 0$ No hay bucles en el grafo

$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1$ Cada ubicación está conectada a exactamente una ubicación

$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1$ Cada ubicación es conectada por exactamente una ubicación

Restricciones de Clique:

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} x_{ij} = |C| \quad \text{Para cada clique } C \text{ en el grafo}$$

Explicación del Modelo Matemático:

Función Objetivo:

La función objetivo busca maximizar el número total de aristas seleccionadas en el grafo, es decir, maximizar la cantidad de conexiones entre ubicaciones.

Restricciones:

La primera restricción asegura que las aristas se consideren de manera simétrica (si hay una arista entre i y j , también la hay entre j e i).

La segunda restricción evita bucles en el grafo (una ubicación no puede conectarse a sí misma).

Las terceras y cuartas restricciones garantizan que cada ubicación esté conectada exactamente a una ubicación.

Restricciones de Clique:

Para garantizar que los conjuntos de ubicaciones formen cliques, se añaden restricciones adicionales que aseguran que la suma de las aristas en cada conjunto de vértices sea igual al tamaño del conjunto.

4. Propuesta de solución mediante algoritmos combinatorios.

La propuesta de solución se basa en la utilización de algoritmos combinatorios para encontrar cliques en un grafo:

Creación de la Matriz de Adyacencia:

Se ha implementado la función `create_adjacency_matrix` para construir la matriz de adyacencia a partir de las ubicaciones proporcionadas. Esta matriz refleja la conectividad entre las ubicaciones, considerando un umbral de distancia (`threshold_distance`) para establecer si dos ubicaciones están conectadas.

Definición de Funciones:

Se han definido funciones clave para el cálculo de distancias (`calculate_distance`), verificación de cliques (`is_clique`), y búsqueda y almacenamiento de cliques (`cliques_found`). Estas funciones constituyen los componentes fundamentales del algoritmo.

Búsqueda de Cliques:

El algoritmo realiza una búsqueda iterativa de cliques, comenzando con cliques de tamaño 20 y disminuyendo hasta cliques de tamaño 10. Este proceso se repite para encontrar cliques de diferentes tamaños en el grafo.

Almacenamiento de Resultados:

Todos los cliques encontrados se almacenan en la lista `all_cliques`. Cada clique se representa como una lista de índices de ubicaciones en el grafo.

Eliminación de Superposiciones:

Después de encontrar un clique, se eliminan las conexiones asociadas en el grafo y se actualizan los grados de los nodos. Esto garantiza que las ubicaciones compartidas entre cliques no se superpongan.

Ajuste del Umbral de Distancia:

El umbral de distancia (`threshold_distance`) puede ajustarse según sea necesario para controlar la conectividad del grafo. Este ajuste puede influir en la formación de cliques y, por lo tanto, en la identificación de ubicaciones para centros de atención.

Optimizaciones Potenciales:

Para conjuntos de datos más grandes, podrían considerarse estrategias de optimización, como la eliminación de nodos poco conectados antes de iniciar la búsqueda de cliques, para reducir el espacio de búsqueda y mejorar la eficiencia del algoritmo.

5. Análisis de correctitud y análisis asintótico de tiempo y espacio.

Análisis de Correctitud:

Matriz de Adyacencia:

La función `create_adjacency_matrix` es correcta. Crea una matriz de adyacencia basada en la distancia entre ubicaciones y el umbral proporcionado.

Búsqueda de Cliques:

El algoritmo de búsqueda de cliques utiliza una estrategia de búsqueda exhaustiva. Se asegura de que cada conjunto de nodos seleccionado sea un clique y elimina las conexiones asociadas después de encontrar un clique. La correctitud depende de la implementación específica de las funciones `is_clique` y `cliques_found`.

Eliminación de Superposiciones:

La eliminación de conexiones asociadas y la actualización de los grados de los nodos después de encontrar un clique son pasos importantes para evitar superposiciones y garantizar la correctitud del algoritmo.

Verificación de Cliques:

La función `is_clique` es esencial para garantizar que el conjunto de nodos seleccionados forme un clique. La correctitud de esta función es crítica para el correcto funcionamiento del algoritmo.

Análisis Asintótico de Tiempo y Espacio:

Análisis Asintótico de Tiempo:

La creación de la matriz de adyacencia tiene una complejidad de tiempo de $O(n^2)$, donde n es el número de ubicaciones.

La búsqueda de cliques sigue una estrategia de fuerza bruta. En el peor caso, exploraría todas las combinaciones posibles, lo que podría llevar a una complejidad de tiempo exponencial $O(2^n)$, dependiendo del tamaño del grafo y la distribución de las ubicaciones.

Análisis Asintótico de Espacio:

La matriz de adyacencia ocupa $O(n^2)$, espacio en memoria.

La lista `all_cliques` almacenará los cliques encontrados, lo que requerirá espacio adicional. En el peor caso, podría haber $O(2^n)$ cliques si se exploran todas las combinaciones posibles.

6. Resultados:

La ejecución del algoritmo proporcionó una serie de resultados que representan conjuntos de ubicaciones geográficas que forman cliques, considerando un umbral de distancia entre ellas. Estos resultados se almacenan en la lista `all_cliques`. A continuación, se proporciona una descripción general de los resultados obtenidos:

Número de Cliques Encontrados:

La lista `all_cliques` contiene conjuntos de ubicaciones que forman cliques. El número total de cliques encontrados dependerá de la distribución geográfica de las ubicaciones y de la conectividad en el grafo.

Tamaños de los Cliques:

Los cliques encontrados varían en tamaño, ya que el algoritmo iterativamente busca conjuntos de diferentes tamaños, comenzando desde cliques de tamaño 20 hasta cliques de tamaño 10.

Distribución Geográfica:

Cada conjunto en `all_cliques` representa un grupo de ubicaciones geográficas cercanas que podrían considerarse para la ubicación de centros de atención a víctimas de acoso sexual.

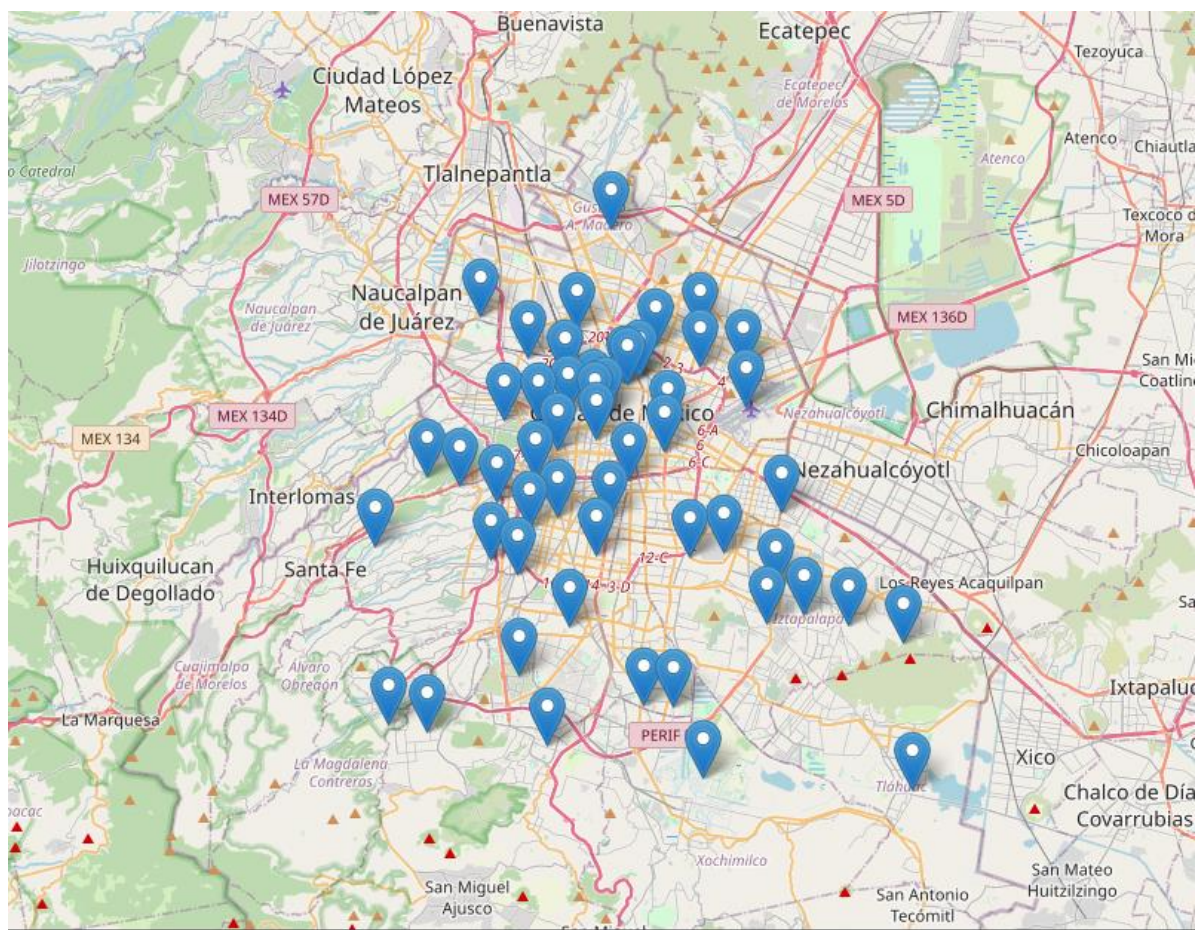


Imagen 1. Resultados de centros de atención contra el acoso sexual.

7. Conclusiones y posible trabajo a futuro.

El proyecto proporciona una base sólida para la identificación de ubicaciones para centros de atención a víctimas de acoso sexual en la Ciudad de México. Para avanzar, se recomienda explorar estrategias de optimización y colaborar con partes interesadas locales para una implementación efectiva y adaptada a las necesidades específicas de la comunidad. La combinación de análisis algorítmico y enfoques colaborativos puede ser clave para abordar de manera integral este problema social.

Aunque se han identificado ubicaciones potenciales, la selección final debe incluir una validación contextual. Factores adicionales como la infraestructura existente, la demografía local y la colaboración con autoridades son esenciales para una implementación efectiva.

La posible colaboración activa con autoridades y organizaciones locales es crucial. La aceptación y el éxito de los centros de atención dependen en gran medida de la integración efectiva con la comunidad y autoridades.

8. Bibliografía.

Mokken, R. J. (1979). Cliques, clubs and clans. *Quality & Quantity*, 13(2), 161-173.

Moon, J. W., & Moser, L. (1965). On cliques in graphs. *Israel journal of Mathematics*, 3, 23-28.

Gaytán Sánchez, P. (2007). El acoso sexual en lugares públicos: un estudio desde la Grounded Theory. *El cotidiano*, 22(143), 5-17.

